পদার্থ-বিজ্ঞান

সেন, সেনগুপ্ত ও রায়চৌধুরী

ন্যাশনাল পাবলিশার্স

Written according to the new syllabus of West Bengal Council of Higher Secondary Education for classes XI and XII of all recognised schools and colleges.

পদার্থ বিজ্ঞান

[প্রথম খণ্ড : প্রথম পত্র]

শ্রী ক্ষৌণীশচন্দ্র সেন, এম. এস-সি., অধ্যাপক, হুগলী মহসীন কলেজ ; প্রাক্তন অধ্যাপক, প্রেসিডেন্সী কলেজ, কৃষ্ণনগর কলেজ, মহারাজা মণীন্দ্রচন্দ্র কলেজ, দমদম মতিঝিল কলেজ ও শিবপুর দীনবন্ধু কলেজ।

শ্রী সুজিতকুমার সেনগুপ্ত, এম. এস-সি., বিভাগীয় প্রধান, ঋষি বঙ্কিম কলেজ, নৈহাটী।

শ্রী কালাচাঁদ রায়চৌধুরী, এম. এস-সি., অধ্যাপক, ঋষি বঙ্কিম কলেজ, নৈহাটী।

ন্যাশনাল পাবলিশার্স
২০৬ বিধান সরণী : কলিকাতা—৭০০০০৬

প্রথম সংস্করণ, সেপ্টেম্বর, ১৯৭৬

প্রকাশক :
গণেন্দ্রনাথ বন্দ্যোপাধ্যায়
ন্যাশনাল পাবলিশার্স
২০৬ বিধান সরণী
কলিকাতা—৭০০০০৬

মুদ্রক :
সুবলচন্দ্র পান
লক্ষ্মী সরস্বতী প্রেস
কলিকাতা—৭০০০০৬

প্রথম খণ্ডের মূল্য
বারো টাকা

প্রথম ও দ্বিতীয় খণ্ডের মূল্য একত্রে
বাইশ টাকা

সূচীপত্র

প্রথম খণ্ড

সূচনা

তাপ বিজ্ঞান

কম্পন ও তরঙ্গ

Syllabus of Physics

(Elective)

Paper One

1. MECHANICS

Particle : Dynamics :

Rest and motion, reference frame, displacement, velocity and acceleration, momentum, binematical equations (in one dimension), elmentary problems.

Scalars and vectors. Composition and resolution of vectors. Representation of vector by co-ordinates. Addition of vectors by geometrical and analytical methods. Relative velocity and acceleration.

Newton's laws of motion, inertia, units of force, impulse and impulsive forces, conservation of linear momentum—elastic collisions of particles moving in the same line, jets and rockets. Friction, static and kinetic friction, co-effeient of friction.

Statics :

Centre of mass, centre of gravity. Conditions of equilibrium of a system of particles.

Dynamics of circular motion :

Rotational motion of a particle, angular velocity, angular acceleration, relation between angular velocity and linear velocity, angular momentum, moment of a force about a point and about an axis, torque, relation between angular momentum and torque (statement only), couples, centripetal force, centrifugal force (as a pseudo-force).

Work, Energy and Power :

Definition of work, relevent units, work done by and against a force. Mechanical energy—kinetic and potential forms. Conservation of energy—with the case of a freely falling body as an example. Power—definition, units.

2. GENERAL PROPERTIES OF MATTER

Gravitation :

Newton's law of universal gravitation. Constant of Gravitation (No experimental details on the determination of the Gravitational constant). Gravitational attraction for extended bodies. Gravitational attraction of the earth. Laws of falling bodies. Variation of acceleration due to gravity. Simple pendulum. Motion of planets, satellites. Escape velocity (no deduction). Weightlessness in orbiting satellites.

Elastic properties of matter :

Stress, strain, elastic limit, Hooke's law, elastic modulii, Young's modulus, Bulk modulus, rigidity modulus, Poisson's ratio.

Hydrostatics :

Density, Specific Gravity (methods of determination of Sp. Gr. not required), Archemedes' principles (demonstrations), flotation, pressure in fluids, transmisson of fluid pressure, Pascal's law and its applications. Air pressure and its measurement. Siphon, principles of lift pump, compression pump, vacuum pump.

Surface Tension and Viscosity :

Simple surface tension phenomena (illustrated with demonstrations). Motion in fluids—viscosity—streamline and turbulent flow (qualitative ideas).

3. HEAT

Recapitulation of the basic concepts of heat and temperature. Thermal expansions of solids and liquids. Simple demonstrations. Co-efficient of expansion for solids, relation between them. Applications of expansions of solids.

Real and apparent expansions for liquids, relation between expansion co-efficients. Anomalous expansion of water. Effect on marine life.

Thermal expansion of gases.

Boyle's law, Charles' law, Equation of state of an ideal gas, volume and pressure co-efficient. Absolute scale of temperature.

Calorimetry :

Preliminary definitions, principle of calorimetry (no questions on measurement to be set). Calorimetric problems.

Change of State :

Latent heat (brief discussions of determination), evaporation and boiling. Effects of pressure on melting point and boiling point.

Vapour pressure, Relative humidity. Dew, fog and cloud, Hygrometry, Regnault's hygrometer.

Mechanical equivalent of heat :

Heat as a form of energy. Relation between the calorie and the erg. Determination of mechanical equivalent of heat (paddle method). First law of thermodynamics. Isothermal and adiabatic expansions of gases. Specific heats of gases, definitions of Cp., Cv.

Kinetic Theory of Gases :

Evidence of molecular structure of matter and of random molecular motion. Brownian movement (qualitative description) Basic assumptions of the kinetic theory of ideal gases. Pressure of an ideal gas (mention of the formula, derivation not required). Concept of temperature from kinetic theory. Qualitative discussions of limitations of ideal gas laws.

Transmission of Heat :

Conduction of heat, simple demonstration, thermal conductivity. Practical applications of thermal conduction. Convection of heat, convection current. Radiation ; radiation as a form of energy ; Stefan's law—statement and applications.

4. VIBRATIONS AND WAVES

Vibration :

Oscillations and its characteristics. Simple harmonic motion, examples. Relation with uniform circular motion. Graphical and mathematical representations. Energy in simple harmonic motion. Superposition of two simple harmonic motions in the same direction (graphical) (i) in phase, (ii) in opposite phases.

Nature of vibrations—(transverse and longitudinal). Free and forced vibrations, resonance, damped oscillations (qualitative discussions with examples).

Waves :

Types of waves, characteristic features of propagating waves, preliminary definitions, and relations. Reflection and refraction of waves.

Superposition of waves, stationary waves, vibrations of strings and air columns. Interference, beats, Doppler effect, polarization (qualitative discussion).

Nature of waves :

Sound waves as elastic waves. Velocity of sound. Laplace's formula (Newton's formula $V = \sqrt{E/\rho}$ to be assumed).

Sources of sound. Musical sound and noise. Principles of recording and reproduction of sound.

Light as a wave phenomenon. Finite velocity of light. Interference of light. Polarization (qualitative ideas). Validity of geometrical optics as an approximation.

সূচনা
(Introduction)
[পূর্বপাঠের পুনরালোচনা]

পদার্থবিজ্ঞান কাহাকে বলে ?

বস্তুময় বিশ্বপ্রকৃতিতে চতুর্দিকে আমরা নানাপ্রকার বস্তু দেখিতে পাই ; যেমন—বই, কালি, কলম, ঘরবাড়ী, গাছপালা, মানুষ, জীবজন্তু, যানবাহন ইত্যাদি। বস্তু আবার দুই প্রকার :—(i) **সজীব** (animate) ও (ii) **নির্জীব** বা **জড়** (inanimate)। গাছপালা, মানুষ, পশুপাখী, জীবজন্তু প্রভৃতি সজীব বস্তু এবং বই, কালি, কলম, কাঠ, ইট, পাথর, লোহা, তামা, জল, বাতাস প্রভৃতি জড় বস্তু। পদার্থ-বিজ্ঞানে বস্তু বলিতে এই জড় বস্তুই বুঝাইয়া থাকে। বস্তুমাত্রই যে-উপাদানে গঠিত তাহাকে বলে **পদার্থ** (matter)। **পদার্থ জায়গা দখল করে, ইহার ভর ও আয়তন আছে ; পদার্থ ইন্দ্রিয়গ্রাহ্য এবং ইহার অবস্থানের পরিবর্তন করিতে চাহিলে বাধা প্রদান করে।**

পদার্থের নানারকম ধর্ম আছে। যেমন :—

(1) **অভেদ্যতা** (Impenetrability) : একই সময়ে একই জায়গায় দুইটি বস্তু অবস্থান করিতে পারে না। পদার্থের এই ধর্মের নাম **অভেদ্যতা**। জলের মধ্যে একটি পাথরখণ্ড নিমজ্জিত করিলে উহা সম-আয়তন জল অপসারিত করে, জল ও ঐ পাথরখণ্ড একই সময় একই জায়গা দখল করিতে পারে না।

(2) **বিভাজ্যতা** (Divisibility) : বস্তুকে ভাঙ্গিয়া আমরা টুকরো টুকরো করিয়া ফেলিতে পারি। পদার্থের এই ধর্মকে বলে **বিভাজ্যতা**।

(3) **সচ্ছিদ্রতা** (Porosity) : প্রত্যেক বস্তুর অসংখ্য কণাগুলির (অথবা অণুগুলির) মধ্যে ছিদ্র বা ফাঁক আছে। এই ফাঁক এত সূক্ষ্ম যে অণুবীক্ষণ যন্ত্রেও তাহা ধরা পড়ে না। এই ফাঁককে বলা হয় **আন্তরাণবিক ফাঁক** এবং পদার্থের এই ধর্মকে বলে **সচ্ছিদ্রতা**।

(4) **সঙ্কোচনশীলতা** (Compressibility) : প্রত্যেক পদার্থের উপর চাপ প্রয়োগ করিয়া উহার সঙ্কোচন ঘটানো যায়—আন্তরাণবিক ফাঁকই অবশ্য ইহার কারণ। পদার্থের এই ধর্মকে বলে **সঙ্কোচনশীলতা**।

(5) **স্থিতিস্থাপকতা** (Elasticity) : পদার্থের উপর চাপ প্রয়োগ করিলে উহার সঙ্কোচন কিংবা বিকৃতি ঘটে বটে, কিন্তু চাপ সরাইয়া লইলে উহা আবার নিজ আয়তন এবং আকৃতিতে ফিরিয়া যায়। পদার্থের এই ধর্মকে বলে **স্থিতিস্থাপকতা**।

এই রকম আমরা পদার্থের আরও অনেক ধর্মের উল্লেখ করিতে পারি। এই সকল ধর্মগুলি আবার সকল পদার্থের জন্য সমান এবং একপ্রকার নয়। যেমন, উষ্ণতা বৃদ্ধিতে পদার্থের প্রসারণ ঘটে, কিন্তু একই উষ্ণতা বৃদ্ধিতে সকল পদার্থের প্রসারণের মাত্রা সমান নয়। এছাড়া প্রত্যেক পদার্থের আবার নিজস্ব কতকগুলি ধর্ম আছে। যেমন, কোন কঠিন পদার্থ তরলে রূপান্তরিত হইলে উহার আয়তন বৃদ্ধি পায় বটে, কিন্তু বরফের ক্ষেত্রে উহার ব্যতিক্রম দেখা যায়; আবার উষ্ণতা বৃদ্ধিতে ধাতব পরিবাহী তারের রোধ বাড়ে, কিন্তু কার্বনের ক্ষেত্রে কমে।

পদার্থ কিভাবে গঠিত হয় ? প্রত্যেক পদার্থ কতকগুলি অতি ক্ষুদ্র কণাদ্বারা গঠিত—যাহাদের বলা হয় **অণু (molecule)**। অণু স্বাধীনভাবে থাকিতে পারে এবং অণুর ধর্ম ও পদার্থের ধর্ম এক এবং অভিন্ন। একই পদার্থের সকল অণু সমধর্মী, বিভিন্ন পদার্থের অণু ভিন্নধর্মী। অণু আবার সূক্ষ্মতর কণাদ্বারা গঠিত—যাহাদের বলা হয় **পরমাণু (atom)**। পরমাণু স্বাধীনভাবে থাকিতে পারে না। (কেবলমাত্র নিষ্ক্রিয় গ্যাস ও ধাতব মৌল, অর্থাৎ যাহাদের অণুতে কেবলমাত্র একটি পরমাণু থাকে সেই সকল পরমাণু স্বাধীনভাবে থাকিতে পারে, তাহাদের অণু ও পরমাণুতে কোন প্রভেদ নাই।) আবার প্রত্যেক পরমাণুতে উহার কেন্দ্রে **প্রোটন (Proton)** ও **নিউট্রন (Neutron)** কণাযুক্ত **নিউক্লিয়াস (Nucleus)** আছে এবং এই নিউক্লিয়াসের চারিদিকে **ইলেকট্রন (Electron)** নামক কণা অনবরত ঘুরিতেছে যেমন সৌরজগতে সূর্যকে কেন্দ্র করিয়া গ্রহগুলি অনবরত ঘুরিতেছে। একই পদার্থের পরমাণুতে ইলেকট্রন, প্রোটন ও নিউট্রনের সংখ্যা ও বিন্যাস একই রকমের, ভিন্ন পদার্থের পরমাণুতে অন্যপ্রকার; অর্থাৎ ইলেকট্রন, প্রোটন ও নিউট্রন কণাগুলি সকল পদার্থের উপাদান হইলেও বিভিন্ন পদার্থের অণুতে ইলেকট্রন, প্রোটন ও নিউট্রনের সংখ্যা এবং উহাদের বিন্যাস কিন্তু একপ্রকার নয়।

সকল পদার্থ ইন্দ্রিয়গ্রাহ্য হইলেও, যাহা-কিছু ইন্দ্রিয়গ্রাহ্য তাহাই কিন্তু পদার্থ নহে। যেমন, প্রকৃতিতে আমরা আর একরকম জিনিসের সঙ্গে বিশেষভাবে পরিচিত। তাহা হইল **শক্তি (Energy)**। শক্তি কাহাকে বলে ? অন্ধকার ঘরে আলো জ্বালা হইল, ঘর আলোকিত হইয়া সমস্ত জিনিস আমাদের দৃষ্টিগোচর হইল। যে আলোর সাহায্যে আমরা দেখিতে পাইলাম তাহা ইন্দ্রিয়গ্রাহ্য—কিন্তু তাহা হইলেও উহা পদার্থ নহে, উহা শক্তি, কারণ আলোর ভর কিংবা আয়তন কিছুই নাই। সকাল বেলায় রাস্তাঘাট ঠাণ্ডা ছিল, রৌদ্রতাপে উহা উত্তপ্ত হইল, স্পর্শ করিয়া তাপ অনুভব করিলাম। তাপ কি পদার্থ ? না—তাপ একপ্রকার শক্তি। শব্দ শুনিয়া পদার্থের অস্তিত্ব সম্বন্ধে ধারণা করিলাম। শব্দ কি পদার্থ ? না—ইহাও একপ্রকার শক্তি। এই রকম

বিবিধ উপায়ে শক্তির প্রকাশ ঘটিয়া থাকে। যেমন—**যান্ত্রিক শক্তি** (Mechanical Energy), **তাপশক্তি** (Heat Energy), **আলোক শক্তি** (Light Energy), **চুম্বক শক্তি** (Magnetic Energy), **বিদ্যুৎশক্তি** (Electric Energy), **রাসায়নিক শক্তি** (Chemical Energy) ইত্যাদি। পদার্থের মতন শক্তির ভর কিংবা আয়তন কিছুই নাই। তবে শক্তি পদার্থের অবস্থার পরিবর্তন ঘটাইতে পারে। যেমন, জলে তাপ প্রদান করিলে উহা বাষ্পে পরিণত হয়—এখানে তাপ (যাহা এক প্রকার শক্তি) পদার্থের অবস্থার পরিবর্তন ঘটাইল। আবার তাপের ফলে বস্তুর হয় প্রসারণ ও উষ্ণতা বৃদ্ধি। তাহা হইলে বলা যাইতে পারে, **পদার্থের উপর প্রভাবের ফলে যাহাদের সঙ্গে আমাদের পরিচয় ঘটে—তাহারাই শক্তি।**

শক্তির রূপান্তর সম্ভব। যেমন, কয়লা পোড়াইয়া আমরা পাই তাপ। তাহা হইলে কয়লায় সঞ্চিত রাসায়নিক শক্তি রূপান্তরিত হইল তাপশক্তিতে। এই তাপ জলে প্রদান করিয়া সৃষ্টি করি জলীয় বাষ্প এবং সেই জলীয় বাষ্পের সাহায্যে চালাই স্টীম-এঞ্জিন ; অর্থাৎ তাপশক্তি রূপান্তরিত হয় যান্ত্রিক শক্তিতে। বিদ্যুৎশক্তি চালনা করে মোটর ও কল। বৈদ্যুতিক পাখায় বিদ্যুৎ চলিলে পাখা ঘোরে। বৈদ্যুতিক বাল্‌বে বিদ্যুৎ চলিলে সৃষ্টি হয় আলো, বা বৈদ্যুতিক শক্তি রূপান্তরিত হয় আলোক শক্তিতে। ইলেকট্রিক হিটার, ইস্ত্রি প্রভৃতিতে বিদ্যুৎ চালনা করিলে সৃষ্টি হয় তাপ। এক্ষেত্রে বিদ্যুৎশক্তি রূপান্তরিত হইল তাপশক্তিতে। আবার কোন কোন ধাতব বস্তুকে যথোপযুক্তভাবে উত্তপ্ত করিলে তাহা হইতে নিঃসরণ হয় ইলেকট্রনের। এই ইলেকট্রন হইতে সৃষ্টি করা যায় বিদ্যুৎপ্রবাহ। এইভাবে বিজ্ঞানের যাবতীয় ঘটনা পর্যালোচনা করিলে বলিতে পারা যায়, পদার্থ ব্যতীত শক্তির বিকাশ হয় না ; আবার শক্তিহীন পদার্থও কল্পনা করা যায় না। শক্তির রূপান্তর সম্ভব বটে, কিন্তু তাই বলিয়া **শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ কোনটাই সম্ভব নয়।** শক্তি এক রূপ হইতে অন্য এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হইতে পারে। বিশ্বে মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট এবং অপরিবর্তনীয়। এই নীতিকেই বলে **শক্তির নিত্যতাবাদ** (Conservation of Energy)।

পূর্বে ধারণা ছিল, পদার্থকে শক্তিতে রূপান্তরিত করা যায় না। কিন্তু বর্তমানে পরীক্ষামূলকভাবে প্রমাণিত হইয়াছে যে সামান্য পরিমাণ পদার্থ হইতেও প্রভূত শক্তি উৎপন্ন করা যায়। এই মতের প্রবর্তক বিখ্যাত বিজ্ঞানী **অ্যালবার্ট আইনস্টাইন।** তাহা হইলে **পদার্থ ও শক্তি উভয়েরই রূপান্তর সম্ভব এবং উহারা একটি অবিচ্ছেদ্য সম্পর্কে আবদ্ধ।** পদার্থের ধর্ম, গঠন, বাহ্যিক পরিবর্তন, বিভিন্ন শক্তির

ধর্ম ও তাহাদের রূপান্তর এবং পদার্থ ও শক্তির পারস্পরিক ক্রিয়া বিজ্ঞানের একটি বিশেষ শাখায় আলোচনা করা হইয়া থাকে। বিজ্ঞানের এই শাখাকেই বলে **পদার্থবিজ্ঞান** বা **পদার্থবিদ্যা (Physics)**।

পদার্থবিজ্ঞানের বিভিন্ন শাখা :

জ্ঞানের পরিধির প্রসারের সঙ্গে সঙ্গে পদার্থবিজ্ঞানকে অনেক শাখায় বিভক্ত করা হইয়াছে। এই পুস্তকে নিম্নলিখিত শাখাগুলিতে আলোচনা করা হইবে :—

(i) **বলবিদ্যা** (Mechanics), (ii) **পদার্থের সাধারণ ধর্ম** (General properties of matter), (iii) **তাপ** (Heat), (iv) **আলোক** (Optics), (v) **কম্পন এবং তরঙ্গ** (Vibrations and Waves), (vi) **চুম্বকত্ব** (Magnetism), (vii) **স্থির তড়িৎ বিজ্ঞান** (Electrostatics), (viii) **প্রবাহী তড়িৎ** (Current Electricity) এবং (ix) **আধুনিক পদার্থবিজ্ঞান** (Modern Physics)।

প্রাকৃতিক রাশি (Physical Quantity) :

যাহা-কিছু পরিমাপ করা যায়, তাহাকে বলে **রাশি**। যেমন, একটি লোহখণ্ডের ওজন আছে এবং তাহা আমরা মাপিতে পারি। কাজেই ওজন একটি রাশি। পদার্থ-বিজ্ঞানে আমরা এই রকম অনেক রাশির কথা জানিতে পারিব, যাহাদের প্রত্যেককে পরিমাপ করা সম্ভব। যেমন—দৈর্ঘ্য, ভর, সময়, আয়তন, গতিবেগ, ত্বরণ, তাপ, উষ্ণতা, বিদ্যুৎপ্রবাহ ইত্যাদি। পদার্থবিজ্ঞানের অন্তর্গত এই সকল রাশিকে বলা হয় **প্রাকৃতিক রাশি**। প্রকৃতপক্ষে পদার্থবিজ্ঞানের মূলভিত্তিই হইল বিভিন্ন প্রাকৃতিক রাশির সূক্ষ্ম পরিমাপের উপর। পদার্থবিজ্ঞান নিখুঁত মাপজোখের উপর প্রতিষ্ঠিত হয় বলিয়া ইহাকে **পরিমাপ বিজ্ঞানও** বলা হয়।

মাপের একক (Units of Measurement) :

যে-কোন প্রাকৃতিক রাশি মাপিতে হইলে একটি **একক (unit)** দরকার। একক বলিতে কি বুঝায়? যদি বলা হয়, কোন একটি টেবিলের দৈর্ঘ্য 2 মিটার—তাহা হইলে ঐ টেবিলের দৈর্ঘ্য সম্বন্ধে আমরা সঠিক একটা ধারণা করিতে পারি। এখানে **দৈর্ঘ্য একটি রাশি** এবং **মিটার** উহার একক। আবার যদি বলা যায়, বস্তায় অনেক চাউল আছে—তাহা হইলে ঐ বস্তায় ঠিক কতটা কিংবা কি পরিমাণ চাউল আছে সে-সম্বন্ধে সঠিক কোন ধারণা করা যায় না; কিন্তু যদি বলা হয়, ঐ বস্তায় 1 কুইণ্টাল (=100 kg) চাউল আছে—তাহা হইলে তৎক্ষণাৎ ঐ বস্তায় চাউলের পরিমাণ বুঝিতে পারি। এখানে **কুইণ্টালকে** একক হিসাবে ব্যবহার করিয়া চাউলের পরিমাণ বা **ভর** (mass) প্রকাশ করা হইয়াছে। তেমনি যদি বলা হয়, ডাউন লালগোলা প্যাসেঞ্জার

নির্দিষ্ট সময় হইতে বিলম্বে পৌঁছাইবে—তাহা হইলেও ট্রেনটি ঠিক কখন পৌঁছাইবে সে-সম্বন্ধে সঠিক কিছুই বলা হইল না; ট্রেনটি কখন পৌঁছাইবে সে-সম্বন্ধে সঠিক ধারণা দিতে হইলে, ট্রেনটি 30 মিনিট কিংবা 1 ঘণ্টা বিলম্বে পৌঁছাইতেছে—এইরূপ কিছু বলিতে হইবে। **মিনিট, ঘণ্টা** ইত্যাদি—ইহারা হইল **সময়ের একক**। এইভাবে আলোচনা করিলে দেখা যাইবে, প্রত্যেক প্রাকৃতিক রাশির পরিমাপের জন্য এক একটি এককের প্রয়োজন। এই এককগুলি কিন্তু পৃথিবীর সকল দেশের সর্বজনগ্রাহ্য হওয়া একান্ত দরকার—তাহা না হইলে যে-কোন রাশি সম্বন্ধে একের পরিমাপ অন্যের পরিমাপ হইতে ভিন্ন হইবে। পৃথিবীর সকল দেশ এই একক সংক্রান্ত সমস্ত ক্ষমতা **'ওজন ও মাপের আন্তর্জাতিক কমিটি'** (**'International Bureau of Weights and Measures'**) নামে এক কমিটির কাছে অর্পণ করিয়াছে।

পদার্থবিজ্ঞানে অজস্র রাশির উল্লেখ দেখা যায়। রাশি অজস্র হইলেও মাত্র তিনটি রাশির এককের সাহায্যে অন্য সমস্ত রাশির একক স্থির করা হইয়া থাকে। এই রাশি তিনটি হইল **দৈর্ঘ্য, ভর** (অর্থাৎ পদার্থের পরিমাণ) ও **সময়**। এই তিনটি রাশির একককে **মৌলিক একক** বা **প্রাথমিক একক** (**Fundamental or Primary Unit**) বলে। ইহারা পরস্পরের উপর নির্ভরশীল নয়। এক বা একাধিক মৌলিক একক হইতে যে-একক স্থির করা হয়, তাহাকে **লব্ধ একক** (**Derived Unit**) বলে। ক্ষেত্রফল, আয়তন প্রভৃতি প্রাকৃতিক রাশির একক মৌলিক একক হইতে স্থির করা হয়। যথা—যে-বর্গক্ষেত্রের দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়েই একক দৈর্ঘ্যের সমান তাহার ক্ষেত্রফলকে ক্ষেত্রফলের একক ধরা হয়; যে-ঘনকের দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা প্রত্যেকেই একক দৈর্ঘ্যের সমান, সেই ঘনকের আয়তনকে আয়তনের একক ধরা হয়। কাজেই ক্ষেত্রফল এবং আয়তনের একক লব্ধ এককের উদাহরণ। আরও অনেক প্রাকৃতিক রাশি, যথাঃ—সরণ, দ্রুতি, বেগ, ত্বরণ, মন্দন, কার্য, শক্তি, ক্ষমতা প্রভৃতির এককও লব্ধ একক। সকল প্রাকৃতিক রাশির পরিমাপের এককগুলি প্রকাশ করিবার জন্য কতকগুলি পদ্ধতির প্রচলন আছে। যথাঃ—

(1) **সি. জি. এস্.** অথবা **ফ্রেঞ্চ** অথবা **মেট্রিক পদ্ধতি** (C. G S. or French or Metric System)

[এখানে C-অক্ষরটির অর্থ সেন্টিমিটার→দৈর্ঘ্যের একক
G-অক্ষরটির অর্থ গ্রাম→ভরের একক
আর S-অক্ষরটির অর্থ সেকেণ্ড→সময়ের একক]

(2) **এফ. পি. এস্.** অথবা **ব্রিটিশ পদ্ধতি** (F. P. S. or British System)

[এখানে F-অক্ষরটির অর্থ ফুট→দৈর্ঘ্যের একক

P-অক্ষরটির অর্থ পাউণ্ড→ভরের একক

আর S-অক্ষরটির অর্থ সেকেণ্ড→সময়ের একক]

(3) **এম্. কে. এস্. পদ্ধতি** (M. K. S. System)

[এখানে M-অক্ষরটির অর্থ মিটার→দৈর্ঘ্যের একক

K-অক্ষরটির অর্থ কিলোগ্রাম→ভরের একক

আর S-অক্ষরটির অর্থ সেকেণ্ড→সময়ের একক]

দৈর্ঘ্যের একক (Unit of length):

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে দৈর্ঘ্যের একক **সেণ্টিমিটার (centimetre)**। ফ্রান্সে অবস্থিত 'ওজন ও মাপের আন্তর্জাতিক কমিটি'তে রক্ষিত একটি প্লাটিনাম-ইরিডিয়াম (90 ভাগ প্লাটিনাম ও 10 ভাগ ইরিডিয়াম) দণ্ডের (যাহার উষ্ণতা 0°C) উপর দুইটি নির্দিষ্ট দাগের অন্তর্বর্তী দূরত্বকে এক **মিটার (metre)** বলে। সেণ্টিমিটারের অর্থ হইল এক মিটারের একশত ভাগের এক ভাগ। খুব ছোট ছোট কিংবা বড় দৈর্ঘ্য মাপিবার জন্য মিটারের ভগ্নাংশ এবং গুণিতাংশকে একক হিসাবে ব্যবহার করা হইয়া থাকে। যেমন—সেণ্টিমিটার, মিলিমিটার, কিলোমিটার ইত্যাদি।

1 মিটার (metre)	=100 সেণ্টিমিটার (centimetre)
1 সেণ্টিমিটার (cm.)	=10 মিলিমিটার (mm.)
1000 মিটার	=1 কিলোমিটার (km.)

ভরের একক (Unit of mass):

কোন বস্তুর ভর বলিতে ঐ বস্তুতে কতটা পরিমাণ পদার্থ আছে, তাহাই বুঝায়। সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ভরের একক **গ্রাম (gramme)**। ইহা 'ওজন ও মাপের আন্তর্জাতিক কমিটি'তে রক্ষিত প্লাটিনাম-ইরিডিয়াম নির্মিত একটি নিরেট চোঙের ভরের এক হাজার ভাগের এক ভাগ। এক গ্রামের এক হাজার ভাগের এক ভাগকে বলা হয় এক **মিলিগ্রাম**।

1000 গ্রাম (gm.)	=1 কিলোগ্রাম (kg.)
1 গ্রাম	=1000 মিলিগ্রাম (mgm.)

সময়ের একক (Unit of time):

পৃথিবীর আহ্নিক গতির জন্য আমরা সূর্যকে প্রতিদিন আকাশে পূর্বদিক হইতে পশ্চিমে যাইতে দেখি। সূর্য কোন স্থানের মধ্যরেখাকে (meridian) পর পর দুইবার অতিক্রম করিতে যে-সময় নেয় তাহাকে **সৌর দিবস (solar day)** বলে। বৎসরের

সকল সময় সৌর দিবস সমান থাকে না.; তবে প্রতি বৎসরে একই পরিবর্তনের ধারার পুনরাবৃত্তি ঘটে। বৎসরের সকল সময়ের সৌরদিবসের গড়কে এক **গড় সৌরদিবস (mean solar day)** বলে। এই গড় সৌরদিবসের 24 ভাগের এক ভাগকে বলা হয় এক **ঘণ্টা (hour)**। এক ঘণ্টার 60 ভাগের এক ভাগকে বলা হয় এক **মিনিট** এবং এক মিনিটের 60 ভাগের এক ভাগকে বলা হয় এক **সেকেণ্ড**। সব পদ্ধতিতেই এই সেকেণ্ডকেই ধরা হয় সময়ের একক ; মিনিট ও ঘণ্টা হইল সময়ের দুইটি বড় একক।

উপরে সি. জি. এস্. পদ্ধতি অনুযায়ী মৌলিক এককগুলির আলোচনা করা হইয়াছে। এইবার কয়েকটি লব্ধ একক সম্বন্ধে কিছু আলোচনা করা যাক।

ক্ষেত্রফলের একক (Unit of area) :

যে-বর্গক্ষেত্রের প্রত্যেক বাহু অর্থাৎ দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ উভয়েই এক সেণ্টিমিটার তাহার ক্ষেত্রফলকে সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষেত্রফলের একক হিসাবে ধরা হয়। এই এককের নাম **বর্গ সেণ্টিমিটার** বা sq. cm. অথবা cm^2.—এইরূপে লেখা হইয়া থাকে। তাহা হইলে ক্ষেত্রফলের একক একটি লব্ধ একক, কারণ ইহা দৈর্ঘ্যের একক হইতে বা একটি মৌলিক এককের সাহায্যে স্থির করা হইয়াছে।

আয়তনের একক (Unit of volume) :

যে-ঘনকের প্রত্যেক বাহু অর্থাৎ দৈর্ঘ্য, প্রস্থ এবং উচ্চতা প্রত্যেকেই এক সেণ্টিমিটার তাহার আয়তনকে সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে আয়তনের একক ধরা হয়। এই এককের নাম **ঘন সেণ্টিমিটার** (cubic centimetre বা c.c.)। **লিটার (Litre)** নামে আরও একটি এককের দৈনন্দিন জীবনে প্রচলন আছে।

1 লিটার = 1000 ঘন সেণ্টিমিটার (c.c.)

ঘনত্বের একক (Unit of density) :

কোন পদার্থের ঘনত্ব বলিতে ঐ পদার্থের একক আয়তনের ভরকে বুঝায়। কাজেই ঐ পদার্থের যে-কোন পরিমাণের ভর m gm. এবং আয়তন v c.c. হইলে উহার ঘনত্ব হইবে $\frac{m \text{ gm.}}{v \text{ c.c.}} = \rho$ gm./c.c. $[m/v = \rho]$। কাজেই সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে **ঘনত্বের একক gm./c.c.** বা gm. per c.c.। তাহা হইলে ঘনত্বের এককও একটি লব্ধ একক। এইভাবে সকল প্রাকৃতিক রাশির একক মৌলিক একক হইতে নির্ধারণ করা যায়।

বলবিদ্যা
(MECHANICS)

প্রথম অধ্যায়

কণিকা সম্বন্ধীয় গতিবিদ্যা

(Particle Dynamics)

1.0. বলবিদ্যা, স্থিতিবিদ্যা ও গতিবিদ্যা (Mechanics, Statics and Dynamics) :

কোন বস্তুর উপর বল (force) প্রযুক্ত হইলে বিভিন্ন প্রকার ক্রিয়া লক্ষ্য করা যায়। যেমন, আমরা জানি স্থির বস্তুকে সরাইতে হইলে কিংবা চলন্ত গাড়ির বেগ বৃদ্ধি বা হ্রাস করিতে হইলে উহাদের উপর বল প্রয়োগ করিতে হয়। বস্তুর উপর প্রযুক্ত বলের ক্রিয়া পদার্থবিজ্ঞানের যে-শাখায় আলোচিত হয়, তাহাকে **বলবিদ্যা** বলে। বলবিদ্যার যে-অংশে বস্তুর স্থিতি ও তাহার কার্য-কারণ-সম্বন্ধ আলোচনা করা হয়, তাহাকে বলে **স্থিতিবিদ্যা** এবং বলবিদ্যার যে-অংশে বস্তুর গতি ও তাহার কার্য-কারণ-সম্বন্ধ আলোচনা করা হয়, তাহাকে বলে **গতিবিদ্যা**।

1.1. বস্তু ও কণা (Body and Particle) :

ওজন ও আয়তন-বিশিষ্ট যে-কোন পদার্থখণ্ডকে **বস্তু** বলে ; আর আয়তনবিহীন অথচ ওজনবিশিষ্ট পদার্থের অংশকে বলে **কণা**। আয়তন নাই অথচ ওজন আছে—পদার্থের এইরূপ কোন অংশ থাকিতে পারে না। কণা যেন অনেকটা জ্যামিতিক বিন্দুর মত—ইহার অবস্থান আছে কিন্তু আয়তন নাই। তাহা হইলে মনে হইবে যে, 'কণা' বস্তুতঃ একটি কাল্পনিক জিনিস এবং কার্যতঃ, অত্যন্ত অল্প আয়তনের এবং ওজনবিশিষ্ট পদার্থকে আমরা কণা হিসাবে ধরিব। বস্তু অসংখ্য কণার সমষ্টি। যে বস্তুর কণাগুলির পারস্পরিক অবস্থান পরিবর্তিত হয় না তাহাকে **দৃঢ় বস্তু** (**rigid body**) বলে।

1.2. স্থিতি ও গতি, নির্দেশ-কাঠামো (Rest and Motion, Reference Frame) :

আমরা চারিদিকে যে-সমস্ত বস্তু দেখি, তাহাদের কোনটি সচল, আবার কোনটি স্থির। যদি কোন বস্তু সময়ের পরিপ্রেক্ষিতে স্থান হইতে স্থানান্তরে অবস্থান করে, তবে তাহাকে আমরা সচল বা গতিশীল বলিয়া থাকি ; আর যদি সর্বদাই একই স্থানে অবস্থান করে, তাহাকে স্থির বলিয়া থাকি। ঘরবাড়ী, গাছপালা ইত্যাদি এখন যে যেখানে আছে, একঘণ্টা বাদেও সে সেখানে থাকিবে ; অতএব ইহারা সব স্থির বস্তু। কিন্তু চলন্ত রেলগাড়ি, ছুটন্ত ঘোড়া প্রভৃতি গতিশীল। কিন্তু একটু ভাবিলে দেখা যাইবে,

বাড়ী, ঘর, গাছপালা প্রভৃতি যাহাদের আমরা স্থির বলিতেছি তাহারা কিন্তু প্রকৃতপক্ষে স্থির নহে। পৃথিবী সর্বদা প্রচণ্ডবেগে সূর্যের চারিদিকে নিজ কক্ষপথে প্রদক্ষিণ করিতেছে। সুতরাং পৃথিবীপৃষ্ঠে অবস্থিত গাছপালা প্রভৃতি কি করিয়া স্থির থাকিবে? মানুষ আজকাল চাঁদে যাইতে সক্ষম হইয়াছে। সেখান হইতে পৃথিবীপৃষ্ঠের বাড়ীঘর, গাছপালা প্রভৃতি লক্ষ্য করিতে পারিলে দেখা যাইবে, পৃথিবীপৃষ্ঠে অবস্থিত বাড়ীঘর, গাছপালা ইত্যাদি সমস্ত বস্তুই প্রচণ্ড বেগে ছুটিতেছে; অর্থাৎ আপাত দৃষ্টিতে আমরা যাহাকে স্থির বলিতেছি তাহা কিন্তু স্থির নহে, গতিসম্পন্ন। প্রকৃতপক্ষে এই বিশ্বে কোন বস্তুই স্থির নয়, অর্থাৎ চরম (absolute) স্থিতি কি তাহা আমরা জানি না।

তবে স্থিতি বলিতে কি কিছুই নাই? বস্তুর যে স্থিতি আমরা দেখি, তাহা কি? তাহা বস্তুর আপেক্ষিক (relative) স্থিতিমাত্র। **যদি কোন বস্তু তাহার পারিপার্শ্বিক বস্তুর সাপেক্ষে কখনই স্থান পরিবর্তন না করে, তবে তাহাকেই আমরা স্থির বলি; আর পারিপার্শ্বিক বস্তুর সাপেক্ষে যদি সে স্থান পরিবর্তন করে, তবে তাহাকে গতিশীল বা সচল বলিয়া থাকি।** এই প্রকার স্থিতি ও গতিকে **আপেক্ষিক স্থিতি ও গতি** বলা হইয়া থাকে। কোন বস্তু স্থির কিংবা গতিশীল বলিলে তাহা কোন্ বস্তু বা কাহার সাপেক্ষে স্থির অথবা গতিশীল তাহা অবশ্যই উল্লেখ করিতে হইবে—নতুবা উক্তিটি অর্থহীন হইয়া পড়ে। যেমন, পৃথিবীপৃষ্ঠের গাছপালা, ঘরবাড়ী প্রভৃতি পৃথিবীর সাপেক্ষে স্থির হইলেও অন্যান্য গ্রহের সাপেক্ষে কিন্তু স্থির নয়; আবার গতিশীল বিমানের যাত্রীরা পৃথিবীর সাপেক্ষে গতিশীল হইলেও বিমানের সাপেক্ষে কিন্তু স্থির। **যে বস্তু বা যাহার সাপেক্ষে কোন বস্তুর স্থিতি বা গতির উল্লেখ করা হয়, তাহাকে নির্দেশ-কাঠামো** (reference frame) **বলে।** কোন বস্তু স্থির না গতিশীল, তাহা উল্লেখ করিতে হইলে আমরা সাধারণতঃ পৃথিবীকে নির্দেশ-কাঠামো হিসাবে ধরি এবং উহার সাপেক্ষে বস্তুর স্থিতি ও গতি উল্লেখ করিয়া থাকি।

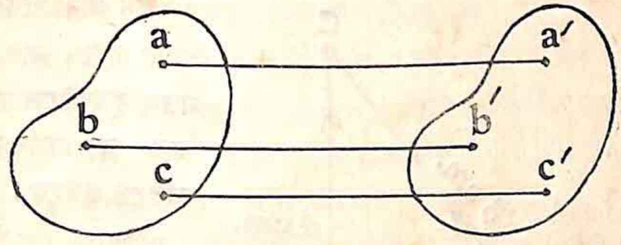
1.3. গতির প্রকারভেদ (Different types of motion):

গতি দুই প্রকার:—

(i) **চলন** (Translation) ও (ii) **ঘূর্ণন** (Rotation)।

(i) **চলন**—কোন কণা যদি দিক পরিবর্তন না করিয়া সরলরেখায় বরাবর একই দিকে চলে, তবে তাহার গতিকে **চলন** বলে; আর দৃঢ় বস্তুর ক্ষেত্রে যদি উহার প্রত্যেকটি কণা একটি নির্দিষ্ট দিকে একই দূরত্ব অতিক্রম করিয়া স্থান পরিবর্তন করে,

তাহা হইলে বস্তুর ঐ প্রকার গতিকেও **চলন** বলে। ধরা যাক, কোন একটি দৃঢ় বস্তু চলন গতির ফলে একটি অবস্থান হইতে কিছু সময় পরে অন্য অবস্থানে গিয়া পৌঁছাইল (চিত্র 1)। a, b ও c হইল বস্তুর যে-কোন তিনটি কণার প্রথম অবস্থিতি, আর a′, b′ ও c′ হইল ঐ কণা তিনটির দ্বিতীয় অবস্থিতি। a ও a′, b ও b′ এবং c ও c′ বিন্দুগুলি সরলরেখা দ্বারা যুক্ত করিলে দেখা যাইবে aa′, bb′ ও cc′ সরলরেখাগুলি পরস্পর সমান্তরাল এবং পরিমাপ করিলে দেখা যাইবে aa′ = bb′ = cc′; অর্থাৎ বস্তুর ঐ কণা তিনটি একটি নির্দিষ্ট দিকে একই দূরত্ব অতিক্রম করিয়াছে। এইভাবে বস্তুর বিভিন্ন কণার প্রথম ও শেষ অবস্থিতি যোগ করিলে যে-সরলরেখাগুলি পাওয়া যাইবে, দেখা যাইবে তাহারা পরস্পর সমান ও সমান্তরাল; অর্থাৎ চলনগতির ক্ষেত্রে বস্তুর প্রতিটি কণা একই দিকে একই দূরত্বে সরিয়া যাইবে।

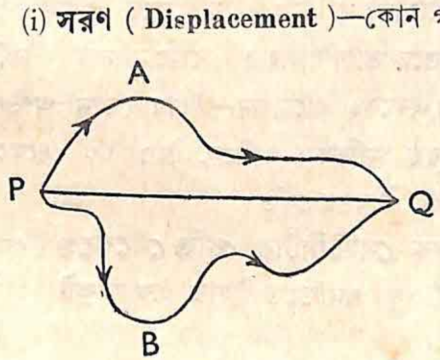


চিত্র 1

(ii) **ঘূর্ণন**—যদি কোন কণা কোন নির্দিষ্ট বিন্দু অথবা সরলরেখা হইতে সর্বদা দূরত্ব নির্দিষ্ট রাখিয়া উহার চারিদিকে চক্রাকারে পরিভ্রমণ করে, তবে তাহার গতিকে বলে **ঘূর্ণন**; আর দৃঢ় বস্তুর ক্ষেত্রে যদি বস্তুর প্রত্যেকটি কণা কোন নির্দিষ্ট সরলরেখা হইতে সর্বদা দূরত্ব নির্দিষ্ট রাখিয়া উহার চারিদিকে চক্রাকারে পরিভ্রমণ করে তবে তাহার গতিকে বলে **ঘূর্ণন**।

1.4. চলন সংক্রান্ত কয়েকটি রাশি এবং উহাদের সংজ্ঞা ও একক ঃ

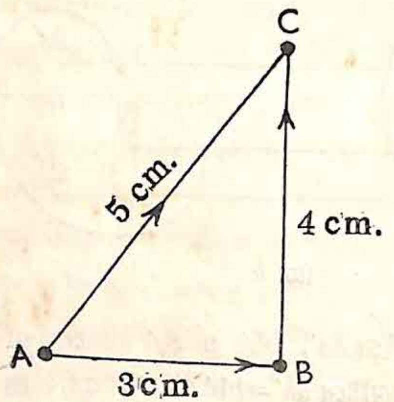
(i) **সরণ (Displacement)**—কোন গতিশীল বস্তু যখন কোন বিশেষ অভিমুখে স্থান পরিবর্তন করে তখন ঐ বস্তুর প্রথম ও শেষ অবস্থানের মধ্যে রৈখিক দূরত্বকে (Linear distance) উহার **সরণ** বলে।



চিত্র 2

মনে করি, একটি বস্তু স্থান পরিবর্তন করিয়া P হইতে Q-তে আসিয়াছে (চিত্র 2)। আসিবার পথ PAQ অথবা PBQ যাহাই হউক না কেন, PQ দূরত্ব সরণ নির্দেশ করিতেছে। স্থান পরিবর্তন বুঝাইবার জন্য

কেবলমাত্র PQ-এর মান বলিলে চলিবে না, উহার কোন্‌দিকে সরণ হইয়াছে তাহাও বলিতে হইবে ; কোন্‌দিকে সরণ হইয়াছে তাহা না বলিলে, PQ-এর মান ও P-এর অবস্থান জানা সত্ত্বেও Q-এর অবস্থান জানিতে পারা যাইবে না। অতএব **কোন বস্তুর সরণ বুঝাইতে হইলে উহার মান এবং দিক বা অভিমুখ উভয়েরই উল্লেখ করিতে হইবে।**



চিত্র 3

এইবার একটি উদাহরণের সাহায্যে সরণের অর্থ বুঝিবার চেষ্টা করা যাক। মনে করি, কোন বস্তু A-হইতে প্রথমে পূর্বদিকে 3 cm. সরিয়া B-তে গেল (চিত্র 3) এবং পরে B-হইতে উত্তর দিকে C পর্যন্ত 4 cm. দূরে সরিয়া গেল। সংজ্ঞা অনুসারে, বস্তুটির সরণ হইবে AC দূরত্ব। যেহেতু $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$, সুতরাং AC = 5 cm. ; তাহা হইলে সরণের মান হইবে 5 cm. এবং উহার দিক AC-এর অভিমুখে।

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে সরণের একক সেণ্টিমিটার (cm.) এবং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার একক ফুট (ft.)।

(ii) **দ্রুতি** (**Speed**)—সময়ের সাপেক্ষে কোন বস্তু বা কণার অবস্থান পরিবর্তনের হারকে (rate) বলে ঐ বস্তু বা কণার **দ্রুতি** ; অর্থাৎ, কোন বস্তু বা কণা যে-কোন দিকে, অর্থাৎ সরল বা বক্রপথে, এক সেকেণ্ডে যে দূরত্ব অতিক্রম করে তাহাকে বলে ঐ বস্তু বা কণার দ্রুতি।

মনে করা যাক, একটি গাড়ি ঘণ্টায় 20 কিলোমিটার পথ যাইতেছে—ইহাই হইল গাড়ির দ্রুতি। গাড়ি কোন্‌দিকে যাইতেছে তাহা বলিবার প্রয়োজন নাই। দ্রুতি প্রকাশ করিতে কেবলমাত্র মান ও উহার এককের প্রয়োজন—উহার কোন অভিমুখ নাই। কোন বস্তু t সেকেণ্ড সময়ে s দূরত্ব অতিক্রম করিলে, উহা এক সেকেণ্ডে s/t দূরত্ব অতিক্রম করিবে। এই s/t হইল ঐ বস্তুর দ্রুতি।

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে দ্রুতির একক **সেণ্টিমিটার প্রতি সেকেণ্ডে (cm/sec. বা cm. per sec.)** এবং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার একক **ফুট প্রতি সেকেণ্ডে (ft/sec. বা ft per sec.)**।

(iii) **বেগ** (**Velocity**)—কোন বস্তু বা কণার নির্দিষ্ট দিকে সময়ের সহিত অবস্থান পরিবর্তনের হারকে (rate) উহার **বেগ** বলে ; অর্থাৎ, এক সেকেণ্ড সময়ে

বস্তু বা কণার সরণকে উহার বেগ বলে। সরণ প্রকাশ করিবার জন্য মান ও দিক উভয়ের প্রয়োজন হয় বলিয়া বেগ প্রকাশ করিবার জন্যও মান ও দিক উভয়ের উল্লেখ করা প্রয়োজন ; অর্থাৎ, কোন নির্দিষ্ট দিকে বস্তুর দ্রুতিই হইল উহার বেগ।

মনে করি, কোন বস্তু কোন নির্দিষ্ট দিকে t সেকেণ্ডে s cm. দূরত্ব অতিক্রম করে। তাহা হইলে বস্তুটি ঐ নির্দিষ্ট দিকে 1 সেকেণ্ডে s/t cm. দূরত্ব অতিক্রম করিবে বা বস্তুটির ঐ নির্দিষ্ট দিকে বেগ হইল **s/t সেণ্টিমিটার প্রতি সেকেণ্ডে**। বস্তুর বেগ $u = s/t$ cm/sec অথবা $u = s/t$ cm per sec—এইভাবে লেখা হইয়া থাকে।

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে বেগের একক **সেণ্টিমিটার প্রতি সেকেণ্ডে** (cm/ per sec অথবা cm/sec) এবং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে **ফুট প্রতি সেকেণ্ডে** ft/per sec অথবা ft/sec)।

উদাহরণ :

একটি বস্তু কোন নির্দিষ্ট দিকে 1 মিনিটে 60 metre দূরত্ব অতিক্রম করিলে উহার বেগ কত ?

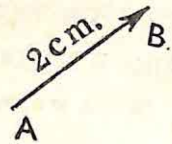
এখানে $t = 1 \text{ min.} = 60 \text{ sec.}$

$s = 60 \text{ metre} = 6000 \text{ cm.}$

$$\text{তাহা হইলে, বেগ} = u = \frac{s}{t} = \frac{60 \text{ metre}}{60 \text{ sec.}} = 1 \text{ metre/sec.}$$

$$\text{অথবা,}\quad u = \frac{s}{t} = \frac{6000 \text{ cm.}}{60 \text{ sec.}} = 100 \text{ cm/sec.}$$

মনে রাখিতে হইবে, **দ্রুতি এবং বেগের একক এক হইলেও উহারা কিন্তু এক জিনিস নহে**। যেমন, কোন বস্তু যদি প্রতি মিনিটে উত্তর দিকে 60 মিটার যায় এবং অপর কোন বস্তু প্রতি মিনিটে পশ্চিম দিকে 60 মিটার যায়, তাহা হইলে বলিতে হইবে উহাদের দ্রুতি সমান ; কিন্তু উহাদের গতির দিক বা অভিমুখ ভিন্ন হইবার জন্য উহাদের বেগ এক নহে। ঘড়ির কাঁটা বৃত্তাকার পথে ঘোরে এবং একই সময়ে একই পথ অতিক্রম করে। সুতরাং সমস্ত বৃত্তাকার পথে কাঁটার দ্রুতি একই হইবে কিন্তু গতির অভিমুখ (গতির অভিমুখ হইল বৃত্তাকার পথের স্পর্শক) পরিবর্তনের জন্য বেগ প্রতিমুহূর্তে পরিবর্তিত হইবে। সরলরেখার দৈর্ঘ্যের দ্বারা বেগের পরিমাণ এবং তীর-চিহ্ন দ্বারা উহার অভিমুখ প্রকাশ করা হইয়া থাকে (চিত্র 4)। 4নং চিত্রে AB সরলরেখার দৈর্ঘ্য 2 cm. এবং উহার দ্বারা কোন বস্তুর বেগ প্রকাশ করিতে হইলে বুঝিতে হইবে ঐ বস্তুর বেগ 2 cm/sec এবং বেগটির অভিমুখ তীর-চিহ্নের দিকে বা AB অভিমুখে।



চিত্র 4

(iv) **ত্বরণ** (**Acceleration**)—কোন গতিশীল বস্তু ক্রমবর্ধমান বেগে চলিতে থাকিলে সময়ের সহিত উহার বেগের পরিবর্তনের হারকে **ত্বরণ** বলে। যেমন, ট্রেন যখন চলিতে আরম্ভ করে তখন উহার বেগ ক্রমশঃ বাড়িতে থাকে। বেগ বৃদ্ধির হারই হইল ট্রেনটির ত্বরণ।

মনে করি, কোন একটি ক্রমবর্ধমান বেগবিশিষ্ট গতিশীল বস্তুর বেগ কোন মুহূর্তে 24 ft/sec ; 10 সেকেণ্ড পরে উহার বেগ হইল 54 ft/sec এবং আরও 10 সেকেণ্ড পরে উহার বেগ হইল 84 ft/sec। এক্ষেত্রে তাহা হইলে বস্তুটির বেগ প্রতি 10 সেকেণ্ডে 30 ft/sec বৃদ্ধি পাইতেছে বা বস্তুটির বেগ সময়ের সহিত একটি নির্দিষ্ট হারে বৃদ্ধি পাইতেছে এবং সময়ের সহিত বস্তুটির বেগ পরিবর্তনের হার প্রতি সেকেণ্ডে $\frac{30 \text{ ft/sec}}{10 \text{ sec}} = 3$ ft/sec/sec ; ইহাই হইল ঐ গতিশীল বস্তুটির **ত্বরণ**। এখানে লক্ষ্য করিবার বিষয় যে, ত্বরণ প্রকাশ করিতে হইলে 'per sec' বা '/sec' বা 'প্রতি সেকেণ্ডে' কথাটি দুইবার লিখিতে হইতেছে, একবার বেগ প্রকাশ করিবার জন্য ও আর একবার বেগ পরিবর্তনের হার বুঝাইবার জন্য।

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ত্বরণের একক হইল **সেণ্টিমিটার প্রতি সেকেণ্ডে প্রতি সেকেণ্ডে** বা cm per sec per sec। ইহাকে cm/sec/sec অথবা cm/sec^2—এভাবেও লেখা হইয়া থাকে। এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ত্বরণের একক ft per sec per sec বা ft/sec/sec বা ft/sec^2।

(v) **মন্দন** (**Retardation**)—কোন বস্তু ক্রমহ্রাসমান বেগে চলিতে থাকিলে সময়ের সহিত উহার বেগের পরিবর্তনের হারকে **মন্দন** বলে। যেমন, চলন্ত ট্রেন থামিবার সময় উহার বেগ ক্রমশঃ কমিতে থাকে—বেগ হ্রাসের হারকেই বলে ট্রেনটির মন্দন। মন্দনকে আমরা **ঋণাত্মক** (negative) **ত্বরণ** বলিতে পারি এবং ইহার একক ত্বরণের এককের অনুরূপ।

(vi) **ভরবেগ** (**Momentum**)—ভরবেগ হইল কোন গতিশীল বস্তুর ভর ও বেগের গুণফল। মনে করা যাক, m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু v বেগের সহিত চলিতেছে। তাহা হইলে উহার ভরবেগ $= mv$ (ভরবেগ সম্বন্ধে বিস্তারিত আলোচনা দ্বিতীয় অধ্যায়ে করা হইবে)।

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ভরবেগের একক **গ্রাম-সেণ্টিমিটার প্রতি সেকেণ্ডে** (gm. cm/sec.) এবং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার একক **পাউণ্ড-ফুট প্রতি সেকেণ্ডে** (lb. ft/sec.)।

1.5. ঋজুগতি সম্পর্কীয় সমীকরণ (Kinematical Equations of rectilinear motion) :

যখন কোন বস্তু বা কণা সরলরেখায় চলিতে থাকে তখন উহার বেগ, ত্বরণ, সরণ প্রভৃতি সময়ের উপর নির্ভর করে এবং এই রাশিগুলি পরস্পরের সহিত সম্পর্কে আবদ্ধ ও এই সম্পর্ক কয়েকটি সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা হইয়া থাকে। এই সমীকরণ-গুলিকে ঋজুগতি সম্পর্কীয় সমীকরণ বলে।

(i) **প্রথম সমীকরণ—কোন বস্তু বা কণা t সেকেণ্ড সময় ব্যাপিয়া u-সমবেগের সহিত চলিলে কতটা দূরত্ব অতিক্রম করিবে ?**

মনে করা যাক, কোন বস্তু u-সমবেগের সহিত t সেকেণ্ড সময় ব্যাপিয়া চলিবার পর s দূরত্ব অতিক্রম করিল। সংজ্ঞা হইতে আমরা জানি, বেগ হইল অতিক্রান্ত দূরত্ব ও তজ্জন্য সময়ের ভাগফল।

সুতরাং, $u=\frac{s}{t}$

অথবা, $\mathbf{s=ut}\cdots \quad \cdots \quad \cdots(1)$

উদাহরণ :

একটি মোটরগাড়ি সমবেগে ছুটিয়া 15 মিনিটে 0·9 km. (কিলোমিটার) রাস্তা অতিক্রম করিলে, ঐ গাড়ির বেগ নির্ণয় কর।

এক্ষেত্রে $t=15$ min. $=(15\times 60)$ sec.

এবং $s=0{\cdot}9$ km. $=(0{\cdot}9\times 1000)$ metre

$=(0{\cdot}9\times 1000\times 100)$ cm.

অতএব ঐ গাড়ির বেগ $u=\frac{s}{t}$

$$=\frac{0{\cdot}9\times 1000}{15\times 60}\text{ metre/sec.}$$

$$=1\text{ metre/sec.}$$

$$\text{অথবা, } u=\frac{0{\cdot}9\times 1000\times 100}{15\times 60}\text{ cm/sec.}$$

$$=100\text{ cm/sec.}$$

(ii) **দ্বিতীয় সমীকরণ—u-প্রাথমিক বেগসম্পন্ন কোন বস্তু বা কণা f-সমত্বরণের সহিত t-সেকেণ্ড সময় ব্যাপিয়া চলিবার পর উহার বেগ কত হইবে ?**

মনে করা যাক, কোন বস্তু বা কণা u-প্রাথমিক বেগের সহিত গতি শুরু করিয়া এইরূপ ক্রমবর্ধমান বেগে চলিতে লাগিল যে উহার ত্বরণ f এবং t-সেকেণ্ড পরে উহার বেগ v হইল।

তাহা হইলে, প্রাথমিক বেগ $= u$

চূড়ান্ত বেগ $= v$

বেগের পরিবর্তন = চূড়ান্ত বেগ − প্রাথমিক বেগ

$= v - u$

এবং এই বেগ পরিবর্তন ঘটিল t-সেকেণ্ড সময়ে।

অতএব বেগের পরিবর্তনের হার $= \dfrac{v-u}{t}$ এবং সংজ্ঞানুযায়ী ইহাই হইল ঐ বস্তুর বা কণার ত্বরণ f.

স্থতরাং, $f = \dfrac{v-u}{t}$

অথবা, $\mathbf{v = u + ft}$ $\cdots$ $\cdots$ $\cdots$(2)

[**দ্রষ্টব্য :** যদি বস্তুকণার কোন প্রাথমিক বেগ না থাকে, অর্থাৎ বস্তুকণা স্থির অবস্থা হইতে চলিতে শুরু করে, তাহা হইলে $u = 0$ এবং সেক্ষেত্রে

$\mathbf{v = ft}$ $\cdots$ $\cdots$ $\cdots$ (2, i)

আর বস্তুকণা f ত্বরণের পরিবর্তে f মন্দন লইয়া চলিতে থাকিলে 2নং সমীকরণে f-কে $-f$ ধরিতে হইবে, কারণ মন্দন হইল ঋণাত্মক ত্বরণ। অতএব,

$\mathbf{v = u - ft}$ $\cdots$ $\cdots$ $\cdots$ (2, ii)]

উদাহরণ :

(1) একটি বস্তুকণা 30 cm/sec প্রাথমিক বেগের সহিত চলিতে আরম্ভ করিয়া 5 cm/sec^2 সমত্বরণের সহিত 10 sec. সময়ের জন্য চলিলে উহার চূড়ান্ত বেগ কত হইবে ?

এখানে u = প্রাথমিক বেগ = 30 cm/sec.

f = ত্বরণ = 5 cm/sec.^{2}

t = সময় = 10 sec.

অতএব, v = চূড়ান্ত বেগ $= u + ft$

$= (30 + 5 \times 10)$ cm/sec.

$= 80$ cm/sec.

(2) 36 km./hour বেগ লইয়া ছুটিতে ছুটিতে একটি মোটরগাড়ি হঠাৎ ব্রেক কষিয়া 5 sec. সময়ে থামিয়া গেল। ইহাতে কত মন্দন সৃষ্টি হইয়াছিল?

এখানে চূড়ান্ত বেগ $=v=0.$

প্রাথমিক বেগ $=u=36$ km/hour

$$=\frac{(36\times1000\times100)}{60\times60}\text{ cm/sec.}$$

সময় $=t=5$ sec.

$v=u-ft$ সমীকরণে $v=0$ বসাইলে আমরা পাই $u=ft.$ অতএব,

$$f=\frac{u}{t}=\frac{36\times1000\times100}{60\times60\times5}\text{ cm/sec.}^2$$

$$=200\text{ cm/sec.}^2$$

$$=2\text{ metre/sec.}^2$$

(iii) **তৃতীয় সমীকরণ—u-প্রাথমিক বেগসম্পন্ন কোন বস্তু বা কণা f-সমত্বরণ লইয়া t-সেকেণ্ড সময় ব্যাপিয়া চলিবার পর উহা কতটা দূরত্ব অতিক্রম করিবে?**

বস্তুকণার গতিতে ত্বরণ থাকিবার ফলে উহার বেগ প্রতি মুহূর্তে পরিবর্তিত হইতে থাকিবে। এইরূপ পরিবর্তনশীল বেগের সহিত চলিয়া বস্তুকণা কোন নির্দিষ্ট সময়ে কতটা দূরত্ব অতিক্রম করিবে তাহা জানিতে হইলে প্রথমে উহার গড় বেগ নির্ণয় করা যাক। মনে করা যাক, গড় বেগ $=V$ এবং গড়বেগ নির্ণয়ের পর যদি মনে করা যায় যে বস্তুকণার গতিতে কোন ত্বরণ নাই এবং উহা নির্ণেয় গড় বেগের (V) সমান সমবেগের সহিত চলিতেছে, তাহা হইলে ঐ নির্দিষ্ট সময়ে বস্তুকণা যে-দূরত্ব অতিক্রম করিবে, তাহাই হইবে পরিবর্তনশীল বেগের সহিত একই সময়ে অতিক্রান্ত দূরত্বের সমান।

মনে করি, প্রাথমিক বেগ $=u$

t সেকেণ্ড পরে চূড়ান্ত বেগ $=v$

ত্বরণ $=f$

সুতরাং, প্রাথমিক ও চূড়ান্ত বেগের গড় $=\frac{u+v}{2}$

এখন t-অবকাশ শুরু হইবার 1 সেকেণ্ড পরে বস্তুকণার বেগ $=u+f$, এবং

t-অবকাশ শেষ হইবার 1 সেকেণ্ড আগে বস্তুকণার বেগ $=v-f.$

সুতরাং t-অবকাশ শুরু হইবার 1 সেকেণ্ড পর এবং শেষ হইবার 1 সেকেণ্ড পূর্বের বেগের গড় $=\frac{(u+f)+(v-f)}{2}=\frac{u+v}{2}$

আবার t-অবকাশ শুরু হইবার 2 সেকেণ্ড পরে বস্তুকণার বেগ $= u+2f$

এবং t-অবকাশ শেষ হইবার 2 সেকেণ্ড আগে বস্তুকণার বেগ $= v-2f$

সুতরাং t-অবকাশ শুরু হইবার 2 সেকেণ্ড পর এবং শেষ হইবার 2 সেকেণ্ড পূর্বের বেগের গড় $= \dfrac{(u+2f)+(v-2f)}{2} = \dfrac{u+v}{2}$

এইভাবে দেখানো যায়, t-অবকাশের শুরুর যে-কোন সময় পরে এবং শেষের ঠিক তত সময় আগের যে বেগ, তাহাদের গড় সমান এবং এই গড় $=(u+v)/2$; তাহা হইলে এইবার বলা যায়, বস্তুকণার নির্ণেয় গড় বেগ $= \dfrac{u+v}{2}$

অতএব বস্তুকণা কর্তৃক অতিক্রান্ত দূরত্ব $= s$

$= $ গড় বেগ $\times$ সময়

$= \dfrac{u+v}{2} \times t$

কিন্তু আমরা জানি, $v = u+ft$

সুতরাং, $s = \dfrac{u+(u+ft)}{2} \times t$

অথবা, $\mathbf{s = ut + \frac{1}{2}ft^2}$ ... ... (3)

[**দ্রষ্টব্য :** যদি বস্তুকণার কোন প্রাথমিক বেগ না থাকে, অর্থাৎ $u=0$ বা বস্তুকণা স্থির অবস্থা হইতে যাত্রা শুরু করে, তাহা হইলে সেক্ষেত্রে

$\mathbf{s = \frac{1}{2}ft^2}$ ... ... (3, i)

আর বস্তুকণা যদি ক্রমহ্রাসমান বেগে চলিতে থাকে এবং উহার মন্দন যদি f হয়, তবে সেক্ষেত্রে

$\mathbf{s = ut - \frac{1}{2}ft^2}$ ... ... (3, ii)]

উদাহরণ :

(1) 50 cm/sec. প্রাথমিক বেগসম্পন্ন একটি বস্তুকণা 10 sec. সময়ে 1 metre দূরত্ব অতিক্রম করিল। বস্তুকণার গতির ত্বরণ কত ?

এখানে $s = 1$ metre $= 1000$ cm.

$u = 50$ cm/sec.

$t = 10$ sec., $f = ?$

আমরা জানি, $s = ut + \frac{1}{2}ft^2$.

$\therefore\ 1000 = 50 \times 10 + \frac{1}{2}f.10^2$

বা, $1000 = 500 + 50f$

সুতরাং, $f = 10$ cm/sec.^{2}

(2) স্থিরাবস্থা হইতে যাত্রা শুরু করিয়া একটি ট্রেন সমত্বরণের সহিত চলিতে লাগিল এবং 2 minute সময়ে 43·2 km./hour গতিবেগ সঞ্চয় করিল। 5 minute সময়ে ট্রেনটি কতদূর যাইবে ?

এখানে $u=0$, $v=43{\cdot}2$ km/hour যখন $t=2$ minute.

অর্থাৎ, $v=\dfrac{43{\cdot}2\times1000\times100}{60\times60}$ cm/sec. যখন $t=120$ sec.

$=1200$ cm/sec. যখন $t=120$ sec.

আমরা জানি, $v=u+ft$

$\therefore\quad 1200=0+f.120$

$\therefore\quad f=10$ cm/sec.^{2}

এইবার $t=5$ min. $=(5\times60)$ sec.

আমরা জানি, $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$.

$$\therefore\quad s=0\times(5\times60)+\tfrac{1}{2}\times10\times(5\times60)^2$$
$$=450000 \text{ cm.}$$
$$=4{\cdot}5 \text{ km.}$$

(3) ঘণ্টায় 30 mile বেগে চলন্ত একটি রেলগাড়িতে স্টেশন হইতে কিছুদূরে 4 ft/sec.^{2} মন্দন সৃষ্টিকারী ব্রেক কষা হইল এবং গাড়িটি স্টেশনে আসিয়া থামিল। স্টেশন হইতে কতদূরে ব্রেক কষা হইয়াছিল এবং গাড়িটির থামিতে কত সময় লাগিল ?

এখানে $v=0$ এবং $u=30$ miles/hour

$$=\frac{30\times1760\times3}{60\times60} \text{ ft/sec.}$$
$$=44 \text{ ft/sec.}$$

আর $f=4$ ft/sec.^{2}

$s=?$ এবং $t=?$

আমরা জানি, $v=u-\text{ft}$

$\therefore\quad 0=44-4t$

অথবা, $t=11$ sec.

আবার আমরা ইহাও জানি, $s=ut-\frac{1}{2}ft^2$

সুতরাং $s=44\times11-\frac{1}{2}\times4\times11^2$

$=484-242$

$=242$ ft.

অর্থাৎ, স্টেশন হইতে 242 ft. দূরে ব্রেক কষা হইয়াছিল এবং গাড়িটি থামিতে 11 sec. সময় লাগিয়াছিল।

(iv) **চতুর্থ সমীকরণ—u-প্রাথমিক বেগসম্পন্ন কোন বস্তু বা কণা f-সমত্বরণ লইয়া s-দূরত্ব অতিক্রম করিবার পর কত বেগ সঞ্চয় করিবে ?**

মনে করা যাক, প্রাথমিক বেগ $=u$

চূড়ান্ত বেগ $=v$

এবং ত্বরণ $=f$

আমরা জানি, $v=u+ft$ [2নং সমীকরণ হইতে]

$$\therefore \quad v^2=(u+ft)^2=u^2+2uft+f^2t^2$$

$$=u^2+2f(ut+\tfrac{1}{2}ft^2)$$

$$=u^2+2fs \text{ [3নং সমীকরণ হইতে]}$$

সুতরাং, $\mathbf{v^2=u^2+2fs}$ ... ... (4)

[**দ্রষ্টব্য :** বস্তুকণার যদি কোন প্রাথমিক বেগ না থাকে, অর্থাৎ $u=0$,

তাহা হইলে $\mathbf{v^2=2fs}$ ... ... (4, i)

আর বস্তুকণা যদি ত্বরণের পরিবর্তে f-মন্দন লইয়া চলে, তবে

$\mathbf{v^2=u^2-2fs}$ ... ... (4, ii)]

উদাহরণ :

(1) 5 metre দূরত্ব অতিক্রম করিতে একটি বস্তুকণার গতিবেগ 20 cm/sec. হইতে পরিবর্তিত হইয়া 30 cm/sec. হইল। বস্তুকণার গতির ত্বরণ নির্ণয় কর।

আমরা জানি, $v^2=u^2+2fs$

এখানে $v=30$ cm/sec., $u=20$ cm/sec.

এবং $s=5$ metre $=500$ cm.

$$\therefore \quad 30^2=20^2+2.f.500$$

বা, $900=400+1000f$

সুতরাং, $f=0{\cdot}5$ cm/sec^2

(2) একটি বন্দুকের গুলি দেওয়ালে লাগিয়া 3 inch প্রবেশ করিবার পর উহার বেগ অর্ধেক হইয়া গেল। গুলিটি আর কতটা দেওয়ালের ভিতর যাইবে ?

মনে করা যাক, গুলিটির প্রাথমিক বেগ $=x$

$\therefore$ দেওয়ালের মধ্যে 3 inch প্রবেশ করার পর গুলির বেগ

$=v=x/2.$

আর এখানে $s=3$ inch $=\frac{1}{4}$ ft.

আমরা জানি, $v^2=u^2-2fs$

$$\therefore \quad \left(\frac{x}{2}\right)^2=x^2-2.f.\tfrac{1}{4}$$

অথবা, $\dfrac{x^2}{4}=x^2-\dfrac{f}{2}$

সুতরাং $f=\dfrac{3}{2}x^2$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে $v=0$ এবং $u=x/2$, আর $f=\frac{3}{2}x^2$, $S=?$

সুতরাং $v^2=u^2-2fs$ সমীকরণ হইতে

$$0^2=\left(\frac{x}{2}\right)^2-2(\tfrac{3}{2}x^2)S$$

অথবা $0=\dfrac{x^2}{4}-3x^2S$

সুতরাং $S=\dfrac{x^2}{4}/3x^2=\frac{1}{12}$ ft.

$=1$ inch

অর্থাৎ গুলিটি দেওয়ালের মধ্যে 3 inch প্রবেশ করিবার পর আরও 1 inch প্রবেশ করিবে।

(v) **পঞ্চম সমীকরণ—u-প্রাথমিক বেগ ও f-ত্বরণের সহিত কোন বস্তুকণা যাত্রা শুরু করিলে কোন নির্দিষ্ট সেকেণ্ডে কত পথ অতিক্রম করিবে ?**

যদি কোন নির্দিষ্ট সেকেণ্ডে, ধরা যাক t-তম সেকেণ্ডে (t-th sec-এ), বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত পথ $=S_t$ হয়, তাহা হইলে

$S_t=t$ sec. সময় ব্যাপিয়া বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত পথ

$-(t-1)$ sec. সময় ব্যাপিয়া বস্তু কর্তৃক অতিক্রান্ত পথ

অর্থাৎ, $S_t=(ut+\frac{1}{2}ft^2)-\{u(t-1)+\frac{1}{2}f(t-1)^2\}$

$=(ut+\frac{1}{2}ft)^2-\{ut-u+\frac{1}{2}f(t^2-2t+1)\}$

$=ut+\frac{1}{2}ft^2-ut+u-\frac{1}{2}ft^2+ft-\frac{1}{2}f$

$=u+ft-\frac{1}{2}f$

$=u+\frac{1}{2}f(2t-1)$

সুতরাং, $\mathbf{S_t=u+\frac{1}{2}f(2t-1)}$ ....(5)

উদাহরণ :

কোন বস্তুকণা উহার গতির দ্বাদশ সেকেণ্ডে 72 cm. এবং ষোড়শ সেকেণ্ডে 96 cm. পথ অতিক্রম করিলে উহার প্রাথমিক বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

এখানে প্রশ্নানুসারে $S_{12}=72$ cm.

এবং $S_{16}=96$ cm.

এখন $S_t=u+\frac{1}{2}f(2t-1)$ সমীকরণ হইতে আমরা লিখিতে পারি,

$S_{12}=u+\frac{1}{2}f(2\times12-1)=u+\frac{23}{2}f$

এবং $S_{16}=u+\frac{1}{2}f(2\times16-1)=u+\frac{31}{2}f$

$\therefore\ S_{16}-S_{12}=(u+\frac{31}{2}f)-(u+\frac{23}{2}f)$

$\therefore 96-72=4f$

সুতরাং $f=6$ cm/sec.^{2}

এখন $S_{12}=u+\frac{23}{2}f$—এই সমীকরণে f-এর মান বসাইলে,

$72=u+\frac{23}{2}\times6=u+69$

সুতরাং, $u=3$ cm/sec.

সুতরাং বস্তুকণার প্রাথমিক বেগ $=3$ cm/sec. এবং ত্বরণ $=6$ cm/sec.^{2}

কয়েকটি অতিরিক্ত উদাহরণ :

(1) একটি মোটরগাড়ি স্থির অবস্থা হইতে 3 ft/sec^2 ত্বরণের সহিত যাত্রা করিয়া 15 সেকেণ্ডে কিছু গতিবেগ সঞ্চয় করিল এবং তারপর সমবেগে চলিতে লাগিল। 30 সেকেণ্ড পরে আর একটি মোটরগাড়ি ঐ একই জায়গা হইতে কত ত্বরণের সহিত স্থিরাবস্থা হইতে যাত্রা করিলে 1 মিনিট পরে প্রথম গাড়িটিকে ধরিয়া ফেলিবে?

প্রথম গাড়িটির ক্ষেত্রে $u=0,\ f=3$ ft/sec.^{2}

অতএব 15 sec. পরে গাড়িটির বেগ হইবে $v=u+ft$.

$=0+3\times15=45$ ft/sec.

এবং তারপর গাড়িটি 45 ft/sec. সমবেগের সহিত চলিতে থাকিবে।

এখন প্রথম গাড়ি কর্তৃক 1 মিনিটে অতিক্রান্ত দূরত্ব (ধরা যাক S)

= প্রথম 15 সেকেণ্ডে ত্বরিত গতিতে অতিক্রান্ত দূরত্ব (ধরা যাক s_1)

+ পরের 45 সেকেণ্ডে সমবেগে অতিক্রান্ত দূরত্ব (ধরা যাক s_2)

কিন্তু $s_1=ut+\frac{1}{2}ft^2=0\times15+\frac{1}{2}\times3\times15^2=337\cdot5$ ft.

এবং $s_2=vt=45\times45=2025$ ft.

অতএব $S=s_1+s_2=337\cdot5$ ft. $+2025$ ft.

$=2362\cdot5$ ft.

তাহা হইলে দ্বিতীয় গাড়িটি 30 sec. পরে স্থিরাবস্থা হইতে ত্বরিত গতিতে যাত্রা করিয়া বাকী 30 sec.-এ 2362·5 ft. অতিক্রম করিতে পারিলে 1 min. পরে প্রথম গাড়িটিকে ধরিয়া ফেলিবে। এখানে

$$S = 2362{\cdot}5 \text{ ft.}$$
$$u = 0$$
$$t = 30 \text{ sec.}$$
$$f = ?$$

আমরা জানি $S = ut + \frac{1}{2}ft^2$.

অতএব $2362{\cdot}5 = 0 \times 30 + \frac{1}{2}.f.(30)^2$

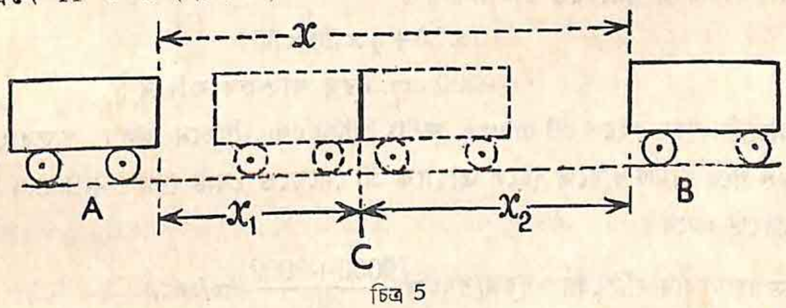
$$= 450f$$

$$\therefore\ f = \frac{2362{\cdot}5}{450} = 5{\cdot}25 \text{ ft./sec.}^2$$

অর্থাৎ, দ্বিতীয় গাড়িটি 30 sec. পরে একই জায়গা হইতে 5·25 ft/sec.^{2} ত্বরণের সহিত স্থিরাবস্থা হইতে যাত্রা করিলে 1 মিনিট পরে প্রথম গাড়িটিকে ধরিয়া ফেলিবে।

(2) যান্ত্রিক গোলযোগের জন্য দুইটি ট্রেন একই লাইনে প্রবেশ করিয়া u_1 ও u_2 বেগে পরস্পরের দিকে অগ্রসর হইতেছিল। যখন উহাদের মধ্যে দূরত্ব x, তখন উভয় ট্রেনের চালক অপর ট্রেনটিকে দেখিতে পাইয়া ব্রেক চাপিয়া দিল। ইহাতে ট্রেনদ্বয়ের গতিতে যথাক্রমে f_1 ও f_2 মন্দন সৃষ্টি হইল। প্রমাণ কর যে $u_1{}^2f_2 + u_2{}^2f_1 = 2f_1f_2x$ হইলে ট্রেন দুইটি ঠিক কোনমতে দুর্ঘটনা হইতে রক্ষা পাইবে।

মনে করা যাক, ট্রেন দুইটির চালক যখন ব্রেক কষিল তখন উহাদের অবস্থান যথাক্রমে A ও B (চিত্র 5) এবং x হইল A হইতে B-এর দূরত্ব। এখন ট্রেন



চিত্র 5

দুইটি যদি ব্রেক কষিয়া মুখোমুখি আসিয়া কোনস্থানে থামিয়া যায় তবেই ঠিক কোনমতে দুর্ঘটনা হইতে রক্ষা পাইবে। ট্রেন দুইটি যখন থামিয়া যাইবে তখন উহাদের প্রত্যেকের বেগ শূন্য হইবে এবং ধরা যাক, ট্রেন দুইটি যথাক্রমে x_1 ও x_2 দূরত্ব অতিক্রম করিয়া C-অবস্থানে আসিয়া মুখোমুখি দাঁড়াইল।

আমরা জানি, $v^2=u^2-2fs$.

সুতরাং প্রথম ট্রেনটির ক্ষেত্রে $0^2=u_1{}^2-2f_1x_1$

$$\therefore \quad x_1=\frac{u_1{}^2}{2f_1}$$

আর দ্বিতীয় ট্রেনটির ক্ষেত্রে $0^2=u_2{}^2-2f_2x_2$

$$\therefore \; x_2=\frac{u_2{}^2}{2f_2}$$

কিন্তু $\qquad x=x_1+x_2$,

অতএব $\qquad x=\dfrac{u_1{}^2}{2f_1}+\dfrac{u_2{}^2}{2f_2}$

$$=\frac{u_1{}^2f_2+u_2{}^2f_1}{2f_1f_2}$$

সুতরাং $\qquad u_1{}^2f_2+u_2{}^2f_1=2f_1f_2x$

(3) একটি ট্রামগাড়ি 0·2 metre/sec.^{2} ত্বরণের সহিত ছাড়িয়া দিল। 30 metre পিছন হইতে কত বেগে দৌড়াইলে একজন যাত্রী 30 সেকেণ্ডে ট্রামটি ধরিবে ?

এখানে ট্রামটির প্রাথমিক গতি$=u=0$ [কারণ ট্রামটি স্থিরাবস্থা হইতে ছাড়িয়াছে।]

ত্বরণ$=f=0{\cdot}2$ metre/sec.^{2}

$=(0\,2\times100)$ cm/sec.^{2}

$=20$ cm/sec.^{2}

সুতরাং ট্রামটি 30 সেকেণ্ডে $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$

$=0\times30+\frac{1}{2}\times20\times30^2$

$=9000$ cm. দূরত্ব অতিক্রম করিবে।

যাত্রীটি ট্রাম হইতে 30 metre, অর্থাৎ 3000 cm., পিছনে ছিল। সুতরাং 30 সেকেণ্ড পরে ট্রামটি ধরিতে হইলে তাহাকে 30 সেকেণ্ডে মোট (9000+3000) cm. দৌড়াইতে হইবে।

অতএব যাত্রীর গতিবেগ$=$দূরত্ব/সময়$=\dfrac{9000+3000}{30}$ cm/sec.

$=400$ cm/sec.

$=4$ metre/sec.

(4) একই সরলরেখায় অবস্থিত দুইটি স্টেশনের মধ্যে দূরত্ব 2 km ; একটি ট্রেন প্রথম স্টেশন হইতে 0·5 metre/sec.^{2} ত্বরণের সহিত যাত্রা করিয়া কিছুক্ষণ চলিবার

পর বাকী দূরত্ব 0·8 metre/sec.^{2} মন্দনের সহিত চলিয়া অপর স্টেশনে থামিল। গাড়িটি কতক্ষণে দ্বিতীয় স্টেশনে পৌছাইল ?

এখানে স্টেশন দুইটির মধ্যে দূরত্ব $=2$ km. $=2\times10^5$ cm.

যাত্রাপথের প্রথম অংশে ট্রেনটির ত্বরণ $=0·5$ metre/sec.^{2}

$=50$ cm/sec.^{2} এবং

" দ্বিতীয় অংশে " মন্দন $=0·8$ metre/sec.^{2}

$=80$ cm/sec.^{2}

ট্রেনটি প্রথম স্টেশন থেকে স্থিরাবস্থা হইতে যাত্রা করিয়াছে। মনে করি, t_1 সেকেণ্ডে উহা 50 cm/sec.^{2} ত্বরণের সহিত চলিয়া S_1 দূরত্ব অতিক্রম করিয়াছে এবং তখন উহার বেগ V হইলে, $v^2=u^2+2fs$ সমীকরণ হইতে আমরা পাই,

$$V^2=0^2+2\times50\times S_1$$

সুতরাং, $S_1=\dfrac{V^2}{100}$

আবার $v=u+ft$ সমীকরণ হইতে আমরা পাই,

$$V=0+50\times t_1$$

সুতরাং, $t_1=\dfrac{V}{50}$

ইহার পর ট্রেনটি 80 cm/sec.^{2} মন্দন যোগে অপর স্টেশনে থামিয়া গেল। মনে করি, উহা S_2 দূরত্ব অতিক্রম করিল এবং তাহার জন্য সময় লাগিল t_2 sec. ; এক্ষেত্রে প্রাথমিক বেগ V ও চূড়ান্ত বেগ 0 হইবে। অতএব,

$$0^2=V^2-2\times80\times S_2$$

সুতরাং, $S_2=\dfrac{V^2}{160}$

এবং $0=V-80\times t_2$

সুতরাং, $t_2=\dfrac{V}{80}$

যেহেতু ট্রেনটি সম্পূর্ণ দূরত্ব 2×10^5cm. গিয়াছে, সেহেতু,

$$2\times10^5=S_1+S_2=\frac{V^2}{100}+\frac{V^2}{160}=\frac{13}{800}V^2$$

সুতরাং, $V^2=\frac{16}{13}\times10^7$ এবং $V=4000\sqrt{\frac{10}{13}}$

আর ট্রেনটিকে দ্বিতীয় স্টেশনে পৌছাইতে t sec. সময় লাগিলে,

$$t=t_1+t_2=\frac{V}{50}+\frac{V}{80}=\frac{13}{400}.V$$

এখন V-এর মান বসাইলে,

$$t=\frac{13}{400}\times 4000\sqrt{\frac{10}{13}}$$

$$=10\sqrt{130}$$

$$=114 \text{ sec. (approx.)}$$

অর্থাৎ, 1 মিনিট 54 সেকেণ্ডে ট্রেনটি অপর স্টেশনে পৌছাইবে।

প্রশ্নাবলী

1. নির্দেশ-কাঠামো কাহাকে বলে? কোন বস্তুর স্থিতি ও গতি সম্বন্ধে উল্লেখ করিতে হইলে নির্দেশ-কাঠামোর কি প্রয়োজন—তাহা আলোচনা কর।

নিম্নলিখিত রাশিগুলির সংজ্ঞা এবং সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে উহাদের এককের নাম লিখ :—

(i) সরণ, (ii) বেগ, (iii) দ্রুতি, (iv) ত্বরণ, (v) মন্দন।

বেগ এবং দ্রুতি—এই দুইটি রাশির পার্থক্য বুঝাইয়া দাও।

2. (a) চলন গতি কাহাকে বলে?

(b) আঘাতের ফলে একটি বস্তু প্রথমে পূর্বদিকে 3 cm. ও পরে উত্তর দিকে 4 cm. সরিয়া গেল; অপর একটি বস্তু প্রথমে পূর্বদিকে 4 cm. ও পরে উত্তর দিকে 3 cm. সরিয়া গেল। বস্তু দুইটির সরণ কি সমান? কারণ বুঝাইয়া বল।

(c) আঘাতের ফলে একটি বস্তু প্রথমে পূর্বদিকে 3 cm. ও পরে উত্তর দিকে 4 cm. সরিয়া গেল; অপর একটি বস্তু প্রথমে উত্তর দিকে 4 cm. ও পরে পূর্বদিকে 3 cm. সরিয়া গেল। বস্তু দুইটির সরণ কি সমান? কারণ বুঝাইয়া দাও।

(d) আঘাতের ফলে একটি বস্তু উত্তর দিকে 17 cm. ও অপর একটি বস্তু পশ্চিম দিকে 17 cm. সরিয়া গেল। উহাদের সরণ কি সমান? কারণ বুঝাইয়া দাও।

(e) শ্যামবাজার থেকে একটি ট্রাম গ্রে স্ট্রীট হইয়া ও অপর একটি ট্রাম কলেজ স্ট্রীট হইয়া বি. বি. ডি. বাগ গেল। উহাদের সরণ কি অসমান? কারণ বুঝাইয়া দাও।

3. গতি-সম্বন্ধীয় সমীকরণগুলি নির্ণয় কর এবং উহারা কি নির্দেশ করে বুঝাইয়া দাও।

4. $v=u+ft$ সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা কর।

কোন বস্তুকণার প্রাথমিক বেগ ও ত্বরণ যথাক্রমে 60 metre/sec. ও 6 metre/sec.^{2} হইলে $\frac{1}{4}$ minute সময়ে উহার গতিবেগ কত হইবে? (উঃ 0·15 km/sec.)

5. $s=ut+\frac{1}{2}ft^2$ সমীকরণটি প্রতিষ্ঠা কর।

60 cm/sec. প্রাথমিক বেগ সহ একটি বস্তুকণা 10 sec. সময়ে 800 cm. দূরত্ব অতিক্রম করিল। উহার ত্বরণ কত? (উঃ 4 cm/sec.^{2})

6. 60 miles/hour গতিবেগে চলন্ত একটি ট্রেন ব্রেক কষিল এবং 4 ft/sec.^{2} মন্দন সৃষ্টি করিল। 10 sec. পরে ট্রেনের বেগ কত হইবে? কতক্ষণ পরে ট্রেনটি থামিয়া যাইবে?

7. একটি বস্তুকণা প্রথম দুই সেকেণ্ডে 100 cm. ও পরবর্তী চার সেকেণ্ডে 260 cm. গেল। ত্বরণ সমান থাকিলে, কণাটি ইহার পরবর্তী চার সেকেণ্ডে কতটা পথ যাইবে? বস্তুকণার প্রাথমিক বেগ কত? (উঃ 340 cm., 45 cm/sec.)

8. একটি বস্তুকণা প্রাথমিক বেগ ও সমত্বরণসহ 4 সেকেণ্ডে 184 cm. পথ অতিক্রম করিল। ইহার পর ত্বরণ শেষ হইয়া গেল এবং কণাটি পরবর্তী 4 সেকেণ্ডে 240 cm. পথ গেল। কণার প্রাথমিক বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় কর।

(উঃ 32 cm./sec., 7 cm./sec.^{2})

9. কোন বস্তুকণা উহার গতির পঞ্চম সেকেণ্ডে 25 cm. এবং সপ্তম সেকেণ্ডে 33 cm. পথ অতিক্রম করিলে উহার প্রাথমিক বেগ ও ত্বরণ কত?

(উঃ $u=7$ cm/sec., $f=4$ cm/sec.^{2})

10. একটি বন্দুকের গুলি কোন লক্ষ্যে 10 cm. প্রবেশ করিবার পর উহার বেগ $\frac{1}{3}$ অংশ কমিয়া যায়। উহা আর কতটা ভিতরে প্রবেশ করিবে? (উঃ 8 cm.)

11. একটি বিড়াল 6 metre সম্মুখে একটি ইঁদুর দেখিয়া স্থিরাবস্থা হইতে $\frac{1}{2}$ metre/sec.^{2} ত্বরণ সহযোগে যাত্রা করিয়া তাড়া করিল। ইঁদুরটি যদি 3·35 metre/sec. সমবেগের সহিত দৌড়ায় তবে বিড়ালটি কখন এবং কোথায় ইঁদুরটিকে ধরিবে? (উঃ 15 sec. পরে এবং বিড়ালের যাত্রাস্থল হইতে 56·25 metre দূরে)

12. সরলরেখায় সমত্বরণে গতিশীল বস্তুকণার জন্য প্রমাণ কর,

$$f=2\left(\frac{s'}{t'}-\frac{s}{t}\right)\Big/\left(t+t'\right)$$

যখন $s=t$ সেকেণ্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব এবং $s'=$ পরবর্তী t' সেকেণ্ডে অতিক্রান্ত দূরত্ব।

দ্বিতীয় অধ্যায়

স্কেলার এবং ভেক্টর

(Scalars and Vectors)

2 0. সূচনা (Introduction) :

সকল প্রাকৃতিক রাশিকে দুইভাগে ভাগ করা হইয়া থাকে। ইহারা হইল— (i) **স্কেলার রাশি (scalar quantity)** বা **অদিশ রাশি** ও (ii) **ভেক্টর রাশি (vector quantity)** বা **সদিশ রাশি**।

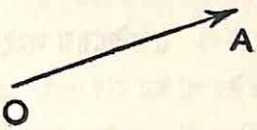
যে-সকল প্রাকৃতিক রাশির মান আছে কিন্তু সংশ্লিষ্ট কোন দিক্ নাই, তাহারা **স্কেলার** বা **অদিশ রাশি** ; অর্থাৎ স্কেলার রাশি প্রকাশের জন্য কেবলমাত্র নির্দিষ্ট এককে উহার মান উল্লেখ করিতে হইবে। ধরা যাক, বস্তুর ভর। বস্তুর ভর বুঝাইতে হইলে ঐ বস্তুতে কতটা পদার্থ আছে তাহাই উল্লেখ করিতে হইবে মাত্র। যেমন, কোন বস্তুর ভর 2 kg. বলিলেই উহার বর্ণনা সম্পূর্ণ হয়—উহা স্থানের বা দিকের উপর নির্ভর করে না—কাজেই ভর একটি স্কেলার রাশি। আবার সময়ও একটি স্কেলার রাশি। সময় বুঝাইতে হইলেও, কতটা সময় অর্থাৎ সময়ের মান বা কত ঘণ্টা, কত মিনিট কিংবা কত সেকেণ্ড তাহাই বলিতে হইবে—এখানেও দিক্ নির্দেশের কোন প্রশ্ন বা অর্থ নাই। এই রকম বস্তুর আয়তন, দ্রুতি, উষ্ণতা প্রভৃতি স্কেলার রাশি। স্কেলার রাশি একটি মাত্র সংখ্যার সাহায্যে বুঝানো যায় ; উপযুক্ত এককে এই সংখ্যা রাশির মান প্রকাশ করে।

আর যে-সকল রাশির মান ও সংশ্লিষ্ট একটা দিক্ (direction) আছে, তাহারা **ভেক্টর** বা **সদিশ রাশি** ; অর্থাৎ ভেক্টর রাশি প্রকাশের জন্য উপযুক্ত এককে উহার মান উল্লেখ ও দিক্ নির্দেশ করিতে হইবে। শুধুমাত্র মানের উল্লেখ করিলে উহার বর্ণনা সম্পূর্ণ হয় না। যেমন ধরা যাক, যদি বলা হয় যে একটি বস্তুর 7 cm. সরণ (displacement) হইয়াছে—তবে এই উক্তিটি কিন্তু অসম্পূর্ণ থাকিয়া যায় ; কারণ বস্তুর সরণ উত্তর, দক্ষিণ, পূর্ব, পশ্চিম অথবা অপর যে-কোন দিকেই হইতে পারে। কাজেই সরণের দিক্ বা অভিমুখ নির্দেশ না করিলে বস্তুর প্রথম অবস্থান জানা থাকিলেও উপরের উক্তি হইতে উহার নূতন অবস্থান জানা বা বাহির করা সম্ভব নয়। কাজেই কোন বস্তুর সরণ প্রকাশ করিতে হইলে উহার মান এবং দিক্ নির্দেশ করিতে হইবে। এইরূপ রাশিগুলিকেই বলা হয় ভেক্টর বা সদিশ রাশি। আর একটা উদাহরণ ধরা যাক, বস্তুর ওজন। ওজন একটি ভেক্টর রাশি। কারণ, বস্তুর ওজন

বলিতে যে-বলের সহিত বস্তুটি পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হয় তাহাই বুঝায়। কাজেই ওজনের একটি নির্দিষ্ট অভিমুখ আছে, সেইজন্য ইহা একটি ভেক্টর রাশি। তেমনি বল, বেগ, ত্বরণ, ভরবেগ প্রভৃতি ভেক্টর রাশি। একটি ভেক্টর A-কে সাধারণত $\vec{A}$ অথবা $\underline{A}$—এইভাবে লেখা হইয়া থাকে।

2.1. ভেক্টর রাশি প্রকাশের পদ্ধতি (Representation of Vectors) :

প্রত্যেক ভেক্টর রাশির (i) একটি নির্দিষ্ট মান ও (ii) একটি নির্দিষ্ট অভিমুখ আছে। কাজেই যে-কোন পদ্ধতিতে ভেক্টর রাশি প্রকাশ করিতে হইলে এই দুইটি তথ্য একই সঙ্গে প্রকাশের প্রয়োজন। চিত্রের সাহায্যে ভেক্টর প্রকাশ করিতে হইলে তীর-চিহ্নিত সরলরেখাংশ (line segment) দ্বারা ভেক্টর বুঝানো হইয়া থাকে (চিত্র 6)। রেখার দৈর্ঘ্য উপযুক্ত এককে রাশির মান প্রকাশ করে, এবং রেখার দিক্ ভেক্টরের দিকে সমান্তরালে লওয়া হয়। কোন আদিবিন্দু O হইতে কোন প্রান্তবিন্দু A পর্যন্ত টানা OA-সরলরেখা দ্বারা কোন ভেক্টর বুঝাইতে $\overline{OA}$ বা $\vec{OA}$ লেখা হয় এবং ইহার অর্থ ভেক্টরের অভিমুখ O হইতে A-র দিকে। $\vec{AO}$ লিখিলে উহা $\vec{OA}$-র বিপরীতমুখী সম-মান ভেক্টর বুঝাইবে।



চিত্র 6

মনে করা যাক্, একটি ভেক্টর যাহার মান 2 একক (unit) এবং যাহা পূর্বাভিমুখী ক্রিয়া করিতেছে। এখন পূর্বাভিমুখী একটি সরলরেখা OX টানা হইল [চিত্র 7 (i)],



চিত্র 7

যাহার দৈর্ঘ্য ভেক্টরের মানের সমান কিংবা সমানুপাতিক। এখন OX-সরলরেখায় পূর্বাভিমুখী একটি তীর-চিহ্ন যুক্ত করিলে, OX ঐ ভেক্টর নির্দেশ করিবে। এখানে OX-এর দৈর্ঘ্য কিংবা উহার মান হইল ভেক্টরের মান এবং OX-এর অভিমুখ ভেক্টরের অভিমুখ। উপরের চিত্রে (চিত্র 7) প্রত্যেক তীর-চিহ্নিত সরলরেখা দ্বারা এক একটি ভেক্টর বুঝানো হইয়াছে। (i) ও (ii)-চিত্রে OX-এর অভিমুখ একই দিকে, কিন্তু (ii)-চিত্রে OX-এর দৈর্ঘ্য (i)-চিত্রের OX-এর দৈর্ঘ্যের 2 গুণ; অর্থাৎ (i) ও

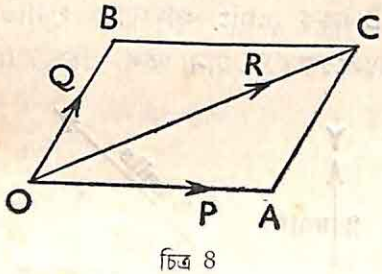
(ii)-চিত্রের ভেক্টর দুইটি একই অভিমুখে ক্রিয়া করিতেছে বটে কিন্তু (ii)-চিত্রের ভেক্টরটি (i)-চিত্রের ভেক্টরের 2 গুণ। (iii)-চিত্রের ভেক্টরের মান (i)-চিত্রের অনুরূপ কিন্তু ইহার অভিমুখ উত্তরাভিমুখী। (iv)-চিত্রে ভেক্টরটি OX-এর সহিত 45° কোণ করিয়াছে এবং ইহার মান 3 একক। প্রকৃতপক্ষে, এই পদ্ধতিতে বেগ, ত্বরণ ইত্যাদি যে-কোন ভেক্টর রাশির প্রকাশ সম্ভব।

2.2. ভেক্টরের সংযোজন ও বিভাজন (Composition and resolution of Vectors) :

(a) **ভেক্টরের সংযোজন**—দুইটি ভেক্টরকে সংযোজিত করিলে একটি তৃতীয় ভেক্টর পাওয়া যায় এবং এই তৃতীয় ভেক্টরের মান ও অভিমুখ **সামান্তরিক সূত্র** (**Parallelogram law**) হইতে জানিতে পারা যায়। সূত্রটি এইরূপ—

সামান্তরিক সূত্র—দুইটি ভেক্টরের মান ও অভিমুখ কোন সামান্তরিকের সন্নিহিত বাহু দুইটির দ্বারা নির্দেশিত হইলে, ঐ বাহু দুইটির ছেদবিন্দুর মধ্য দিয়া অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণ লব্ধির (resultant) মান ও অভিমুখ নির্দেশ করিবে।

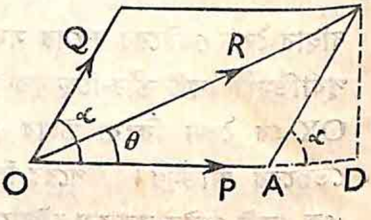
সূত্রের ব্যাখ্যা—মনে করা যাক, OACB একটি সামান্তরিক (চিত্র 8)।



চিত্র 8

ইহার OA এবং OB সন্নিহিত বাহু দুইটির দ্বারা যথাক্রমে P ও Q ভেক্টর দুইটির মান ও অভিমুখ নির্দেশ করা হইয়াছে। সামান্তরিক সূত্র অনুযায়ী, OA ও OB বাহুদ্বয়ের ছেদবিন্দু O-এর মধ্য দিয়া অঙ্কিত সামান্তরিকের কর্ণ OC-রেখা ভেক্টর দুইটির মিলিত ফল বা লব্ধির মান ও অভিমুখ নির্দেশ করিবে।

লব্ধির মান ও অভিমুখ (**Magnitude and direction of the resultant**)—মনে করা যাক, $\angle BOA = \alpha$, অর্থাৎ ভেক্টর দুইটির অভিমুখ পরস্পরের সহিত α-কোণে আনত; আর OA-সরলরেখাকে বর্ধিত করিয়া উহার উপর C-বিন্দু হইতে CD লম্ব টানা হইয়াছে (চিত্র 9)। এখন ত্রিকোণমিতি হইতে আমরা জানি,



চিত্র 9

$$\frac{CD}{CA} = \sin\alpha ;$$

বা, $CD = CA \sin \alpha = Q \sin \alpha$

$$\frac{AD}{CA} = \cos \alpha \ ;$$

বা, $AD = CA \cos \alpha = Q \cos \alpha$

এখন OCD-সমকোণী ত্রিভুজ হইতে আমরা লিখিতে পারি,

$$\begin{aligned} OC^2 &= OD^2 + CD^2 \\ &= (OA + AD)^2 + CD^2 \\ &= (P + Q \cos \alpha)^2 + (Q \sin \alpha)^2 \\ &= (P^2 + 2PQ \cos \alpha + Q^2 \cos^2 \alpha) + Q^2 \sin^2 \alpha \\ &= P^2 + 2PQ \cos \alpha + Q^2(\cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha) \\ &= P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha. \end{aligned}$$

OC-রেখা অর্থাৎ লব্ধিকে R দ্বারা সূচিত করিলে,

$$R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha$$

সুতরাং, $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$ ... .. (1)

R এবং P-এর অন্তর্গত কোণকে θ ধরিলে,

$$\tan \theta = \frac{CD}{OD} = \frac{CD}{OA + AD}$$

সুতরাং, $\tan \theta = \dfrac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha}$ ... ... (2)

সমীকরণ (1) এবং (2) হইতে যথাক্রমে লব্ধির মান ও অভিমুখ নির্ণয় করা যায়।

সংযোজনের বিশেষ ক্ষেত্র (Special Cases of Composition)—

(i) যদি ভেক্টর দুইটির অভিমুখ একই হয়, অর্থাৎ $\alpha = 0$ হয়, তবে $\cos \alpha = \cos 0 = 1$ এবং সেক্ষেত্রে $R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ$, অথবা $R = P + Q$.

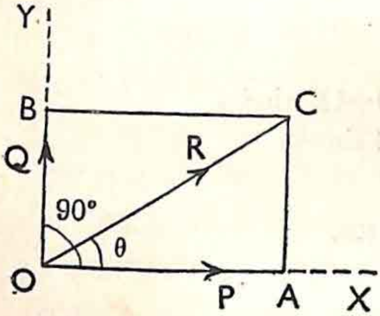
(ii) যদি ভেক্টর দুইটির অভিমুখ পরস্পর বিপরীতমুখী হয়, অর্থাৎ $\alpha = 180^\circ$ হয়, তবে $\cos \alpha = \cos 180^\circ = -1$ এবং সেক্ষেত্রে $R^2 = P^2 + Q^2 - 2PQ$, অথবা $R = P \sim Q$.

(iii) যদি ভেক্টর দুইটির অভিমুখ সমকোণ সৃষ্টি করে, অর্থাৎ $\alpha = 90^\circ$ হয়, তবে $\cos \alpha = \cos 90^\circ = 0$ এবং সেক্ষেত্রে $R = \sqrt{P^2 + Q^2}$.

(b) **ভেক্টরের বিভাজন**—উপরের আলোচনায় আমরা দেখিয়াছি, কিভাবে দুইটি ভেক্টরের সংযোজন করিয়া একটি লব্ধি বা মিলিত ফল পাওয়া যায়। ঠিক বিপরীত প্রক্রিয়ায় আমরা একটি ভেক্টরকে বিভক্ত করিয়া দুইটি ভেক্টর পাইতে পারি। এই প্রক্রিয়াকে বলা হয় ভেক্টরের বিভাজন। যদি বিভক্ত অংশ দুইটির অভিমুখ

পরস্পরের সঙ্গে সমকোণ সৃষ্টি করে, তবে বিভক্ত অংশ দুইটিকে বলা হয় **উপাংশ** (Component)। নিম্নে বর্ণিত পদ্ধতিতে আমরা যে-কোন ভেক্টরের উপাংশ নির্ণয় করিতে পারি।

উপাংশ নির্ণয়—মনে করা যাক, OC-সরলরেখা (চিত্র 10) একটি ভেক্টর R-কে সম্পূর্ণরূপে (মান ও অভিমুখ) প্রকাশ করিতেছে; এইবার OC-সরলরেখার O-বিন্দুর মধ্য দিয়া OX ও OY দুইটি সরলরেখা এমনভাবে অঙ্কন করা হইল যে, OX এবং OY পরস্পরের সহিত সমকোণ এবং OX-সরলরেখা OC-সরলরেখার সহিত θ-কোণ সৃষ্টি করিয়াছে। OX এবং OY অভিমুখে R-ভেক্টরের উপাংশ নির্ণয় করিতে হইবে।



চিত্র 10

C-বিন্দু হইতে OX এবং OY সরলরেখার উপর যথাক্রমে CA ও CB লম্ব টানা হইল। এক্ষেত্রে OACB একটি আয়তক্ষেত্র এবং সামান্তরিক সূত্র প্রয়োগ করিলে আমরা সহজেই বলিতে পারি, OA এবং OB সরলরেখাদ্বয় যে-দুইটি ভেক্টরকে সূচিত করিতেছে তাহাই হইবে নির্ণেয় উপাংশ।

এখন $\cos\theta = \frac{OA}{OC} = \frac{P}{R}$

সুতরাং, $P = R\cos\theta \quad \cdots \quad \cdots \quad (3, i)$

এবং $\sin\theta = \frac{AC}{OC} = \frac{OB}{OC} = \frac{Q}{R}$

সুতরাং, $Q = R\sin\theta \quad \cdots \quad \cdots \quad (3, ii)$

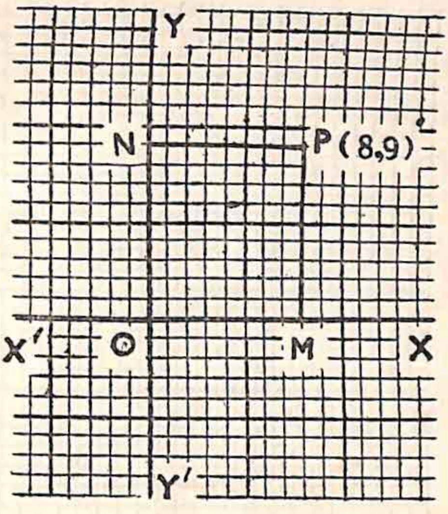
অতএব, **যে-কোন অভিমুখে একটি ভেক্টরের উপাংশের মান**
= ভেক্টরের মান × অন্তর্ভূ'ত কোণের cosine.

এবং **উহার লম্বাভিমুখে উপাংশের মান**
= ভেক্টরের মান × অন্তর্ভূ'ত কোণের sine.

2.3. স্থানাঙ্কের দ্বারা ভেক্টর রাশির প্রকাশ (Representation of Vector by Coordinates):

একটি ছক-কাগজ (graph paper) লওয়া যাক (চিত্র 11)। ছক-কাগজে অনেকগুলি অনুভূমিক এবং উল্লম্ব সমান্তরাল সরলরেখা থাকে এবং যে-কোন

দুইটি পর পর সমান্তরাল সরলরেখার মধ্যে দূরত্ব সব সমান ; অর্থাৎ ছক-কাগজের ক্ষুদ্রতম ঘরগুলি সব সমান এবং এক একটি বর্গক্ষেত্র। এই ছক-কাগজের যে-কোন একটি অনুভূমিক রেখাকে **X-অক্ষরেখা** (**X-axis**) এবং উহার সহিত লম্বভাবে অবস্থিত যে-কোন রেখাকে **Y-অক্ষরেখা** (**Y-axis**) বলে। X-অক্ষরেখাকে XOX' ও Y-অক্ষরেখাকে YOY' দ্বারা চিহ্নিত করা হয়। মনে করা যাক, X ও Y-অক্ষরেখা O-বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে। এইবার ছক-কাগজের উপর যথাক্রমে X ও Y-অক্ষরেখার সমান্তরাল যে-কোন

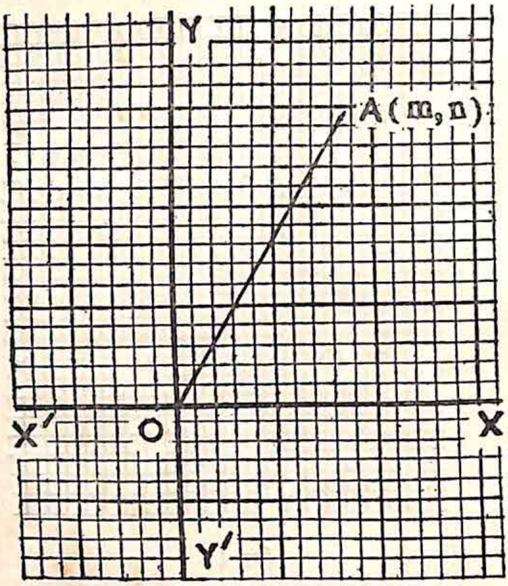


চিত্র 11

দুইটি সরলরেখার ছেদবিন্দু P লওয়া যাক, এবং এই P-বিন্দু হইতে X ও Y-অক্ষরেখার উপর যথাক্রমে PM ও PN লম্ব টানা হইল। এখন O-বিন্দু হইতে শুরু করিয়া M ও N পর্যন্ত কতগুলি ঘর আছে তাহা আমরা সহজেই গণনা করিয়া লইতে পারি। ধরা যাক, এই সংখ্যা দুইটি যথাক্রমে a ও b ; সেক্ষেত্রে বলা হয় P-বিন্দুর স্থানাঙ্ক (a, b), a-কে বলা হয় **x-স্থানাঙ্ক** (*x*-coordinate) আর b-কে বলা হয় **y-স্থানাঙ্ক** (*y*-coordinate) এবং তাহা হইলে স্বভাবতঃই O-বিন্দুর স্থানাঙ্ক (0, 0)। চিত্র অনুযায়ী P-বিন্দুর স্থানাঙ্ক (8, 9)। কোন বিন্দুর স্থানাঙ্ক জানা থাকিলে ঠিক বিপরীত প্রক্রিয়ায় নির্দিষ্ট বিন্দুটি বাহির করা যায়। কোন বিন্দুর অবস্থান নির্দেশ করিবার এই ব্যবস্থাকে স্থানাঙ্ক-ব্যবস্থা বলে। O-বিন্দুকে বলা হয় **স্থানাঙ্ক-ব্যবস্থার কেন্দ্রবিন্দু**।

স্থানাঙ্কের দ্বারাও ভেক্টর রাশি প্রকাশ করা যায়। যেমন, মনে করা যাক, (m, n) স্থানাঙ্কের দ্বারা একটি ভেক্টরের উল্লেখ করা হইল। এক্ষেত্রে ভেক্টরটিকে জানিতে হইলে একটি ছক-কাগজের উপর OX এবং OY স্থানাঙ্ক-ব্যবস্থার দুইটি অক্ষরেখা কল্পনা করা যাক (চিত্র 12) এবং ঐ স্থানাঙ্ক-ব্যবস্থায় একটি বিন্দু A নির্ণয় করা হইল, যাহার স্থানাঙ্ক (m, n)। এখন স্থানাঙ্ক-ব্যবস্থার কেন্দ্রবিন্দু O এবং A-বিন্দুর সংযোগকারী OA-সরলরেখার দৈর্ঘ্য ভেক্টরের মান, এবং উহার অভিমুখ (O হইতে A) ভেক্টরের অভিমুখ নির্দেশ করিবে। মনে রাখিতে হইবে, যে-সরলরেখার

দ্বারা ভেক্টরটি নির্দেশ করা হইতেছে তাহার একপ্রান্ত হইল স্থানাঙ্ক-ব্যবস্থার কেন্দ্রবিন্দু এবং অপর প্রান্তের স্থানাঙ্কের দ্বারাই ভেক্টরটিকে প্রকাশ করা হইয়া থাকে।

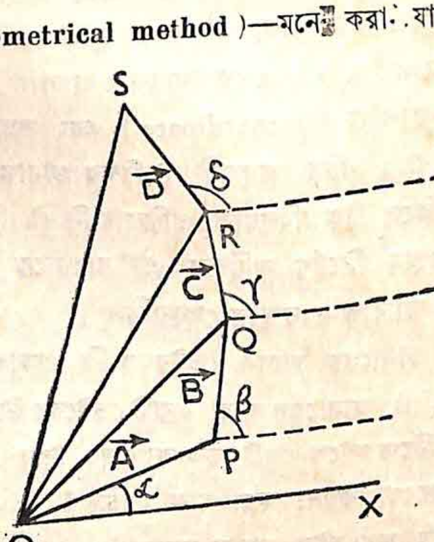


চিত্র 12

সাধারণ জ্যামিতি এবং ত্রিকোণমিতি হইতে প্রমাণ করা যায়, (m, n) স্থানাঙ্কের দ্বারা প্রকাশিত ভেক্টরের মান $=\sqrt{m^2+n^2}$ এবং ভেক্টরের অভিমুখ X-অক্ষরেখার সহিত θ কোণ করিলে, $\tan\theta = n/m$; অর্থাৎ m ও n হইল OX এবং OY-অক্ষরেখার অভিমুখে ভেক্টরটির উপাংশের মান।

2.4. কতকগুলি ভেক্টরের সংযোজন (.Addition of Vectors) :

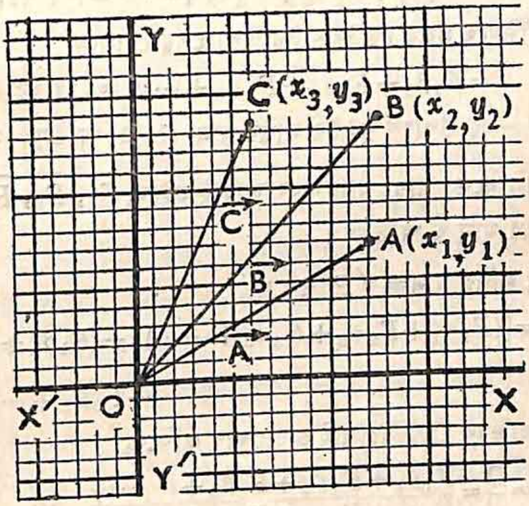
(i) **জ্যামিতিক পদ্ধতি** (**Geometrical method**)—মনে করা যাক, $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$ প্রভৃতি কতকগুলি ভেক্টর এবং এই ভেক্টরগুলির অভিমুখ কোন নির্দিষ্ট সরলরেখা OX-এর সহিত যথাক্রমে α, β, γ, δ কোণ সৃষ্টি করিয়াছে। চিত্রে (চিত্র 13) OP, PQ, QR, RS প্রভৃতি সরলরেখা দ্বারা ভেক্টরগুলিকে এইরূপে নির্দেশ করা হইয়াছে যে, যে-বিন্দুতে প্রথম ভেক্টর $\vec{A}$ শেষ হইয়াছে সেই বিন্দু হইতেই দ্বিতীয় ভেক্টর $\vec{B}$-কে অঙ্কন করা হইয়াছে এবং আবার যে-বিন্দুতে দ্বিতীয় ভেক্টর $\vec{B}$ শেষ হইয়াছে সেই বিন্দু হইতেই তৃতীয় ভেক্টর $\vec{C}$-কে



চিত্র 13

অঙ্কন করা হইয়াছে এবং এইরূপে পর পর ভেক্টরগুলিকে নির্দেশ করা হইয়াছে। সেক্ষেত্রে $\vec{A}$ ও $\vec{B}$-এর লব্ধির মান ও অভিমুখ OQ-এর দ্বারা নির্দেশিত হইবে (সামান্তরিক সূত্র প্রয়োগ করিলেও ইহা প্রমাণ করা যায়)। $\vec{A}$, $\vec{B}$ ও $\vec{C}$-এর লব্ধির মান ও অভিমুখ OR-এর দ্বারা এবং $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ ও $\vec{D}$-এর লব্ধির মান ও অভিমুখ OS-দ্বারা নির্দেশিত হইবে। এইভাবে যে-কোন সংখ্যক ভেক্টরের লব্ধির মান ও অভিমুখ নির্ণয় করা যায়। এই পদ্ধতি কার্যতঃ সামান্তরিক সূত্রের উপর প্রতিষ্ঠিত।

(ii) **বৈশ্লেষিক পদ্ধতি (Analytical method)**—মনে করা যাক, $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$,……প্রভৃতি ভেক্টরগুলিকে (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3),···প্রভৃতি স্থানাঙ্কের দ্বারা প্রকাশ করা যাইতেছে (চিত্র 14) ; অর্থাৎ OX এবং OY-অক্ষরেখার অভিমুখে



চিত্র 14

ঐ ভেক্টরগুলির উপাংশের মান যথাক্রমে x_1, x_2, x_3,…… এবং y_1, y_2, y_3,……

তাহা হইলে,

OX-অভিমুখে সকল ভেক্টরগুলির উপাংশের যোগফল $= x_1 + x_2 + x_3 + \cdots$
$= P$ (ধরা যাক) এবং

OY-অভিমুখে সকল ভেক্টরগুলির উপাংশের যোগফল $= y_1 + y_2 + y_3 + \cdots$
$= Q$ (ধরা যাক)।

এখন P ও Q—এই উপাংশ দুইটির লব্ধির মান R ও অভিমুখ সামান্তরিক সূত্র হইতে সহজেই লিখিতে পারা যায় এবং তাহাই হইবে, $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$,···প্রভৃতি ভেক্টরগুলির লব্ধির মান ও অভিমুখ।

সুতরাং, **লব্ধির মান** $= \sqrt{P^2 + Q^2}$

অর্থাৎ, $\mathbf{R}=[(\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2+\mathbf{x}_3+\cdots)^2+(\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2+\mathbf{y}_3+\cdots)^2]^{\frac{1}{2}}\ldots\ldots$ (4, i)

এবং লব্ধির অভিমুখ OX-এর সহিত θ-কোণ করিলে,

$$\tan\theta=\frac{\mathbf{Q}}{\mathbf{P}}=\frac{\mathbf{y}_1+\mathbf{y}_2+\mathbf{y}_3+\cdots\cdots\cdots}{\mathbf{x}_1+\mathbf{x}_2+\mathbf{x}_3+\cdots\cdots\cdots} \quad \cdots \quad \cdots \text{(4, ii)}$$

(iii) **একটি অতিরিক্ত উপায় (An additional method)**—মনে করা যাক, কতকগুলি ভেক্টর $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$, $\vec{F}_3$,······, যাহাদের অভিমুখ OX-অক্ষের সহিত যে-কোণগুলি সৃষ্টি করিয়াছে তাহাদের cosine ও sine যথাক্রমে $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3,\cdots\cdots$ এবং $\beta_1, \beta_2, \beta_3,\cdots\cdots$.

তাহা হইলে, OX-অভিমুখে সকল ভেক্টরগুলির উপাংশের যোগফল

$$=F_1\alpha_1+F_2\alpha_2+F_3\alpha_3+\cdots\cdots=P \text{ (ধরা যাক)}$$

এবং OY-অভিমুখে সকল ভেক্টরগুলির উপাংশের যোগফল

$$=F_1\beta_1+F_2\beta_2+F_3\beta_3+\cdots\cdots=Q \text{ (ধরা যাক)}$$

এখন P ও Q—এই উপাংশ দুইটির লব্ধির মান R ও অভিমুখ সামান্তরিক সূত্র হইতে সহজেই লিখিতে পারা যায় এবং তাহাই হইবে, $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$,······ প্রভৃতি ভেক্টরগুলির লব্ধির মান ও অভিমুখ।

সুতরাং, লব্ধির মান $=\sqrt{P^2+Q^2}$

অর্থাৎ, $R=[(F_1\alpha_1+F_2\alpha_2+F_3\alpha_3+\cdots\cdots)^2+(F_1\beta_1+F_2\beta_2$
$+F_3\beta_3+\cdots)^2]^{\frac{1}{2}}\ldots\ldots$(5, i)

এবং লব্ধির অভিমুখ OX-এর সহিত θ-কোণ করিলে,

$$\tan\theta=\frac{Q}{P}=\frac{F_1\beta_1+F_2\beta_2+F_3\beta_3+\cdots\cdots\cdots}{F_1\alpha_1+F_2\alpha_2+F_3\alpha_3+\cdots\cdots\cdots} \quad \cdots \quad \cdots \text{(5, ii)}$$

2.5. আপেক্ষিক গতিবেগ (Relative velocity) :

1.2. অনুচ্ছেদে বস্তুর স্থিতি ও গতি প্রসঙ্গে আলোচনায় দেখা গিয়াছে, কোন বস্তুর স্থিতি কিংবা গতির কথা উল্লেখ করিতে হইলে উহার সঙ্গে একটি নির্দেশ-কাঠামোরও উল্লেখ করিতে হইবে। এখন যে নির্দেশ-কাঠামোর সাপেক্ষে কোন বস্তুর স্থিতি বা গতির কথা উল্লেখ করা হইল, সেই নির্দেশ-কাঠামোই যদি কোন কারণে গতিশীল হইয়া ওঠে তবে আমাদের অন্য-কোন নির্দেশ-কাঠামো বাছিয়া লইতে হইবে যাহার সাপেক্ষে প্রথম নির্দেশ-কাঠামো গতিশীল হইয়াছে। কার্যতঃ কোন বস্তু বা বস্তুকণার চরম স্থিতি বা গতি বলিতে কি বুঝায় সে-সম্বন্ধে আমাদের কোন সঠিক ধারণা নাই কিংবা ধারণা করিতেও পারি না।

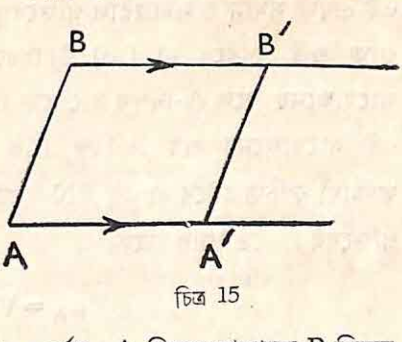
চলন্ত রেলগাড়িতে বসিয়া প্রায় প্রত্যেক যাত্রীরই এই অনুভূতি হইয়াছে যে, বাহিরের গাছপালা, টেলিগ্রাফ-পোস্ট ইত্যাদি যেন প্রথমে তাহার দিকে অগ্রসর হইয়া পরে দ্রুতবেগে পিছনদিকে চলিয়া যায়। এখানে যদিও গাছের কোন সরণ হইতেছে না কিন্তু প্রকৃতপক্ষে দর্শক হইতে গাছের দূরত্ব পরিবর্তিত হইতেছে এবং গাছ যে ছুটিতে পারে না সে-বিষয়ে দর্শক বেশ সচেতন, তাই দর্শকের মনে ঐরূপ অনুভূতির সৃষ্টি হইতেছে। গাছের কোন গতি না থাকিলেও উহা দর্শকের মনে যে গতিশীল হইয়া উঠিয়াছে সেই গতিই দর্শকের সাপেক্ষে গাছের আপেক্ষিক গতি। এইবার নিম্নোক্ত ভাষায় আমরা আপেক্ষিক গতিবেগের সংজ্ঞা লিখিতে পারি।

সংজ্ঞা ঃ যদি ভূ-পৃষ্ঠে দুইটি সমবেগে (uniform velocity) চলন্ত বস্তুকণা A ও B কল্পনা করা যায় তাহা হইলে A-বস্তুকণার সাপেক্ষে B-বস্তুকণার অবস্থান (A হইতে B-বিন্দু পর্যন্ত সংযোগকারী সরলরেখা এই অবস্থানকে নির্দেশ করে) পরিবর্তনের হারকে A-বস্তুকণার সাপেক্ষে B-বস্তুকণার আপেক্ষিক গতিবেগ বলে।

আপেক্ষিক গতিবেগ নির্ণয়—B-বিন্দুর গতিবেগের সহিত A-বিন্দুর গতিবেগের সমান ও বিপরীতমুখী একটি গতিবেগ সংযোজন করিলে যে লব্ধি পাওয়া যায় তাহাই A-বিন্দুর সাপেক্ষে B-বিন্দুর আপেক্ষিক গতিবেগ।

এইবার কয়েকটি উদাহরণ আলোচনা করা যাক, তাহা হইলে আপেক্ষিক বেগের সংজ্ঞা ও নির্ণয়ের পদ্ধতি আরও সুন্দরভাবে বোঝা যাইবে।

(i) মনে করা যাক, A ও B বিন্দু-দুইটি সমান বেগে সমান্তরাল সরলরেখায় একই অভিমুখে ছুটিতেছে (চিত্র 15)। যে-কোন সময়ে তাহাদের সরণ AA′ ও BB′ সমান ও সমান্তরাল এবং সেইজন্যই A ও B-বিন্দুদ্বয়ের সংযোগকারী সরলরেখা সব সময় সমান ও নিজের সমান্তরাল হইবে।



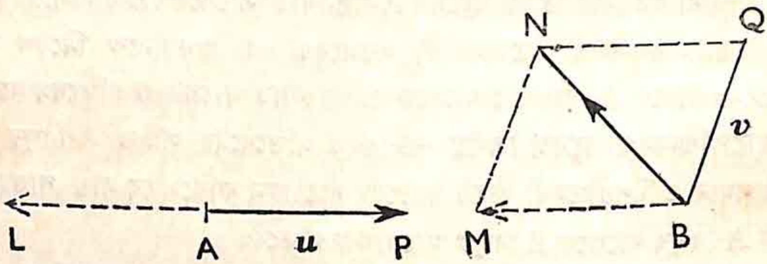
চিত্র 15

সুতরাং A হইতে B-বিন্দু পর্যন্ত সংযোগকারী সরলরেখার দৈর্ঘ্য এবং অভিমুখ, অর্থাৎ A-বিন্দুর সাপেক্ষে B-বিন্দুর অবস্থান অপরিবর্তিত থাকিবে। অতএব A-বিন্দুর সাপেক্ষে *B*-বিন্দুকে স্থির বলিয়া মনে হইবে। একইভাবে প্রমাণ করা যায় B-বিন্দুর সাপেক্ষে A-বিন্দুকেও স্থির বলিয়া মনে হইবে এবং তাহা হইলে পরস্পরের সাপেক্ষে তাহাদের আপেক্ষিক গতি শূন্য হইবে। আপেক্ষিক গতি নির্ণয়ের উল্লিখিত পদ্ধতি অনুযায়ী, B-বিন্দুর গতিবেগের

সহিত A-বিন্দুর গতিবেগের সমান ও বিপরীত গতিবেগ সংযোজন করিলেও এই একই ফল পাওয়া যাইবে।

এইজন্যই যখন দুইটি রেলগাড়ি পাশাপাশি একই দিকে সমান বেগে যায়, তখন যে-কোন গাড়ির যাত্রী অপর গাড়িকে স্থির বলিয়া মনে করে ; আবার একটি গাড়ির গতিবেগ যদি অপরটি হইতে কিছু বেশী হয় তবে দ্রুতগতিসম্পন্ন গাড়ির যাত্রীর মনে হইবে অপর গাড়িটি পিছনদিকে আস্তে আস্তে যাইতেছে—যদিও উভয় গাড়িই একই দিকে যাইতেছে।

(ii) এইবার মনে করা যাক, A ও B-বিন্দু যথাক্রমে u ও v-সমবেগের সহিত ছুটিতেছে এবং এই গতিবেগ-দুইটিকে ভেক্টর নির্দেশের পদ্ধতি অনুযায়ী যথাক্রমে AP ও BQ দ্বারা সূচিত করা হইয়াছে (চিত্র 16)। এখন AP-এর সমান ও



চিত্র 16

বিপরীতমুখী দুইটি বেগ AL ও BM যথাক্রমে A ও B-বিন্দুতে প্রয়োগ করা যাক। এই প্রযুক্ত সমান ও সমান্তরাল গতিবেগদ্বয় A ও B-বিন্দুর মধ্যে কোন আপেক্ষিক গতি সৃষ্টি করিবে না [(i) উদাহরণেই প্রমাণিত হইয়াছে] এবং কাজেই এই সংযোজনের ফলে A-বিন্দুর সাপেক্ষে B-বিন্দুর আপাত গতি অপরিবর্তিত থাকিবে। এই সংযোজনের পর A-বিন্দু স্থির হইয়া যাইবে এবং B-বিন্দুর লব্ধ গতি BN-কর্ণদ্বারা সূচিত হইবে বা এই BN-ই হইবে A-বিন্দুর সাপেক্ষে B-বিন্দুর আপেক্ষিক গতিবেগ। ভেক্টরের চিহ্নে,

$$\vec{V}_{BA} = \vec{V}_B - \vec{V}_A \quad \ldots \quad \ldots \quad (6)$$

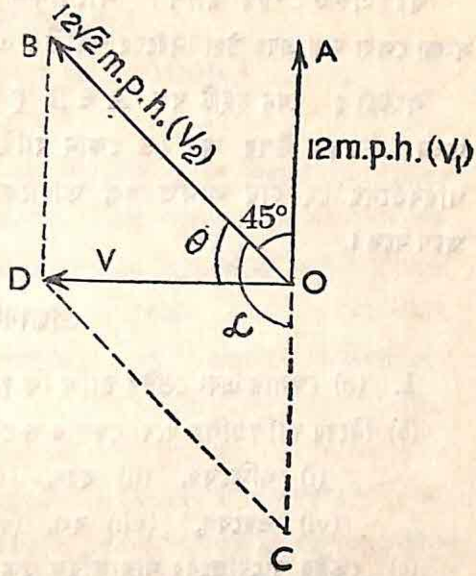
উদাহরণ ঃ একটি নৌকা 12 miles hour বেগে উত্তর দিকে যাইতেছে এবং অপর আর একটি নৌকা $12\sqrt{2}$ miles/hour বেগে উত্তর-পশ্চিম দিকে যাইতেছে। প্রথম নৌকাটির সাপেক্ষে দ্বিতীয় নৌকাটির আপেক্ষিক গতিবেগ নির্ণয় কর।

মনে করা যাক, প্রথম নৌকাটি উত্তর দিকে V_1 বেগে যাইতেছে এবং দ্বিতীয় নৌকাটি V_2 বেগে উত্তর-পশ্চিম দিকে যাইতেছে ; ভেক্টরের নিয়মানুযায়ী এই গতিবেগ-

দুইটি যথাক্রমে $\vec{OA}$ এবং $\vec{OB}$ দ্বারা সূচিত হইতেছে (চিত্র 17)। প্রদত্ত শর্ত অনুযায়ী,

$$\angle AOB = 45^\circ.$$

প্রথম নৌকার সাপেক্ষে দ্বিতীয় নৌকার আপেক্ষিক গতিবেগ নির্ণয় করিতে হইবে। কাজেই নিয়মানুযায়ী $\vec{OB}$-এর O-বিন্দুতে $\vec{OA}$-এর সমান ও বিপরীতমুখী বেগ $\vec{OC}$ প্রয়োগ করা হইল। এখন এই $\vec{OB}$ এবং $\vec{OC}$-এর লব্ধি $\vec{OD}$-ই হইবে নির্ণেয় আপেক্ষিক গতিবেগ V।



চিত্র 17

ভেক্টরের সংযোজনের সামান্তরিক সূত্র হইতে,

$$V^2 = V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2 \cos \alpha. \qquad (\alpha = \angle BOC)$$

এখানে $V_1 = 12$ m.p.h., $V_2 = 12\sqrt{2}$ m.p.h. এবং $\alpha = 135^\circ$

$$\therefore \quad V^2 = (12)^2 + (12\sqrt{2})^2 + 2(12)(12\sqrt{2})\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$$

$$\left[\text{যেহেতু } \cos 135^\circ = -\frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

$$= 144 + 288 - 288 = 144$$

সুতরাং, $V = 12$ miles/hour.

আর $$\tan\theta = \frac{V_1 \sin\alpha}{V_2 + V_1 \cos\alpha} = \frac{12 . \frac{1}{\sqrt{2}}}{12\sqrt{2} - 12 . \frac{1}{\sqrt{2}}}.$$

$$\left[\text{যেহেতু } \sin\alpha = \sin 135^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}\right]$$

$$= \frac{\frac{12}{\sqrt{2}}}{\frac{24-12}{\sqrt{2}}} = \frac{\frac{12}{\sqrt{2}}}{\frac{12}{\sqrt{2}}} = 1 \qquad \therefore \ \theta = 45^\circ$$

$$\therefore \quad \angle AOD = \angle AOB + \theta = 45^\circ + 45^\circ = 90^\circ$$

সুতরাং, নির্ণেয় আপেক্ষিক গতিবেগ = 12 m.p.h. এবং পশ্চিম দিকে।

2.6. আপেক্ষিক ত্বরণ (Relative acceleration) :

ত্বরণ একটি ভেক্টর রাশি। আপেক্ষিক গতিবেগের ন্যায় আপেক্ষিক ত্বরণের সংজ্ঞা লেখা যায় এবং উহা নির্ণয়ের পদ্ধতিও একই প্রকার।

সংজ্ঞা : যখন দুইটি বস্তু A ও B ভূ-পৃষ্ঠে সমত্বরণের সহিত চলিতে থাকে তখন A-বস্তুর উপর অবস্থিত কোন ব্যক্তি কর্তৃক সময়ের সহিত B-বস্তুর গতিবেগ পরিবর্তনের যে হার লক্ষিত হয়, তাহাকে A-বস্তুর সাপেক্ষে B-বস্তুর আপেক্ষিক ত্বরণ বলে।

প্রশ্নাবলী

1. (*a*) স্কেলার এবং ভেক্টর রাশি কি ?

(*b*) নিম্নের রাশিগুলির মধ্যে স্কেলার ও ভেক্টরগুলি বাহির কর :

(i) গতিবেগ, (ii) ত্বরণ, (iii) উষ্ণতা, (iv) সময়, (v) দ্রুতি, (vi) ভরবেগ, (vii) বল, (viii) ভর।

(*c*) ভেক্টর সংযোজনের সামান্তরিক সূত্র বল এবং সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

(*d*) দুইটি সম-মানের ভেক্টর লম্বাভিমুখী হইলে উহাদের লব্ধির মান ও অভিমুখ বাহির কর। (উঃ $\sqrt{2}\times$ ভেক্টরের মান, $\theta=45°$

2. (*a*) অনেকগুলি ভেক্টরের সংযোজন কিভাবে করা হয় ?

(*b*) একটি বস্তুকণা (10, 10) cm/sec. সমবেগে চলিতেছে। উহার বেগের মান ও অভিমুখ নির্ণয় কর।

(*c*) আপেক্ষিক গতিবেগ কাহাকে বলে ? উহার সংজ্ঞা লিখ।

(*d*) একটি স্টীমার দক্ষিণ দিকে 7 miles/hour বেগে যাইতেছে এবং অপর একটি স্টীমার দক্ষিণ-পশ্চিম দিকে $7\sqrt{2}$ miles/hour বেগে যাইতেছে। প্রথম স্টীমারের সাপেক্ষে দ্বিতীয় স্টীমারের আপেক্ষিক বেগ নির্ণয় কর।

3. একটি বস্তুকণার উপর 6 poundal ও 8 poundal দুইটি বল সমকোণে প্রযুক্ত হইল। উহাদের লব্ধির মান ও অভিমুখ নির্ণয় কর।

(উঃ 10 poundal, $\theta=\tan^{-1}1\frac{3}{4}$)

4. একই বিন্দুতে 7 dyne ও 9 dyne দুইটি বল 60° কোণে প্রযুক্ত হইয়াছে। উহাদের লব্ধির মান ও অভিমুখ নির্ণয় কর।

$\left(\text{উঃ} \quad R=\sqrt{193}\ \text{dyne},\ \theta=\tan^{-1}\frac{9\sqrt{3}}{23}\right)$

তৃতীয় অধ্যায়
নিউটনের গতিসূত্র
(Newton's Laws of Motion)

3.0. সূচনা (Introduction) :

সার্ আইজাক নিউটন সর্বপ্রথম বস্তুর এবং গ্রহ, উপগ্রহ ও অন্যান্য জ্যোতিষ্কের গতি সম্বন্ধে বিশদভাবে পর্যালোচনা করেন। ইহার ফলস্বরূপ গতি সম্পর্কিত মূল-তথ্যগুলিকে তিনি তিনটি মূল্যবান সূত্রের আকারে বিবৃত করেন। এই সূত্রগুলি এখন নিউটনের গতিসূত্র নামে পরিচিত। গতিবিজ্ঞান এবং জ্যোতির্বিজ্ঞান নিউটনের এই তিনটি সূত্রের উপর প্রতিষ্ঠিত। এই সূত্রগুলিকে নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা হয়।

3.1 নিউটনের গতিসূত্র :

প্রথম সূত্র—বাহির হইতে কোন প্রযুক্ত বল (force) দ্বারা অবস্থার পরিবর্তন করিতে বাধ্য না করিলে, স্থির বস্তু চিরকাল স্থির অবস্থাতেই থাকিবে এবং সচল বা গতিশীল বস্তু চিরকাল সমবেগে সরলরেখা অবলম্বন করিয়া চলিতে থাকিবে।

[Every body continues in its state of rest or of uniform motion in a straight line unless compelled by an external impressed force to change that state.]

দ্বিতীয় সূত্র—কোন বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তনের হার উহার উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক এবং বল যে-দিকে প্রযুক্ত হয় ভরবেগের পরিবর্তনও সেইদিকে ঘটে।

[Rate of change of momentum of a body is proportional to the impressed force and takes place in the direction in which the force acts.]

তৃতীয় সূত্র—প্রত্যেক ক্রিয়ারই একটি সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া আছে।

[To every action there is an equal and opposite reaction.]

3.2. প্রথম সূত্রের আলোচনা :

প্রথম সূত্র হইতে আমরা দুইটি তথ্য জানিতে পারি : (i) পদার্থের একটি বিশেষ ধর্ম, যাহার নাম **জাড্য** বা **জড়তা** (inertia) এবং (ii) **বলের সংজ্ঞা**।

(i) **পদার্থের জাড্য**—প্রথম সূত্রে বলা হইয়াছে, বাহিক বল প্রয়োগ ব্যতীত কোন বস্তু কখনই আপনা হইতে নিজ স্থিতি অথবা গতির অবস্থার কোনরূপ পরিবর্তন করিতে পারে না। স্থির বস্তুর ধর্মই হইল অনন্তকাল স্থির থাকা, উহা

কখনই নিজ হইতে স্থান পরিবর্তন করিতে পারে না। আবার গতিশীল বস্তু আপনা হইতে থামিতে কিংবা গতিবেগ হ্রাস-বৃদ্ধি করিতে পারে না; উহার ধর্ম হইল অনন্তকাল সমবেগে সরলরেখায় গতি বজায় রাখা। জড় পদার্থের এই ধর্ম, অর্থাৎ যে-অবস্থায় তাহাকে রাখা হইল সেই অবস্থাকে বজায় রাখিবার চেষ্টা—এই ধর্মকেই বলে পদার্থের **জাড্য** বা **জড়তা**। জাড্য বা জড়তা বস্তুর একটি মৌলিক ধর্ম। প্রথম সূত্রকে সেইজন্য **জড়তার সূত্রও** (Law of inertia) বলে। মনে রাখিতে হইবে, জাড্য বস্তুর ভরের উপর নির্ভরশীল। বস্তুর ভর বৃদ্ধি করিলে উহার জাড্যও বৃদ্ধি পায়; জাড্য ভরের সমানুপাতিক।

উপরের আলোচনা হইতে স্পষ্টতঃই দেখা যাইতেছে যে জাড্য দুই প্রকার: (*a*) **স্থিতিজাড্য** (Inertia of rest) এবং (*b*) **গতিজাড্য** (Inertia of motion)।

(*a*) **স্থিতিজাড্য**—আমরা দৈনন্দিন জীবনে বহু স্থিতিজাড্যের দৃষ্টান্ত দেখিতে পাই। যেমন ধরা যাক, একটি বই টেবিলের উপর রাখা হইল। এখন বইটিকে ধাক্কা বা ঠেলা দিয়া না সরাইলে উহাকে চিরকাল টেবিলের উপর একই জায়গায় থাকিতে দেখা যায়। অতএব দেখা যাইতেছে, **বাহ্যিক বল প্রয়োগ না করা পর্যন্ত স্থির বস্তু নিজ অবস্থানে স্থির থাকিবে; কোন বস্তুই নিজ হইতে চলিতে আরম্ভ করে না বা চলিবার চেষ্টাও করিতে পারে না। ইহাকেই বলে স্থিতিজাড্য।**

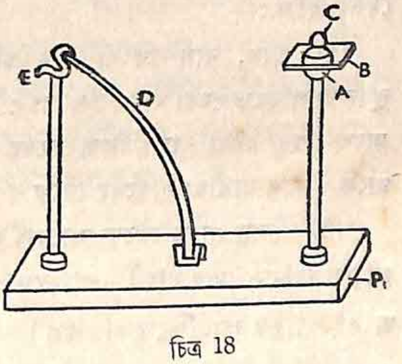
কোন লোক ঘোড়ায় চড়িবার সময় ঘোড়া যদি হঠাৎ চলিতে শুরু করে কিংবা গতিবেগ বাড়ায় তবে লোকটি পিছনের দিকে হেলিয়া পড়ে। ইহাও স্থিতিজাড্যের একটি উদাহরণ। ইহার ব্যাখ্যা এইরূপ,—ঘোড়া যখন হঠাৎ চলিতে শুরু করে তখন ঘোড়ার পিঠের সংলগ্ন লোকটির দেহের অংশ একই গতিবেগে চলিতে শুরু করে, কিন্তু লোকটির দেহের উপরের অংশ স্থিতিজাড্যের জন্য তখনও স্থির অবস্থায় থাকিতে চায়। এইজন্যই লোকটির উপরের অংশ পিছনের দিকে হেলিয়া পড়ে।

বাসে, ট্রামে কিংবা গাড়িতে চলিবার সময়ও আমরা স্থিতিজাড্যের প্রমাণ পাই। ট্রাম, বাস কিংবা গাড়ি যদি হঠাৎ চলিতে শুরু করে তখনও যাত্রীদের পিছনে হেলিয়া পড়িতে দেখা যায়। শীতকালে গরম কোট বা উলের জামায় যখন অনেক ধুলা জমে তখন কোন ছড়ির সাহায্যে জামাগুলি পিটাইয়া ধুলামুক্ত করা হয়। ছড়ির সাহায্যে জামাগুলি পিটাইলে উলের সুতাগুলি হঠাৎ নড়িতে-চড়িতে শুরু করে কিন্তু ধুলাকণাগুলি তখনও স্থিতিজাড্যের জন্য স্থির অবস্থায় থাকিতে চায়, ফলে ধুলাকণাগুলি পড়িয়া যায়।

ক্যারম খেলিতে গিয়া লক্ষ্য করিলে অনেক সময় দেখা যায়, দুইটি ঘুঁটি একটি আর একটির উপর থাকা অবস্থায় স্ট্রাইকার দিয়া সজোরে আঘাত করিলে নীচের ঘুঁটিটি সরিয়া যায় কিন্তু উপরের ঘুঁটিটি না সরিয়া নীচের ঘুঁটির স্থান দখল করে। ইহাও স্থিতিজাড্যের একটি সুন্দর উদাহরণ। আঘাত খুব অল্প সময়ের মধ্যে জোরে হওয়ার জন্য উপরের ঘুঁটির স্থিতিজাড্য নষ্ট হয় না—নীচের ঘুঁটি সরিয়া গেলে উপরেরটি ঐ স্থান দখল করে—একটুও পাশে সরিয়া যায় না।

কাচের শাসিতে নিকট হইতে একটি পাথরখণ্ড ছুঁড়িয়া মারিলে কাচ ভাঙ্গিয়া টুকরো টুকরো হইয়া যায় এবং কাচের গায়েও অনেক ফাটল-চিহ্ন দেখা যায় ; অথচ দূর হইতে শার্সির উপর বন্দুক হইতে গুলি ছুঁড়িলে কেবলমাত্র গুলির সমান পরিধির একটি ছিদ্র সৃষ্টি হয়। ইহার কারণ, গুলিটি খুব দ্রুত চলিয়া যায় বলিয়া উহা শার্সির অণুসমূহের স্থিতিজাড্য নষ্ট করিবার অবকাশ পায় না ; কিন্তু পাথরখণ্ড অপেক্ষাকৃত অনেক ধীর গতিতে যায় বলিয়া শার্সির অণুসমূহের স্থিতিজাড্য নষ্ট করিয়া দেয়। নিম্নে বর্ণিত ছোট পরীক্ষাটির দ্বারা স্থিতিজাড্যের সুন্দরভাবে প্রমাণ করা যায়—

স্থিতিজাড্যের পরীক্ষা ঃ এই পরীক্ষার জন্য যে সরঞ্জাম ব্যবহৃত হয় তাহা 18নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে। একটি কাঠের প্ল্যাটফর্মে (P) একটি দণ্ডের মাথায় একটি বাটি (A) বসানো আছে। এই বাটিটির উপর একটি মোটা শক্ত অথচ হালকা পিচবোর্ড (B) আছে এবং ইহার উপর একটি ছোট কিন্তু ভারী ধাতুনির্মিত বল (C) বসানো আছে। D—একটি স্প্রিং এবং এই স্প্রিংটিকে E-এর সাহায্যে আটকাইয়া রাখা হইয়াছে। এখন স্প্রিংটিকে হঠাৎ ছাড়িয়া দিলে খুব জোরে B-পিচবোর্ডটাকে আঘাত করিবে এবং ইহার ফলে পিচবোর্ড সরিয়া যাইবে। এইরূপে পরীক্ষাটি করিলে দেখা যাইবে, ধাতুনির্মিত বলটি (C) বাটির মধ্যে পড়িয়া গিয়াছে। ইহার কারণ, পিচবোর্ডটা হঠাৎ আঘাত পাইবার ফলে দ্রুত সরিয়া গেলেও, ভারী ধাতুনির্মিত বলটি স্থিতিজাড্যের জন্য নিজ অবস্থান পরিবর্তন করিতে পারে নাই। এইজন্যই বলটি নিজ ওজনের জন্য নীচের দিকে যাইবার সময় বাটিটির মধ্যে আটকাইয়া গেল।



চিত্র 18

(*b*) **গতিজাড্য**—যতক্ষণ পর্যন্ত কোন গতিশীল বস্তুর উপর বাহির হইতে বল প্রয়োগ করিয়া উহার গতিবেগ পরিবর্তন করা না হয়, ততক্ষণ ঐ বস্তু সমবেগে

বরাবর সরলরেখায় গমন করে ; অর্থাৎ **গতিশীল বস্তু বাধা না পাইলে অনন্তকাল ধরিয়া একই অভিমুখে একই গতিবেগে চলিতে থাকিবে। ইহাই গতিজাড্য।** কিন্তু বাস্তবক্ষেত্রে এইরূপ দৃষ্টান্ত দেখা যায় না, কারণ, পৃথিবীতে কোন গতিশীল বস্তুকে বাহিরের সকল বাধা হইতে মুক্ত করা যায় না। উদাহরণস্বরূপ ধরা যাক, একটি মার্বেলকে মসৃণ মেঝের উপর গড়াইয়া দেওয়া হইল। মার্বেলটিকে কিছুক্ষণ গড়াইয়া যাইবার পর থামিয়া যাইতে দেখা যাইবে। গতিজাড্যের নিয়ম অনুযায়ী যদিও মার্বেলটির অনন্তকাল ধরিয়া চলিতে থাকা উচিত, কিন্তু মার্বেলটি সর্বশেষে থামিয়া যায়—তাহা হইলে গতিজাড্যের সত্যতা কিভাবে প্রমাণিত হইল ? এই উদাহরণে একটি ঘটনার উল্লেখ করা হয় নাই ; এখানে মার্বেলটি মাটিতে গড়াইবার সময় বাহ্যিক বলের দ্বারা প্রভাবিত হইতেছে। মাটির সহিত ঘর্ষণজনিত বল, বায়ুদ্বারা বাধাপ্রাপ্ত হইবার বল, প্রভৃতি মার্বেলটির উপর ক্রিয়া করে বলিয়াই কিছুক্ষণ পরে মার্বেলটি থামিয়া যায়। মার্বেলটিকে মসৃণ মেঝের পরিবর্তে মাটির অমসৃণ মেঝেতে গড়াইয়া দিলে উহাকে অনেক আগে থামিয়া যাইতে দেখা যাইবে ; কারণ অমসৃণ মেঝেতে ঘর্ষণ-জনিত বল বা বাধা অনেক বেশী। এইসব বাহ্যিক বাধা সম্পূর্ণ অপসারণ করিতে পারিলে বস্তু অনন্তকাল ধরিয়া গতি বজায় রাখিবে। এইভাবে আমরা গতিজাড্য সম্বন্ধে ধারণা করিতে পারি। নিম্নে গতিজাড্যের কয়েকটি দৃষ্টান্ত দেওয়া হইল :—

(1) ট্রাম, বাস কিংবা ট্রেন হঠাৎ থামিয়া গেলে যাত্রীগণকে সামনের দিকে ঝুঁকিয়া পড়িতে দেখা যায়। কারণ ট্রেন থামিবার সঙ্গে সঙ্গে বেঞ্চির সংলগ্ন দেহের অংশ স্থির হইয়া যায় ; কিন্তু দেহের উপরের অংশ গতিজাড্যের জন্য তখনও চলিতে থাকে—ফলে যাত্রীরা সামনের দিকে ঝুঁকিয়া পড়ে।

(2) চলন্ত গাড়ি হইতে আরোহীকে অসাবধানে নামিবার জন্য সামনের দিকে পড়িয়া যাইতে দেখা যায়। গাড়িতে থাকাকালীন অবস্থায় আরোহীর দেহের সমস্ত অংশই গাড়ির সমগতিতে গতিশীল। কিন্তু মাটিতে পা দিবার সঙ্গে সঙ্গে তাহার দেহের নিম্নাংশ স্থির হইয়া যায় ও গতিজাড্যের জন্য দেহের উর্ধ্বাংশ গতি বজায় রাখিতে চেষ্টা করে। ফলে আরোহী সামনের দিকে পড়িয়া যায়। এইজন্য চলন্ত ট্রাম বা বাস হইতে নামিতে হইলে সামনের দিকে মুখ করিয়া এবং একটু পিছনের দিকে হেলিয়া নামিতে হয় এবং নামিবার পরেও সামনের দিকে কিছুটা দৌড়াইয়া দেহের নিম্নাংশেরও গতি বজায় রাখিবার চেষ্টা করিতে হয়।

(3) চলন্ত রেলের কামরায় বসিয়া কোন আরোহী একটি বলকে সোজা উপরে ছুঁড়িয়া দিলে উহা কিছুক্ষণ পরে আবার তাহার হাতে আসিয়া পড়ে—যদিও আরোহী

ইতিমধ্যে কিছুটা অগ্রসর হইয়া গিয়াছে। ইহাও গতিজাড্যের উদাহরণ। বলটি গাড়ির ভিতর থাকায় উহাকে উপরের দিকে ছুঁড়িয়া দিলেও উহা গতিজাড্যের জন্য গাড়ির সমবেগে ছুটিতে থাকিবে।

(ii) **বলের সংজ্ঞা**—বল (force) কাহাকে বলে ? এই প্রশ্নের উত্তরও নিউটনের প্রথম গতিসূত্র হইতে পাওয়া যায়। এই সূত্র অনুযায়ী,

(i) কোন স্থির বস্তু নিজ হইতে চলিতে পারে না। স্থির বস্তুকে গতিশীল করিতে হইলে অথবা একস্থান হইতে অন্যস্থানে সরাইতে হইলে উহার উপর বল প্রয়োগ করিতে হয় ; আবার (ii) কোন গতিশীল বস্তু নিজ হইতে থামিতে পারে না কিংবা তাহার গতিবেগ হ্রাস-বৃদ্ধিও করিতে পারে না। গতিশীল বস্তুকে থামাইতে হইলে কিংবা গতিবেগ হ্রাস-বৃদ্ধি করিতে হইলে অথবা গতিবেগের অভিমুখ পরিবর্তন করিতে হইলে বাহির হইতে বস্তুটির উপর বল প্রয়োগ করিতে হয়। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, একটি স্থির বস্তুকে ধাক্কা দিলে উহা হয় চলিতে শুরু করে কিংবা স্থান পরিবর্তন করে ; একটি প্রকাণ্ড পাথরখণ্ডকে সজোরে ধাক্কা দিলেও হয়ত উহা নড়িবে না—কিন্তু সেক্ষেত্রে ধাক্কার ফলে বস্তুটি নিজ অবস্থার পরিবর্তন না করিলেও পরিবর্তন করিবার চেষ্টা করে। আবার গতিশীল বস্তুকে গতির অভিমুখে অথবা বিপরীতমুখে আঘাত করিয়া উহার গতিবেগ যথাক্রমে বৃদ্ধি ও হ্রাস করা যায়, কিংবা একটি পূর্বাভিমুখী গতিশীল বস্তুকে উত্তরাভিমুখে আঘাত করিয়া গতির অভিমুখও পরিবর্তন করা যায়। উপরের উদাহরণগুলিতে যাহা (এক্ষেত্রে ধাক্কা) প্রযুক্ত হইল তাহাকেই বলে **বল**। অর্থাৎ, **বাহির হইতে যাহা প্রযুক্ত হইয়া কোন বস্তুর স্থির অবস্থা অথবা সমগতির পরিমাণ কিংবা অভিমুখ পরিবর্তন করে অথবা পরিবর্তন করিবার চেষ্টা করে তাহাকেই বলে বল।**

এখানে মনে রাখা উচিত, গতির বা ত্বরণের উৎপত্তির কারণ বল প্রয়োগ ; আবার গতির বা ত্বরণের অন্তর্ধানের কারণও বল প্রয়োগ। এই বল বাহির হইতে প্রযুক্ত হয়, বস্তুর অভ্যন্তরীণ কোন বলের দ্বারা বস্তুর স্থিতির অথবা গতির অবস্থার পরিবর্তন হয় না।

বল একটি ভেক্টর রাশি, কারণ ইহার মান ও অভিমুখ দুই-ই আছে। আর যে-বিন্দুতে বল প্রয়োগ করা হয় সেই বিন্দুকে বলে বলের **প্রয়োগ বিন্দু** (point of application)।

3.3. দ্বিতীয় সূত্রের আলোচনা :

দ্বিতীয় সূত্র হইতে আমরা বলের পরিমাপ, ত্বরণের সহিত বলের সম্বন্ধ এবং বলের একক নির্ণয় করিয়া থাকি। এই সূত্রে বলা হইয়াছে, কোন বস্তুর ভরবেগ

পরিবর্তনের হার উহার উপর প্রযুক্ত বলের সমানুপাতিক। কাজেই এই সূত্রের আলোচনার পূর্বে ভরবেগ সম্বন্ধে কিছু আলোচনা করা যাক।

ধরা যাক, একটি মোটরগাড়ি 10 km./hour (ঘণ্টায় 10 কিলোমিটার) বেগে চলিতেছে। এই গাড়িটিকে থামাইতে হইলে গাড়ির গতির বিপরীতমুখী কিছু বল প্রয়োগের প্রয়োজন। একটি ভারী মাল বোঝাই লরি যদি একই বেগে চলিতে থাকে তবে উহাকে থামাইতে হইলে অনেক বেশী বল প্রয়োগের প্রয়োজন হইবে; কারণ মোটরগাড়ির তুলনায় লরির ভর অনেক বেশী। আবার যদি মোটরগাড়ির গতিবেগ দ্বিগুণ হয় তবে তাহাকে থামাইতে হইলে পূর্বোক্ত বলের দ্বিগুণ বল লাগিবে। তাহা হইলে এইবার বলা যাইতে পারে, **কোন গতিশীল বস্তুতে ভর ও বেগের সমন্বয়ে যে-ধর্মের উৎপত্তি হয় তাহাকে ভরবেগ বলে ; ইহা বস্তুর ভর ও বেগের গুণফলের সমান এবং ইহার অভিমুখ হইবে বেগের অভিমুখ।**

ভরবেগের একক—1 gm. ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু 1 cm./sec. গতিবেগে চলিলে উহাতে যে ভরবেগের সঞ্চার হয় তাহাকে সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ভরবেগের একক ধরা হয়। এই এককের নাম gm. cm./sec.

1 lb. ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু 1 ft./sec. গতিবেগে চলিলে উহাতে যে ভরবেগের সঞ্চার হয় তাহাকে এফ. পি. এস্. পদ্ধতিতে ভরবেগের একক ধরা হয়। এই এককের নাম lb. ft./sec.

বলের পরিমাপ ও P=mf সমীকরণ (Measurement of force and the equation P=mf)—মনে করি, কোন বস্তুর ভর m এবং উহা u বেগে চলিতেছে। এইবার একটি বাহ্যিক বল P ঐ বস্তুর উপর প্রযুক্ত হওয়ায় উহার গতিবেগ t sec. সময়ে u হইতে v-তে পরিবর্তিত হইল। তাহা হইলে, ঐ বস্তুর প্রাথমিক ভরবেগ $=mu$ এবং t sec. পরে চূড়ান্ত ভরবেগ $=mv$ হইবে। কাজেই ভরবেগ পরিবর্তনের হার $=(mv-mu)/t=m(v-u)/t$ হইবে। কিন্তু $(v-u)/t$ হইতেছে ঐ বস্তুর বেগের পরিবর্তনের হার অর্থাৎ ত্বরণ f. সুতরাং ভরবেগ পরিবর্তনের হার $=mf$ হইবে এবং দ্বিতীয় সূত্র অনুযায়ী, প্রযুক্ত বল (P) ভরবেগ পরিবর্তনের হারের (mf) সমানুপাতিক। সুতরাং, $P\propto mf$.

অথবা, $P=kmf$, এখানে k একটি ধ্রুবক (constant) এবং এই ধ্রুবকের মান বলের এককের উপর নির্ভর করে। এখন আমরা যদি বলের একক এমনভাবে নির্বাচন করি যে, **একক ভরের উপর ক্রিয়া করিয়া একক ত্বরণ সৃষ্টি করে যে-বল তাহাই বলের একক**, অর্থাৎ $P=1$ যখন $m=1$ এবং $f=1$, তাহা হইলে $P=kmf$ সমীকরণ হইতে আমরা পাই, $k=1$.

অতএব উপরের সংজ্ঞা অনুযায়ী বলের একককে সূচিত করিলে,

$$P = mf \cdots \quad \cdots \quad \cdots (1)$$

আবার দ্বিতীয় সূত্রে ইহাও বলা হইয়াছে যে, বল যে-দিকে প্রযুক্ত হয় ভরবেগের পরিবর্তনও সেইদিকে ঘটে। অতএব, যদি m-ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুর উপর কোন বল প্রযুক্ত হইয়া f-ত্বরণ সৃষ্টি করে, তবে ঐ বলের পরিমাণ = ভর $(m) \times$ ত্বরণ (f) এবং বল যে-অভিমুখে প্রযুক্ত হয় ত্বরণও সেই অভিমুখে সৃষ্টি হয়।

3.3(a) বিভিন্ন পদ্ধতিতে বলের একক :

(i) সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে বলের এককের নাম **ডাইন** (dyne)।

সংজ্ঞা : এক ডাইন (1 dyne) বল বলিতে এমন একটি বল বুঝায় যাহা এক গ্রাম (1 gm.) ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করিয়া 1 সেমি./সেকেণ্ড^2 (1 cm./sec.^{2}) ত্বরণ সৃষ্টি করে।

এই পদ্ধতিতে মেগাডাইন (megadyne) নামে বলের আর একটি বৃহত্তর একক প্রচলিত আছে।

$$\textbf{1 megadyne} = \mathbf{10^6}\ \textbf{dynes} \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots (2)$$

(ii) এফ. পি. এস্. পদ্ধতিতে বলের এককের নাম **পাউণ্ডাল** (Poundal)।

সংজ্ঞা : এক পাউণ্ডাল (1 Poundal) বল বলিতে এমন একটি বল বুঝায় যাহা এক পাউণ্ড (1 lb) ভর-বিশিষ্ট কোন বস্তুর উপর ক্রিয়া করিয়া 1 ফুট/সেকেণ্ড^2 (1 ft./sec.^{2}) ত্বরণ সৃষ্টি করে।

3.3(b) পাউণ্ডাল ও ডাইনের সম্পর্ক :

এক পাউণ্ডাল (1 Poundal) = এক পাউণ্ড (1 lb) × এক ফুট/সেকেণ্ড^2 (1 ft./sec.^{2})

$$= 453{\cdot}6 \text{ gm.} \times 30{\cdot}48 \text{ cm./sec.}^2$$
$$= (453{\cdot}6 \times 30{\cdot}48) \text{ dynes}$$
$$= \mathbf{13{,}825{\cdot}728}\ \text{ডাইন} \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots (3)$$

3.3(c) বলের বৃহত্তর একক :

ডাইন একটি ছোট একক বলিয়া স্বনামধন্য বিজ্ঞানী নিউটনের নাম অনুসারে '**নিউটন**' নামে একটি বৃহত্তর একক স্থির করা হইয়াছে।

সংজ্ঞা : এক নিউটন এমন একটি বল যাহা এক কিলোগ্রাম ভর-বিশিষ্ট বস্তুর উপর ক্রিয়া করিয়া 1 metre/sec.^{2} ত্বরণ সৃষ্টি করে; অর্থাৎ, এম্. কে. এস্. পদ্ধতিতে নিউটন হইল বলের একক।

এক নিউটন = এক কিলোগ্রাম × এক মিটার/সেকেণ্ড^2

= 10^3 গ্রাম × 10^2 সে.মি./সেকেণ্ড^2

= 10^5 **ডাইন**

∴ **1 নিউটন = 10^5 ডাইন** … … … … (4)

এবং 1 মেগাডাইন = 10^6 ডাইন = 10 নিউটন … (5)

3.3(d) বলের অন্যান্য সংজ্ঞা :

(i) আমরা জানি, $P = mf$

অথবা $P = \frac{m(v-u)}{t} = \frac{mv - mu}{t}$

∴ **বল** = $\frac{\text{চূড়ান্ত ভরবেগ} - \text{প্রাথমিক ভরবেগ}}{\text{সময়}}$

= **সময়ের সহিত ভরবেগ পরিবর্তনের হার**

অতএব, **সময়ের সহিত ভরবেগের পরিবর্তনের হারকে** বা **এক সেকেণ্ডে ভরবেগের পরিবর্তনকে বল বলে।**

(ii) যদি $t = 1$, $u = 0$ ও $m = 1$ হয়, তাহা হইলে $P = \frac{mv - mu}{t}$ সমীকরণ হইতে, $P = v$.

অতএব, **একক ভরবিশিষ্ট কোন** বস্তু **স্থির অবস্থা হইতে যাত্রা শুরু করিয়া একক সময়ে যে বেগ সঞ্চয় করিবে তাহাই উহার উপর প্রযুক্ত বল।**

উদাহরণ : (1) 125 gm. ভরবিশিষ্ট বস্তুর উপর 500 dyne বল প্রয়োগ করিলে বস্তুটির কত ত্বরণ সৃষ্টি হইবে ?

এখানে $P = 500$ dyne, $m = 125$ gm, $f = ?$

আমরা জানি, $P = mf$

অর্থাৎ $500 = 125f$

∴ $f = 500/125 = 4$ cm/sec.^{2}

∴ বস্তুটির গতিতে 4 cm/sec.^{2} ত্বরণ সৃষ্টি হইবে।

(2) 75 gm ভরসম্পন্ন বস্তুর উপর 15 sec. ব্যাপী একটি স্থিরমানের বল ক্রিয়া করিয়া বস্তুটির 60 cm./sec. গতিবেগ উৎপন্ন করিল। বস্তুটি প্রথমে স্থির অবস্থায় থাকিলে, কত বল বস্তুটির উপর ক্রিয়া করিয়াছিল ?

আমরা জানি, $v=u+ft$ এবং $P=mf$
প্রথমে বস্তুটির ত্বরণ নির্ণয় করা যাক। এক্ষেত্রে,

$$u=0, v=60 \text{ cm./sec}, t=15 \text{ sec}, f=?$$

কাজেই $v=u+ft$ সমীকরণ হইতে, $60=0+f.15$

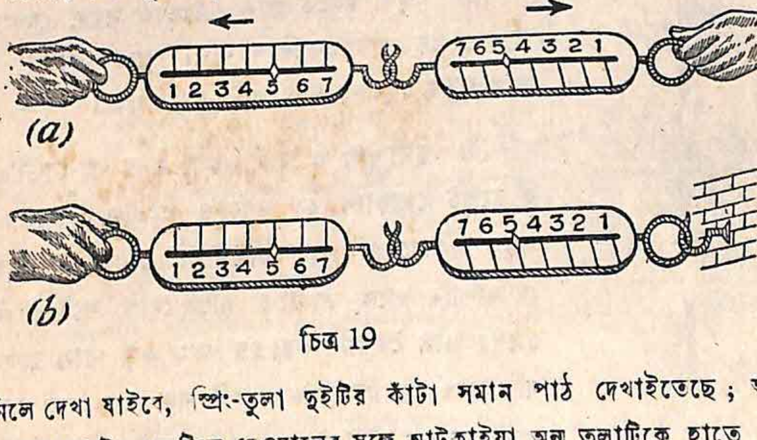
$$\therefore f=4 \text{ cm./sec.}^2$$

এখন $P=mf$ সমীকরণ হইতে, $P=75\times 4=300$ dyne.

3.4 তৃতীয় সূত্রের আলোচনা :

মনে করি, P ও Q দুইটি বস্তু। যদি P-বস্তুটি Q-বস্তুটির উপর বল প্রয়োগ করে তাহা হইলে, তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী, Q-বস্তুটিও P-বস্তুটির উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করিবে। এই বল দুইটিকে যথাক্রমে **ক্রিয়া** (action) এবং **প্রতিক্রিয়া** (reaction) বলে। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া একই বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় না ; দুইটি পৃথক বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয়। যেমন, একটি টেবিলের উপর যে-কোন বস্তু রাখিলে, ঐ বস্তুর ওজন টেবিলের উপর লম্বভাবে নীচের দিকে চাপ দেয়—উহা ক্রিয়া ; শক্ত টেবিল আবার ঐ বস্তুর উপর উপরের দিকে সমান বল প্রয়োগ করে—উহা প্রতিক্রিয়া। বস্তু দুইটি সচল কিংবা নিশ্চল যাহাই হউক না কেন, ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সব সময়ই প্রযুক্ত হইবে। ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীতমুখী তাহা নিম্নের পরীক্ষাদ্বারা প্রমাণ করা যাইতে পারে :—

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীতমুখী প্রদর্শনের পরীক্ষা—দুইটি স্প্রিং-তুলা নেওয়া যাক। এইবার উহাদের একটির হুকের সহিত অপরটির হুক আটকাইয়া স্প্রিং-তুলা দুইটিকে দুই হাতে ধরিয়া [চিত্র 19 (a)] বিপরীতদিকে



চিত্র 19

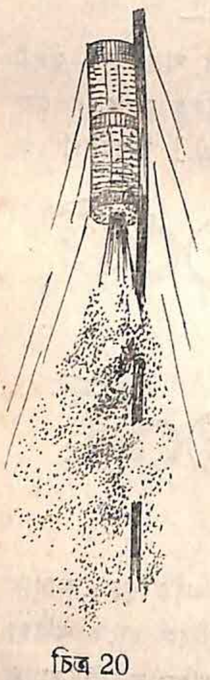
টানিলে দেখা যাইবে, স্প্রিং-তুলা দুইটির কাঁটা সমান পাঠ দেখাইতেছে ; আবার স্প্রিং তুলা দুইটির একটিকে দেওয়ালের সঙ্গে আটকাইয়া অন্য তুলাটিকে হাতে ধরিয়া আগের মত সমান জোরে টানিলে এইবারেও দেখা যাইবে, দুইটি স্প্রিং-তুলাই সমান পাঠ দেখাইতেছে [চিত্র 19(b)] এবং এইবারের পাঠ প্রথমবারের পাঠের সমান।

প্রথম ক্ষেত্রে তুলা দুইটি পরস্পরকে টানিতেছে, একটির ক্রিয়া হইতেছে অপরটির প্রতিক্রিয়া ; দ্বিতীয় ক্ষেত্রে যেন মনে হইতেছে, দেওয়ালে আটকানো স্প্রিং-তুলাকে কেহ আগের মত হাতে ধরিয়া সমান জোরে টানিতেছে বা এই তুলার উপর প্রতিক্রিয়া পড়িতেছে। আর তুলা দুইটির পাঠ সমান হওয়ায় প্রমাণিত হইতেছে, **ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীতমুখী।**

ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সম্বন্ধে দুইটি কথা বিশেষভাবে মনে রাখিতে হইবে। প্রথমতঃ **ক্রিয়া যতক্ষণ স্থায়ী হয়, প্রতিক্রিয়াও ঠিক ততক্ষণ স্থায়ী হয়।** ক্রিয়া যে-মুহূর্তে থামিয়া যায় প্রতিক্রিয়াও ঠিক সেই মুহূর্তে থামিয়া যায়। ক্রিয়া না থাকিলে প্রতিক্রিয়া থাকিতে পারে না। দ্বিতীয়তঃ, **ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া দুইটি ভিন্ন বস্তুর উপর** প্রযুক্ত হয়। সুতরাং উহারা সমান ও বিপরীত হইলেও উহাদের মধ্যে সাম্য প্রতিষ্ঠার কোন প্রশ্ন উঠিতে পারে না—কারণ, দুইটি সমান ও বিপরীতমুখী বলের মধ্যে সাম্যপ্রতিষ্ঠা তখনই সম্ভব যখন বল দুইটি একই বস্তুর উপর একই বিন্দুতে ক্রিয়া করে।

3.4(a) তৃতীয় সূত্রের দৃষ্টান্ত :

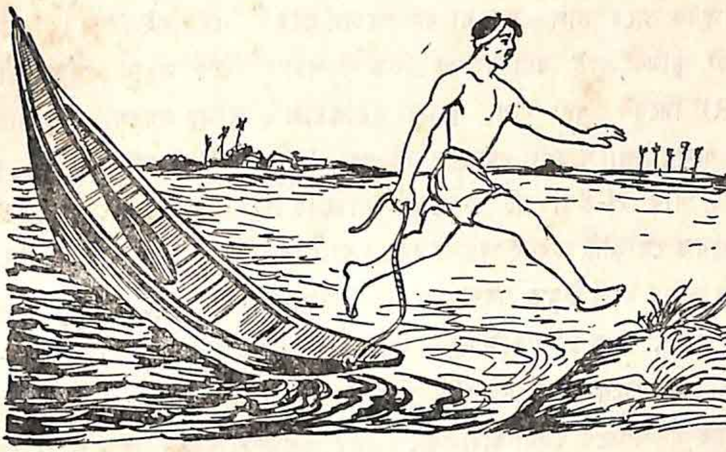
(1) ক্রিকেট খেলিবার সময় যখন ব্যাট দ্বারা বলকে আঘাত করা হয় তখন বলের উপর ব্যাটের ক্রিয়ার ফলে বলটি ছুটিয়া যায় এবং ব্যাটের উপর বলের সমান ও বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়ার ফলে ব্যাটও পিছনে সরিয়া আসে।


চিত্র 20

(2) বন্দুক হইতে গুলি ছোঁড়ার সময়, যে-ব্যক্তি বন্দুক ছোঁড়ে সে পিছন দিকে ধাক্কা অনুভব করে। ইহা গুলি কর্তৃক বন্দুকের উপর প্রতিক্রিয়ার ফল।

(3) দুর্গাপূজা ও কালীপূজার সময় যে-হাউইবাজি বা রকেট পোড়ানো হয় তাহাও প্রতিক্রিয়া বলের জন্য সম্ভব হইয়াছে। এই হাউই বা রকেটের অভ্যন্তরে যে-জ্বালানি থাকে তাহাতে অগ্নিসংযোগ করিয়া ভীষণ চাপের গ্যাস তৈয়ারি করা হয় এবং এই গ্যাস রকেটের গতিপথের বিপরীতদিকে একটি সরু পথ দিয়া বাহির হইয়া আসে। ইহার ফলে একটি বিপরীতমুখী প্রতিক্রিয়া বলের সৃষ্টি হয় এবং তাহারই জন্য রকেটটি তীব্রবেগে আকাশে উঠিতে থাকে (চিত্র 20)।

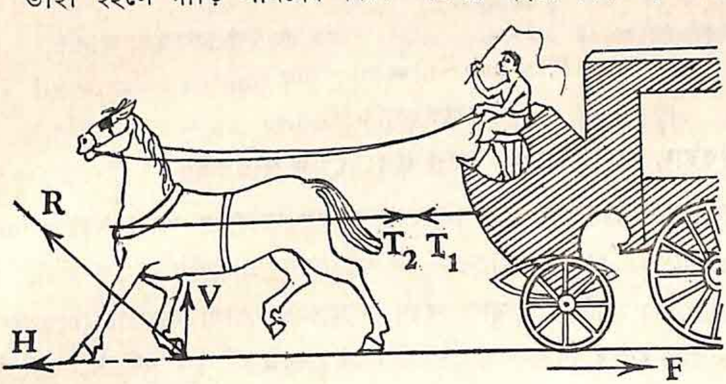
(4) যখন কোন আরোহী নৌকা হইতে লাফাইয়া তীরে নামে তখন নৌকাটিকে পিছনে সরিয়া যাইতে দেখা যায়। আরোহী নৌকার উপর যে-বল প্রয়োগ করে



চিত্র 21

তাহার জন্য নৌকা পিছনে সরিয়া যায় এবং তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী, নৌকাও আরোহীর উপর সমান ও বিপরীতমুখী বল প্রয়োগ করে ; এই সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়ার সাহায্যে আরোহী তীরে পৌঁছায় (চিত্র 21)।

(5) **ঘোড়ার গাড়ি চলে কিরূপে ?** ঘোড়া যখন গাড়িকে সামনের দিকে টানে, তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী, গাড়িও তখন ঘোড়াকে সমান বলে পিছনের দিকে টানে। তাহা হইলে গাড়ি সামনের দিকে অগ্রসর হইবে কিরূপে ? গাড়িটিকে



চিত্র 22

ঘোড়া যখন সংযোগকারী দড়ির সাহায্যে টানে, দড়িটি তখন টান টান হইয়া যায়। এই অবস্থায় ঘোড়া কর্তৃক প্রযুক্ত বল হইল ক্রিয়া, আর গাড়ি কর্তৃক ঘোড়ার উপর প্রযুক্ত বল হইল প্রতিক্রিয়া। ক্রিয়া (T_1) ও প্রতিক্রিয়া (T_2) সমান (চিত্র 22)।

গাড়িটির সামনের দিকে অগ্রসর হইবার আসল কারণ হইল ঘোড়ার পা ও ভূমির মধ্যে ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া। গাড়ি টানিবার সময় ঘোড়া পায়ের সাহায্যে ভূমির উপর তির্যক ভাবে চাপ দেয় বা বল প্রয়োগ করে। এই বলই ক্রিয়া। তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী, ভূমিও একই রেখা বরাবর কিন্তু বিপরীত দিকে সমান প্রতিক্রিয়া-জনিত বল (R) দিবে। ধরা যাক, ভূমির সমান্তরাল ও ভূমির লম্ব অভিমুখে প্রতিক্রিয়া-জনিত বলের উপাংশ হইল যথাক্রমে H এবং V। V-উপাংশটি ঘোড়ার ওজনকে সামলায়, আর H-উপাংশটি ঘোড়াকে সামনের দিকে অগ্রসর হইতে সাহায্য করে। গাড়িসমেত ঘোড়াটি তখনই অগ্রসর হইতে থাকিবে, যখন H-উপাংশটির মান গাড়ির চাকা ও ভূমির মধ্যে উদ্ভূত ঘর্ষণবলের (F) অপেক্ষা বেশী হইবে। ঘোড়া গাড়িটি টানিয়া আছে, অথচ চলিতেছে না—এইরূপ অবস্থায় সংযোগকারী দড়ি হঠাৎ কাটিয়া দিলে সামনের দিকে ঘোড়াটির পড়িয়া যাইবার সম্ভাবনা থাকে ; অর্থাৎ দড়ির টান ঘোড়াটির অগ্রগতিকে যতটা বাধা দেয়, গাড়ির অগ্রগতিকে ততটাই সাহায্য করে।

3.5. বলের ঘাত (Impulse of a force) ঃ

বল ও বলের ক্রিয়াকালের গুণফলকে **বলের ঘাত** বলে। সুতরাং যদি কোন বস্তুর উপর t sec. সময় ব্যাপিয়া কোন বল P ক্রিয়া করে তবে ঐ বলের ঘাত $= P.t$.

এখন নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র হইতে,

$$P = mf = \frac{m(v-u)}{t}$$

অতএব $P.t = m(v-u) = mv - mu$

$=$ ভরবেগের পরিবর্তন।

সুতরাং, **বলের ঘাত=বস্তুর ভরবেগের পরিবর্তন।**

খুব কম সময়ের জন্য প্রচণ্ড বল ক্রিয়া করিলে তাহাকে **ঘাত বল** (Impulsive force) বলে। ব্যাট দিয়া ক্রিকেট বল আঘাত করা, ফুটবল কিক্ করা, ক্যারমের স্ট্রাইকার দিয়া ঘুঁটিকে আঘাত করা, কামানের গোলা ছোড়া, বিস্ফোরণ, সংঘর্ষ প্রভৃতি ঘাত বলের দৃষ্টান্ত। কারণ এই সকল ক্ষেত্রে বল খুব বেশী, বলের ক্রিয়াকালের অবকাশ মুহূর্তমাত্র।

উদাহরণ ঃ 20 gm. ভরবিশিষ্ট বস্তুর উপর একটি ধ্রুবক মানের বল 4 sec.-এর জন্য ক্রিয়া করিয়া থামিয়া যায়। পরবর্তী 4 sec. সময়ে বস্তুটি 1·2 metre পথ সমবেগে অতিক্রম করে। বলটির মান নির্ণয় কর।

মনে করা যাক, বলটির মান $=P$. আমরা জানি,

বলের ঘাত = ভরবেগের পরিবর্তন

অর্থাৎ, $P\times t=m(v-u)$.

এখানে $m=20$ gm., $u=0$, $t=4$ sec. ; সুতরাং $P\times 4=20\times v$

$$\text{বা } P=\frac{20\times v}{4}=5v$$

বলটি থামিয়া যাইবার পর, বস্তুটি 4 sec.-এ 1·2 metre পথ অতিক্রম করে। সুতরাং এই সময়ে উহার গতিবেগ $v=\frac{1\cdot 2\times 100}{4}$ cm/sec. = 30 cm/sec.

অতএব, $P=5v=(5\times 30)$ dynes
$=150$ dynes.

এই উদাহরণটি অন্যভাবেও সমাধান করা যাইতে পারে। যথা :—

পরবর্তী 4 sec. সময় অবকাশে সমগতিবেগ $v=30$ cm/sec. এবং ইহাই হইল প্রথম 4 sec. সময় অবকাশের শেষ মুহূর্তের গতিবেগ। এখন প্রথম 4 sec. সময় অবকাশের জন্য, আমরা জানি $v=u+ft$.

এখানে $u=0$, $v=30$ cm/sec.

$\therefore\ f=\frac{15}{2}$ cm/sec^2.

অতএব নির্ণেয় বল $P=m.f$
$=20\times\frac{15}{2}$
$=150$ dynes.

3.6. রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র (Law of Conservation of linear momentum) :

বাহির হইতে কোন বল প্রযুক্ত না হইলে কেবল অভ্যন্তরীণ বলের ক্রিয়ায় কণাগোষ্ঠীর মোট ভরবেগের কোন পরিবর্তন হয় না। ইহাই রৈখিক ভরবেগের সংরক্ষণ সূত্র। এই সূত্রের অর্থ হইল, ক্রিয়া-প্রতিক্রিয়ার পূর্বে কণাগোষ্ঠীর কোন বিশেষ অভিমুখে যে মোট ভরবেগ থাকে পরেও তাহা থাকিবে ; অর্থাৎ স্থির অবস্থায় একটি বোমা ফাটিলে উহার টুকরোগুলির ভরবেগের ভেক্টর যোগফল শূন্য হইবে। কয়েকটি উদাহরণ আলোচনা করিলে সূত্রটি আরও সুন্দরভাবে বোঝা যাইবে।

(i) ধরা যাক, দুইটি বস্তুর ভর M ও m এবং উহারা U ও u গতিবেগে একই সরলরেখায় একই দিকে চলিতেছে ; আরও মনে করা যাক, প্রথম বস্তুটি দ্বিতীয় বস্তুটির পশ্চাতে চলিতেছিল এবং ইহার গতিবেগ U দ্বিতীয়টির গতিবেগ u হইতে

বেশী ($U > u$)। তাহা হইলে, কোন এক সময়ে বস্তু দুইটির মধ্যে সংঘর্ষ হইবে এবং ধরা যাক, সংঘর্ষের ফলে উহাদের গতিবেগ বদলাইয়া ঐ সরলরেখা-বরাবরই যথাক্রমে V ও v হইয়া গেল। তাহা হইলে,

বস্তুদ্বয়ের মোট আদি ভরবেগ $= MU + mu$ এবং

বস্তুদ্বয়ের মোট চূড়ান্ত ভরবেগ $= MV + mv$.

এই সূত্রানুযায়ী, $\mathbf{MU + mu = MV + mv}$. ... . (6)

(ii) বন্দুক হইতে গুলি ছোড়া হইল। প্রাথমিক অবস্থায় বন্দুক ও গুলি উভয়েই স্থির অবস্থায় ছিল, কাজেই উহাদের মিলিত ভরবেগ ছিল শূন্য। গুলি যখন সবেগে বাহির হয় তখন উহা গতির অভিমুখে ভরবেগ লাভ করে। উপরের সূত্রানুযায়ী, গুলি বাহির হইয়া যাইবার পরে গুলি ও বন্দুকের মিলিত ভরবেগও শূন্য হইতে হইবে ; অর্থাৎ বন্দুকটি গুলির সমান ও বিপরীত ভরবেগ সঞ্চয় করিবে। এইজন্যই যে-ব্যক্তি বন্দুক ছোড়ে সে পিছনদিকে ধাক্কা অনুভব করে।

ধরা যাক, গুলির ভর m এবং উহা u-বেগে বাহির হইয়া গেল ; আর বন্দুকের ভর M ও একই অভিমুখে উহার গতিবেগ U। প্রাথমিক মিলিত ভরবেগ $= 0$ এবং গুলি ছোড়ার পরে মিলিত ভরবেগ $= mu + MU$.

সূত্রানুযায়ী, $mu + MU = 0$

$$\text{or,}\quad U = -\frac{m}{M}u \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \qquad (7)$$

U-এর ঋণাত্মক মান বন্দুকটি যে বিপরীত দিকে যাইবে তাহাই বুঝাইতেছে। আর বন্দুকের ভর M গুলির ভর m অপেক্ষা অনেক বেশী হওয়ায় বন্দুকের বেগ অনেক কম হইবে।

(iii) **জেট ও রকেট** (**Jets and Rockets**)—জেট এঞ্জিনে একটি আবদ্ধ কক্ষে উপযুক্ত জ্বালানি (fuel) পোড়াইয়া উচ্চ-চাপবিশিষ্ট গ্যাস সৃষ্টি করা হয়। এই গ্যাস এঞ্জিনের পিছনদিক থেকে সরু নালিপথে প্রচণ্ড বেগে বাহির হইয়া যায় এবং ভরবেগ লাভ করে। ভরবেগ সংরক্ষণের নিয়ম অনুযায়ী, এঞ্জিনটিও বিপরীতদিকে ভরবেগ লাভ করে এবং তাহাই এঞ্জিনটিকে অগ্রসর হইতে সাহায্য করে। রকেটের ব্যাপারটাও একই রকম। রকেটের অভ্যন্তরে জ্বালানিতে অগ্নিসংযোগ করিয়া ভীষণ চাপের গ্যাস তৈয়ারি করা হয় এবং এই গ্যাস রকেটের গতিপথের বিপরীত দিকে একটি সরুপথে প্রচণ্ডবেগে বাহির হইবার সময় নিম্নমুখী ভরবেগ সঞ্চয় করে। যেহেতু ভরবেগ সবসময় সংরক্ষিত হয় সেইজন্য রকেটটিও সমান ও ঊর্ধ্বমুখী ভরবেগ লাভ করে এবং তাহারই ফলে রকেটটি তীব্রবেগে আকাশে উঠিতে থাকে।

উদাহরণ :

5 kg. ভরের একটি বন্দুক হইতে 10 gm. ভরের একটি গুলি ছোড়া হইল এবং গুলিটি 35 metre/sec. বেগ লইয়া বন্দুক হইতে বাহির হইয়া গেল। বন্দুকটি কতবেগে পিছনে হটিয়া আসিবে ? বন্দুকটিকে 1 metre দূরত্বের মধ্যে সম্পূর্ণ গতিহীন করিতে হইলে উহার উপর কত বল প্রয়োগ করিতে হইবে ?

এখানে বন্দুকের ভর $= M = 5$ kg. $= 5000$ gm.

গুলির ভর $= m = 10$ gm.

গুলির গতিবেগ $= v = 35$ metre/sec.

$= 3500$ cm/sec.

মনে করা যাক, বন্দুক V cm/sec. গতিবেগে পিছু হটিয়া যায়। ভরবেগ সংরক্ষণের নীতি অনুযায়ী,

$$MV = mv \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad [\text{ 7নং সমীকরণ হইতে }]$$

$$\therefore \quad V = \frac{m}{M}v = \frac{10}{5000} \times 3500$$

$$= 7 \text{ cm/sec.}$$

সুতরাং বন্দুকটি 7 cm/sec. গতিবেগে পিছু হটিয়া যাইবে। এখন মনে করা যাক, বন্দুকটির উপর P-বল প্রয়োগ করিয়া উহাকে থামানো হইল এবং থামিবার আগে 1 metre $= 100$ cm. দূরত্ব অতিক্রম করিল। তাহা হইলে $v^2 = u^2 - 2fs$ সমীকরণ হইতে,

$$0^2 = 7^2 - 2.f.100$$

$$\therefore \quad f = \frac{49}{200} \text{ cm/sec.}^2$$

এবং $P = mf$ সমীকরণ হইতে,

$$P = 5000 \times \frac{49}{200}$$

$$= 1225 \text{ dyne.}$$

সুতরাং বন্দুকটির উপর 1225 dyne বল প্রয়োগ করিতে হইবে।

3.7. ঘর্ষণ (Friction) :

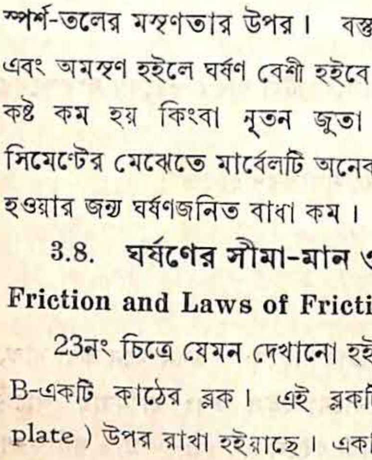
নূতন জুতা পরিয়া কোন মসৃণ মেঝের উপর হাঁটিতে গেলে অনেক সময় পা পিছলাইয়া যায়। অথচ পুরানো জুতার বেলায় এইরূপ হয় না। মাটির মেঝেতে একটি মার্বেল গড়াইয়া দিলে মার্বেলটি যতক্ষণ গড়াইবে, তাহার চাইতে অনেকক্ষণ বেশী গড়াইবে সিমেন্টের মেঝেতে। সিমেন্টের পরিবর্তে যদি খুব মসৃণ কোন কাচের

প্লেট হয় তবে আরও অনেকক্ষণ বেশী গড়াইবে। আবার মাটির অসমান কাঁচা রাস্তায় সাইকেল চালাইতে যত কষ্ট হয়, পিচের সমান রাস্তায় তাহার চাইতে অনেক কম কষ্ট হয়। এই অভিজ্ঞতা আমাদের প্রায় সকলেরই আছে। কিন্তু প্রশ্ন হইতেছে—কেন এইরূপ হয় ?

ইহার কারণ, দুইটি বস্তু সংস্পর্শে থাকাকালীন উহাদের মধ্যে আপেক্ষিক গতি সৃষ্টি করিলে বা করিবার চেষ্টা করিলে উহাদের মধ্যে একটি ঘর্ষণজনিত বাধা বা বল ক্রিয়া করে। এই ঘর্ষণজনিত বাধাকেই বলে **ঘর্ষণ-বল** বা **ঘর্ষণ**; ঘর্ষণ গতির বিপরীত অভিমুখে ক্রিয়া করে। আর ঘর্ষণ কতটা হইবে তাহা নির্ভর করে বস্তুদ্বয়ের স্পর্শ-তলের মসৃণতার উপর। বস্তুদ্বয়ের স্পর্শ-তল যদি বেশ মসৃণ হয় তবে ঘর্ষণ কম এবং অমসৃণ হইলে ঘর্ষণ বেশী হইবে। সমান পিচের রাস্তায় সাইকেল চালাইতে যে কষ্ট কম হয় কিংবা নূতন জুতা পায়ে দিয়া হাঁটিতে গেলে পা পিছলাই যায় বা সিমেণ্টের মেঝেতে মার্বেলটি অনেকক্ষণ গড়াইতে থাকে—ইহার কারণ মসৃণতা বেশী হওয়ার জন্য ঘর্ষণজনিত বাধা কম।

3.8. ঘর্ষণের সীমা-মান ও ঘর্ষণের নিয়মাবলী (Limiting Value of Friction and Laws of Friction) :

23নং চিত্রে যেমন দেখানো হইয়াছে, ঐ রকম একটা পরীক্ষার ব্যবস্থা করা যাক। B-একটি কাঠের ব্লক। এই ব্লকটিকে টেবিলের উপর একখানি কাচ-পাতের (glass plate) উপর রাখা হইয়াছে। একটি সুতার একপ্রান্ত কাঠের ব্লকের সঙ্গে বাঁধা হইয়াছে এবং অপর প্রান্ত একটি কপিকলের (P) গা বাহিয়া একটি তুলাপাত্রের (W) সহিত বাঁধা হইয়াছে। এখন কাঠের ব্লকের ওজন কাচ-পাতের উপর লম্বভাবে নিম্নাভিমুখে পড়িতেছে ; আর নিউটনের তৃতীয় গতিসূত্র অনুযায়ী, কাচ-পাতও ব্লকের উপর সমান ও বিপরীত প্রতিক্রিয়া দিতেছে। এখন টেবিলের সমান্তরাল অন্য কোন বল না থাকায় তুলাপাত্রের ভারেই কাচ-পাতের উপর দিয়া ব্লকটির চলিতে আরম্ভ করা উচিত। কিন্তু কার্যতঃ দেখা যাইবে, তুলাপাত্রের উপর ওজন আস্তে আস্তে বাড়াইলেও ব্লক গতিশীল হয় না ; এই ওজন একটি নির্দিষ্ট সীমারেখায় পৌঁছাইলে ব্লকটি চলিবার উপক্রম করে। অতএব বোঝা গেল, এতক্ষণ ব্লকের গতিকে বাধা দিতেছিল ব্লক ও কাচ-পাতের মধ্যে ঘর্ষণ এবং তুলাপাত্রের উপর ওজন একটু একটু করিয়া বাড়িবার



চিত্র 23

ফলে ঘর্ষণ-বলও একটু একটু করিয়া বাড়িতেছিল। তুলাপাত্রের উপর ওজন যখন নির্দিষ্ট সীমায় পৌঁছাইল এবং ব্লকটি চলিবার উপক্রম করিল, তখন ঘর্ষণের যে-মান তাহাই সর্বাধিক এবং তাহাকেই **ঘর্ষণের সীমা-মান** বা **সীমাস্থ ঘর্ষণ** বলে।

সংজ্ঞা : কোন বস্তুর উপর প্রযুক্ত বাহ্যিক বল ধীরে ধীরে বৃদ্ধি পাইলে প্রযুক্ত বলের একটি বিশেষমানে বস্তুটি গতিশীল হইবার উপক্রম করে। এই অবস্থায় ঘর্ষণ-বলের মানকে **ঘর্ষণের সীমা-মান** বা **সীমাস্থ ঘর্ষণ** বলে।

ঘর্ষণের সীমা-মান স্পর্শ-তলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না— ইহা প্রমাণ করিবার জন্য A ও B দুইটি কাঠের ব্লক লওয়া হইল, যাহাদের ওজন একেবারেই সমান কিন্তু প্রস্থচ্ছেদ পরস্পর অসমান। এইবার ব্লক দুইটির প্রত্যেকের জন্য ঘর্ষণের সীমা-মান উপরের পরীক্ষাদ্বারা পৃথক পৃথক ভাবে নির্ণয় করিলে দেখা যাইবে, উহারা সমান। এক্ষেত্রে ব্লক দুইটির ওজন সমান বটে, কিন্তু কাচ-পাতের সঙ্গে উহাদের স্পর্শ-তলের ক্ষেত্রফল ভিন্ন। কাজেই প্রমাণিত হইল, স্পর্শ-তলের ক্ষেত্রফলের উপর ঘর্ষণের সীমা-মান নির্ভর করে না।

ঘর্ষণের সীমা-মান স্পর্শ-তলের উপর লম্বভাবে ক্রিয়াশীল বলের উপর নির্ভর করে। পূর্বোক্ত পরীক্ষায়, কাঠের ব্লকটির ওজন কাচ-পাতের উপর লম্বভাবে নিম্নাভিমুখী ক্রিয়া করিতেছে ; আর কাচ-পাতও ব্লকটির উপর সমান প্রতিক্রিয়া দিতেছে। ইহাই ব্লকটির উপর প্রযুক্ত লম্ব-প্রতিক্রিয়া। এখন ঐ কাঠের ব্লকটির উপর অনুরূপ ওজনের আর একটি ব্লক বসাইলে লম্ব-প্রতিক্রিয়া দ্বিগুণ হইবে। এক্ষেত্রে দেখা যাইবে, শুধু প্রথম ব্লকটিকে গতিশীল করিবার উপক্রম করিতে তুলাপাত্রে যে-ওজন বসাইতে হইয়াছিল, এখন পর পর চাপানো দুইটি ব্লককে গতিশীল করিতে দ্বিগুণ ওজন বসাইতে হইতেছে। অর্থাৎ ঘর্ষণের সীমা-মান স্পর্শ-তলের উপর লম্ব-প্রতিক্রিয়ার সমানুপাতিক।

উপরের পরীক্ষালব্ধ ফলগুলিই হইল ঘর্ষণের সূত্রাবলী। সূত্রগুলি এইরূপ :—

(i) **ঘর্ষণ-বল সর্বদা গতির বিপরীত অভিমুখে ক্রিয়া করে।**

(ii) **ঘর্ষণের সীমা-মান স্পর্শ-তলের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না।**

(iii) **ঘর্ষণের সীমা-মান লম্ব-প্রতিক্রিয়ার সমানুপাতিক।** অর্থাৎ, ঘর্ষণের সীমা-মান F এবং লম্ব-প্রতিক্রিয়া R হইলে,

$$F \propto R$$

অথবা, $$F = \mu R \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots (8)$$

এখানে μ একটি ধ্রুবক। এই ধ্রুবকটিকে **ঘর্ষণের গুণাঙ্ক** (coefficient of friction) বলে। ইহার মান স্পর্শ-তলের মসৃণতার উপর নির্ভর করে।

3.9. স্থিত-ঘর্ষণ ও চল-ঘর্ষণ (Static Friction and Kinetic Friction):

যে-ঘর্ষণ সম্বন্ধে এতক্ষণ আলোচনা করা হইল তাহার সম্বন্ধে কয়েকটি বিষয় মনে রাখিতে হইবে :—

(i) ঘর্ষণ একটি আত্মনিয়ন্ত্রিত বল (self-adjusting force)।

(ii) প্রযুক্ত বল সীমাস্থ ঘর্ষণ অপেক্ষা কম থাকিলে, ঘর্ষণ প্রযুক্ত বলের মানের সহিত বৃদ্ধি পায় এবং ইহা প্রযুক্ত বলের সমান ও বিপরীতমুখী হইয়া থাকে।

(iii) বিভিন্ন যুগ্মবস্তুর সংযুক্তির জন্য সীমাস্থ-ঘর্ষণ বিভিন্ন।

(iv) প্রযুক্ত বল সীমাস্থ-ঘর্ষণ হইতে সামান্য বেশী হইলেই বস্তুটি গতিশীল হইবে।

গতি শুরু হইবার পূর্ব মুহূর্ত পর্যন্ত ঘর্ষণকে **স্থিত-ঘর্ষণ** (static friction) বলে। বস্তু গতিশীল হইলেও ঘর্ষণ-বল ক্রিয়া করে। সেই অবস্থায় ঘর্ষণকে **চল-ঘর্ষণ** (kinetic friction) বলে। পরীক্ষা সাহায্যে প্রমাণিত হইয়াছে, **চল-ঘর্ষণ স্থিত-ঘর্ষণ অপেক্ষা কম।**

3.10. ঘর্ষণের ফল ও উহার অপসারণ :

ঘর্ষণের নিমিত্ত সুবিধা এবং অসুবিধা দুই-ই হইয়া থাকে। ঘর্ষণ আছে বলিয়াই আমরা হাঁটিতে পারি ; ঘর্ষণ না থাকিলে আমাদের পা পিছলাইয়া যাইত। ঘর্ষণ আছে বলিয়াই নাট, বল্টু, পেরেক প্রভৃতি আঁটিয়া থাকে ; ইহার প্রভাবেই দড়িতে দড়িতে গিঁট বাঁধা যায়। এইরূপ একটু চিন্তা করিলে দেখা যাইবে, ঘর্ষণ আমাদের দৈনন্দিন জীবনে বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ স্থান অধিকার করিয়া আছে।

আবার যন্ত্রপাতিতে ঘর্ষণের ফল কিন্তু ক্ষতিকর। ঘর্ষণের জন্য যন্ত্রের বিভিন্ন গতিশীল অংশগুলি ক্রমশঃ ক্ষয়প্রাপ্ত হয়। তাছাড়া, ঘর্ষণ গতিকে বাধা দেয়।

যন্ত্রপাতিতে ঘর্ষণ-ক্রিয়া কমাইবার জন্য গতিশীল অংশগুলির স্পর্শ-তল পিচ্ছিল করা হয়। এই উদ্দেশ্যে ভেসলীন, চর্বি ও নানাপ্রকার পিচ্ছিলীকরণ তৈল এবং গ্রাফাইট চূর্ণ ব্যবহার করা হইয়া থাকে।

উদাহরণ :

30 miles/hour বেগে ভূমির উপর চলন্ত একটি বস্তু ঘর্ষণের নিমিত্ত স্থির অবস্থায় আসিল। বস্তু ও ভূমির মধ্যে ঘর্ষণ গুণাঙ্ক 0·2 হইলে, স্থির হইবার আগে বস্তু কত দূরত্ব অতিক্রম করিবে? [$g = 32$ ft/sec.^{2}]

আমরা জানি, $\mu=\frac{F}{R}$.

এক্ষেত্রে $\mu=0{\cdot}2$ এবং $R=mg$.

(m = বস্তুর ভর)

$\therefore\ F=\mu R=0{\cdot}2\times mg$

মনে করা যাক, ঘর্ষণের জন্য বস্তুর গতিতে f মন্দন সৃষ্টি হয়। তাহা হইলে, $F=mf$.

$$\therefore\ mf=0{\cdot}2\times mg$$
$$=0{\cdot}2\times m\times 32$$

অতএব $f=6{\cdot}4$ ft/sec.^{2}

এখন প্রদত্ত শর্তানুসারে $u=30$ miles/hour $=44$ ft/sec., $f=6{\cdot}4$ ft/sec.^{2} এবং $v=0$; $s=?$

আমরা জানি $v^2=u^2-2fs$

অতএব, $0^2=(44)^2-2\times 6{\cdot}4\times s$

$$\therefore\ s=\frac{(44)^2}{2\times 6{\cdot}4}=151{\cdot}25\text{ ft.}$$

প্রশ্নাবলী

1. নিউটনের গতিসূত্রগুলি বিবৃত কর। কিভাবে প্রথম সূত্র হইতে বলের সংজ্ঞা ও দ্বিতীয় সূত্র হইতে বলের পরিমাপ করা হয় তাহা আলোচনা কর।

2. পদার্থের জাড্য বলিতে কি বোঝায়? উদাহরণ সহযোগে ব্যাখ্যা কর। চলন্ত ট্রাম বা বাস হইতে নামিবার সময় একটু পিছনে হেলিতে হয় কেন?

3. ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া কাহাকে বলে? উহারা কি একই বস্তুর উপর ক্রিয়া করে? ক্রিয়া ও প্রতিক্রিয়া সমান ও বিপরীত প্রমাণ করিবার জন্য একটি উপযুক্ত পরীক্ষা বর্ণনা কর।

4. বল কাহাকে বলে? সি. জি. এস্. ও এফ. পি. এস্. পদ্ধতিতে বলের এককের সংজ্ঞা লিখ ও উহাদের মধ্যে সম্পর্ক বাহির কর।

50 kg. ভরের উপর কত মেগাডাইন বল ক্রিয়া করিলে 20 cm./sec.^{2} ত্বরণ সৃষ্টি হইবে? (উঃ 1 megadyne)

5. রৈখিক ভরবেগ সংরক্ষণের সূত্রটি বল। উদাহরণ সহযোগে সূত্রটি ব্যাখ্যা কর।

6 tons ভরের একটি কামান হইতে 150 lbs ভরের গোলা 1200 ft/sec. বেগে নিক্ষিপ্ত হইল। কতবেগে কামান পশ্চাতে হটিবে? (উঃ 13·4 ft/sec.)

6. নিম্নলিখিত প্রশ্নগুলির সংক্ষিপ্ত উত্তর দাও :—

(i) দ্রুতগতিতে চলন্ত গাড়ি ব্রেক কষিলে যাত্রীরা পড়িয়া যায় কেন? যাত্রীরা কোন্ দিকে ঝুঁকিয়া পড়িবে—সামনের দিকে না পিছনের দিকে?

(ii) জাড্য বস্তুর ভরের উপর নির্ভর করে কি?

(iii) চলন্ত ট্রাম হইতে নামিতে হইলে কিরূপে নামা উচিত?

(iv) বল কাহাকে বলে? একক ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু স্থির অবস্থা হইতে যাত্রা শুরু করিয়া একক সময়ে যে বেগ সঞ্চয় করে তাহাই ঐ বস্তুর উপর প্রযুক্ত বল—এই উক্তি সত্য কি?

(v) বন্দুক হইতে গুলি ছুড়িবার সময় পিছনদিকে ধাক্কা অনুভব করিতে হয় কেন?

(vi) নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুসারে, ঘোড়া যখন গাড়ি টানে তখন গাড়িও ঘোড়াকে সমান জোরে টানে। তাহা হইলে গাড়ি চলে কিরূপে?

(vii) ঘাত বল কাহাকে বলে? উদাহরণ দাও।

(viii) জেট এঞ্জিন কিভাবে অগ্রসর হয়?

7. 1 ton ওজনের একটি কামান 28 lbs ওজনের একটি গোলা 800 ft/sec. বেগে ছুড়িল। কামানটি পিছু হটিয়া গেল এবং উহার উপর বল প্রয়োগ করিয়া কামানটিকে 5 ft. দূরত্বে থামানো হইল। বলের মান নির্ণয় কর।

(উঃ 22400 poundals)

8. 10 kg. ভরের একটি বন্দুক হইতে 25 gm. ভরের একটি গুলি 30 metre/sec. বেগে ছোড়া হইল। বন্দুকটি কত বেগে পিছনে হটিয়া আসিবে? বন্দুকটি 50 cm. পিছনে থামাইতে হইলে উহার উপর কত বল প্রয়োগ করিতে হইবে? (উঃ 7·5 cm./sec., 5625 dynes)

9. ঘর্ষণ কাহাকে বলে? ঘর্ষণের গুণাঙ্ক বলিতে কি বোঝ?

কখনও ঘর্ষণ আমাদের পক্ষে সুবিধাজনক আবার কখনও অসুবিধাজনক—এই উক্তির সমর্থনে কয়েকটি উদাহরণ দাও। ঘর্ষণ অপসারণের জন্য কি ব্যবস্থা করা হয়?

10 ঘর্ষণের সূত্রাবলী বল এবং উহাদের সত্যতা নিরূপণের জন্য উপযুক্ত পরীক্ষা বর্ণনা কর।

11. 2×10^3 kg. ভরের একটি গাড়ির গতিবেগ 20 sec. সময়ে 13 metre/sec. হইলে উহার উপর কত মানের বল কাজ করিতেছে ? এই বলের অভিমুখ কোন্‌দিকে ? (উঃ 130 megadyne, গাড়ির গতির অভিমুখে)

12. 3 ton ভরের একখানি লরি সমতল রাস্তা দিয়া 15 miles/hour বেগে যাইতেছে। 10 yds. দূরত্বের মধ্যে উহাকে থামাইতে হইলে কি মানের বল প্রয়োগ করিতে হইবে ? এই বল কত সময় কাজ করিবে ?

(উঃ 54208 poundal, $2\frac{8}{11}$ sec.)

13. $5\frac{1}{2}$ oz. ওজনের ক্রিকেট বল 30 ft/sec. বেগে চলন্ত অবস্থায় থামানো হয়। কত গড় বল প্রয়োগ করিয়া উহাকে থামানো হয় ? (16 oz. = 1 lb.)

(উঃ 51·6 poundals)

14. কত মানের বল 80 lbs. ভরের বস্তুর উপর 10 sec.-এর জন্য ক্রিয়া করিয়া 60 ft/sec. গতিবেগ সৃষ্টি করিবে ? (উঃ 60 poundals)

চতুর্থ অধ্যায়

ভরকেন্দ্র

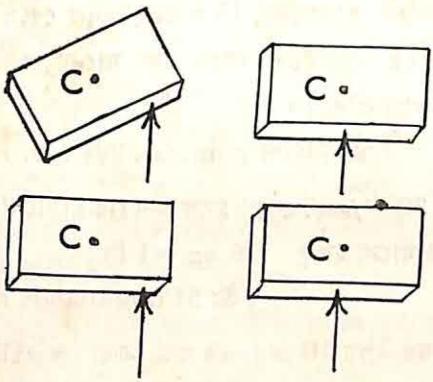
(Centre of Mass)

4.0. সূচনা ঃ

ঋজুগতির ক্ষেত্রে কোন নির্দিষ্ট সময়ে বস্তুর প্রত্যেকটি কণার সরণ সমান হয়। কাজেই এরূপ ক্ষেত্রে বস্তুকণার গতিই বস্তুর গতিকে প্রকাশ করে। আর ঘূর্ণন এবং কম্পনের ক্ষেত্রে ভিন্ন ভিন্ন বস্তুকণার সরণ বিভিন্ন রকম হইয়া থাকে। কিন্তু প্রত্যেক বস্তুতে এমন একটা নির্দিষ্ট বিন্দু আছে যে, যদি কোন বল ঐ বস্তুর উপর প্রযুক্ত হয় ও প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ারেখা ঐ নির্দিষ্ট বিন্দুর মধ্য দিয়া অগ্রসর হয় তবে বস্তুর কেবলমাত্র ঋজুগতি হইবে, কোন ঘূর্ণন হইবে না। এই নির্দিষ্ট বিন্দুকে **ভরকেন্দ্র** বলে। ঋজুগতির সকল ক্ষেত্রে বস্তুর সমভরের একটি কণাকে ভরকেন্দ্রে স্থাপন করিয়া বস্তুকে প্রতিস্থাপিত করা যাইতে পারে।

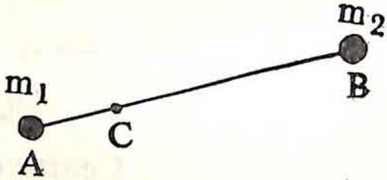
4.1. ভরকেন্দ্র (Centre of mass) :

ভরকেন্দ্রের অস্তিত্ব একটি সহজ পরীক্ষাদ্বারা বোঝানো যাইতে পারে। মনে করা যাক, একটি মসৃণ ও অনুভূমিক টেবিলের উপর একটি আয়তাকার যে-কোন বস্তু আছে। বস্তুটিকে এইবার একটি সূচালো পেনসিল দিয়া ঠেলা যাক (চিত্র 24)। সাধারণ ক্ষেত্রে দেখা যাইবে, বস্তুটির চলন ও ঘূর্ণন—এই দুই প্রকার গতিই সৃষ্টি হইতেছে। কিন্তু যখন ক্রিয়ারেখা বস্তুর জ্যামিতিক কেন্দ্র C বিন্দুর মধ্য দিয়া অগ্রসর হয়, বস্তুর তখন কোন রকম ঘূর্ণন না হইয়া কেবলমাত্র সরণ হইতে দেখা যায়। এই জ্যামিতিক কেন্দ্রই হইল এক্ষেত্রে ঐ বস্তুটির (অর্থাৎ আয়তাকার বস্তুটির) ভরকেন্দ্র।



চিত্র 24

জ্যোতির্বিজ্ঞানে প্রায়ই দুই বা ততোধিক বস্তুর সম্মিলিত ভরের ভরকেন্দ্রের অবস্থান নির্দেশ করা প্রয়োজন হয়। দুইটি বস্তুর সম্মিলিত ভরের ভরকেন্দ্র বস্তুদ্বয়-সংযোগকারী সরলরেখার উপর অবস্থান করে এবং ঐ রেখাকে বস্তুদ্বয়ের ভরের ব্যস্তানুপাতে বিভক্ত করে ; অর্থাৎ মনে করা যাক, m_1 ও m_2 ভরবিশিষ্ট দুইটি বস্তুকণা যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে অবস্থিত (চিত্র 25)। উহাদের ভরকেন্দ্র হইবে C বিন্দু এবং $AC : CB = m_2 : m_1$.



চিত্র 25

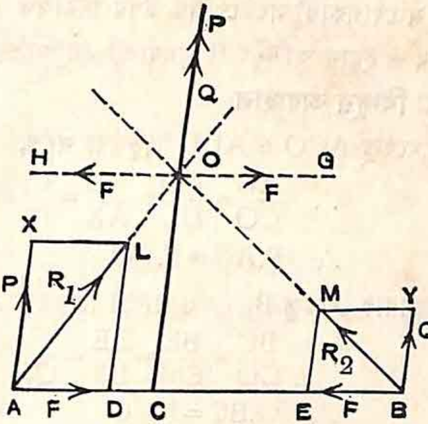
ভরকেন্দ্রের সংজ্ঞা : প্রত্যেক বস্তু অথবা কণাগোষ্ঠীতে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু আছে যেখানে বস্তুর অথবা কণাগোষ্ঠীর সমভরের একটি কণাকে স্থাপন করিয়া উহার উপর বস্তু অথবা কণাগোষ্ঠীতে প্রযুক্ত সমস্ত বলগুলি একই সঙ্গে প্রয়োগ করিলে ঐ কণার এবং বস্তু অথবা কণাগোষ্ঠীর একই প্রকার ঋজুগতি হইবে।

4.2. দুইটি সমমুখী ও সমান্তরাল বলের লব্ধি (Resultant of two like parallel forces) :

মনে করা যাক, P ও Q দুইটি সমমুখী (একই দিকে অভিমুখ) সমান্তরাল বল

একটি দৃঢ় বস্তুর উপর যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়া করিতেছে এবং এই বল দুইটিকে যথাক্রমে AX ও BY দ্বারা সূচিত করা হইয়াছে (চিত্র 26)।

AB যোগ করিয়া A বিন্দুতে AB অভিমুখে যে-কোন মানের একটি বল F এবং B বিন্দুতে BA অভিমুখে ঐ একই মানের আর একটি বল F প্রয়োগ করা যাক। যেহেতু এই বল দুইটি সমান ও বিপরীত, অতএব ইহারা পরস্পরকে প্রশমিত করিবে; সুতরাং ইহা নির্ণেয় লব্ধিকে প্রভাবান্বিত করিবে না। এই বল দুইটিকে AD ও BE দ্বারা সূচিত করা হইয়াছে।



চিত্র 26

ADLX ও BEMY সামান্তরিকদ্বয় আঁকিয়া উহাদের কর্ণ AL ও BM বর্ধিত করিয়া O বিন্দুতে ছেদ করানো হইল। O বিন্দুর মধ্য দিয়া AX কিংবা BY রেখার সমান্তরাল সরলরেখা টানা হইল যাহা AB রেখাকে C বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে এবং AB রেখার সমান্তরালভাবে HOG রেখা টানা হইল।

এখন A বিন্দুতে P ও B বিন্দুতে Q—এই বল দুইটির সহিত A বিন্দুতে P ও F, এবং B বিন্দুতে Q ও F বলগুলি একত্রে সদৃশ (equivalent)।

কিন্তু A বিন্দুতে P ও F বলদ্বয়ের লব্ধি, ধরা যাক R_1, AL কর্ণ দ্বারা সূচিত হইতেছে এবং ধরা যাক ইহার প্রয়োগবিন্দু উহার ক্রিয়ারেখার উপর O বিন্দুতে সরাইয়া লওয়া হইল। তাহা হইলে O বিন্দুতে এই লব্ধি R_1-কে প্রাথমিক অভিমুখের সমান্তরালভাবে দুইটি অংশে বিভক্ত করিয়া পুনরায় OG অভিমুখে F (OG ∥ AB) এবং CO অভিমুখে P—এই বল দুইটি পাওয়া যাইতে পারে।

একই উপায়ে B বিন্দুতে Q ও F বলদ্বয়ের লব্ধি, ধরা যাক R_2, BM কর্ণ দ্বারা সূচিত হইতেছে এবং উহার প্রয়োগবিন্দু ক্রিয়ারেখার উপর O বিন্দুতে সরাইয়া লওয়া হইল। O বিন্দুতে এই লব্ধি R_2-কে OH অভিমুখে F (OH ∥ BA) এবং CO অভিমুখে Q—এই অংশ দুইটিতে বিভক্ত করা হইল।

অতএব, O বিন্দু হইতে CO অভিমুখে P ও Q বলদ্বয় আর OG ও OH বিপরীত অভিমুখে F মানের আরও দুইটি বল একত্রে প্রদত্ত বল দুইটির সহিত সদৃশ। এখন প্রথম বল দুইটির লব্ধি হইল CO অভিমুখে ক্রিয়ারত

(P+Q) মানের একটি বল এবং বাকী দুইটি সমান মানের বিপরীত বল পরস্পরকে প্রশমিত করে।

কাজেই P ও Q দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধির মান R=(P+Q) এবং উহার ক্রিয়ারেখা P ও Q বলদ্বয়ের সমান্তরাল এবং উহা বলদ্বয়ের প্রয়োগবিন্দুর মধ্যে সংযোগকারী সরলরেখার উপর অবস্থিত কোন বিন্দু C-এর মধ্য দিয়া প্রবেশ করিবে ও ইহার অভিমুখ P অথবা Q-এর অভিমুখ হইতে অভিন্ন।

C বিন্দুর অবস্থান—

যেহেতু ACO ও ADL ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ,

$$\therefore \frac{AC}{CO}=\frac{AD}{DL}=\frac{AD}{AX}=\frac{F}{P}$$

$$\therefore P.AC=F.CO \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (1)$$

আবার যেহেতু BCO ও BEM ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ,

$$\therefore \frac{BC}{CO}=\frac{BE}{EM}=\frac{BE}{BY}=\frac{F}{Q}$$

$$\therefore Q.BC=F.CO \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (2)$$

(1) ও (2) সমীকরণদ্বয় হইতে,

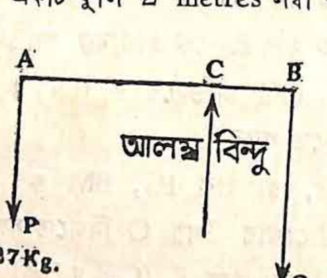
$$P.AC=Q.BC. \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (3)$$

$$\therefore \frac{AC}{BC}=\frac{Q}{P} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (4)$$

অর্থাৎ C বিন্দু AB সরলরেখাকে অন্তস্থভাবে প্রদত্ত বলদ্বয়ের ব্যস্তানুপাতে বিভক্ত করিয়াছে।

উদাহরণ ঃ

একটি কুলি 2 metres লম্বা বাঁকের এক প্রান্তে 27 kg ও অপর প্রান্তে 33 kg ওজন বহন করিতেছে। যদি মনে করা যায় বাঁকের ওজন নাই তাহা হইলে আলম্ববিন্দু (point of support) এবং কাঁধের উপর ঘাত (thrust) নির্ণয় কর।



চিত্র 27

মনে করা যাক, বাঁকের দৈর্ঘ্য AB =2 metres=200 cms এবং A ও B বিন্দু হইতে যথাক্রমে 27 kg ও 33 kg ওজন ঝুলিতেছে (চিত্র 27)। সমমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি নির্ণয়ের নিয়মানুযায়ী, আলম্ববিন্দু বৃহত্তর ওজনের কাছে হইবে এবং মনে করা যাক, এই বিন্দু হইল C.

∴ কাঁধের উপর ঘাত $= P+Q=(27+33)$ kg $=60$ kg.

আর $P.AC=Q.BC$ এই সম্পর্ক হইতে,

$$27.AC=33.BC.$$

$$\therefore \frac{AC}{BC}=\frac{33}{27}$$

$$\therefore \frac{AC+BC}{BC}=\frac{33+27}{27}=\frac{60}{27}$$

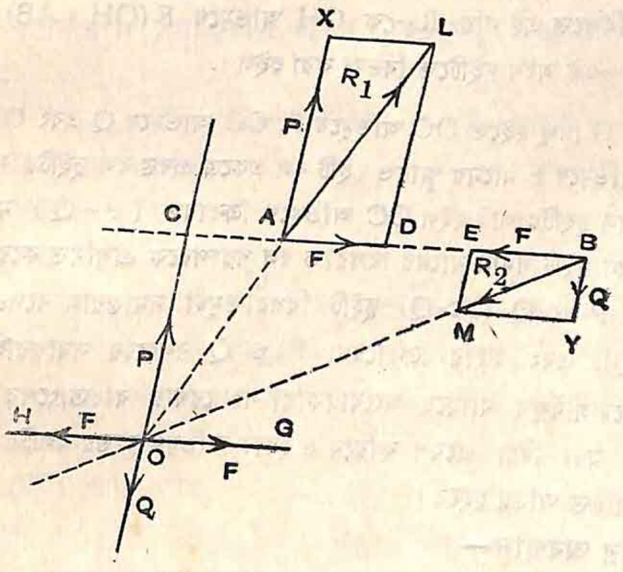
$$\therefore \frac{AB}{BC}=\frac{60}{27} \quad \therefore \frac{200}{BC}=\frac{60}{27}$$

$$\therefore BC=\frac{27\times 200}{60}=90 \text{ cm.}$$

সুতরাং আলম্ববিন্দু বৃহত্তর ওজন হইতে 90 cm. দূরে অবস্থিত।

4.3 দুইটি অসমান, বিপরীতমুখা সমান্তরাল বলের লব্ধি (Resultant of two unequal, unlike parallel forces) :

মনে করা যাক, P ও Q (P>Q) দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বল একটি দৃঢ় বস্তুর যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়া করিতেছে এবং এই বল দুইটিকে যথাক্রমে AX ও BY দ্বারা সূচিত করা হইয়াছে (চিত্র 28)।



চিত্র 28

AB যোগ করিয়া A-বিন্দুতে AB অভিমুখে যে-কোন মানের একটি বল F এবং B-বিন্দুতে BA অভিমুখে ঐ একই মানের আর একটি বল F প্রয়োগ করা যাক। যেহেতু এই বল দুইটি সমান ও বিপরীত, অতএব ইহারা পরস্পরকে প্রশমিত করিবে;

সুতরাং ইহা নির্ণেয় লব্ধিকে প্রভাবান্বিত করিবে না। এই বল দুইটিকে AD ও BE দ্বারা সূচিত করা হইয়াছে।

ADLX ও BEMY সামান্তরিকদ্বয় আঁকিয়া উহাদের কর্ণ AL ও BM বর্ধিত করিয়া O-বিন্দুতে ছেদ করানো হইল। O-বিন্দুর মধ্য দিয়া AX কিংবা BY রেখার সমান্তরাল সরলরেখা টানা হইল যাহা AB রেখাকে বর্ধিত করিলে C-বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে এবং AB রেখার সমান্তরালভাবে HOG টানা হইল।

এখন A বিন্দুতে P ও B বিন্দুতে Q—এই বল দুইটির সহিত A বিন্দুতে P ও F, এবং B বিন্দুতে Q ও F বলগুলি একত্রে সদৃশ।

কিন্তু A বিন্দুতে P ও F বলদ্বয়ের লব্ধি, ধরা যাক R_1, AL কর্ণদ্বারা সূচিত হইতেছে এবং ধরা যাক, ইহার প্রয়োগবিন্দু উহার ক্রিয়ারেখার উপর O বিন্দুতে সরাইয়া লওয়া হইল। তাহা হইলে O বিন্দুতে এই লব্ধি R_1-কে প্রাথমিক অভিমুখের সমান্তরালভাবে দুইটি অংশে বিভক্ত করিয়া পুনরায় OG অভিমুখে F (OG ∥ AB) এবং OC অভিমুখে P—এই বল দুইটি পাওয়া যাইতে পারে।

একই উপায়ে B বিন্দুতে Q ও F বলদ্বয়ের লব্ধি, ধরা যাক R_2, BM কর্ণদ্বারা সূচিত হইতেছে এবং উহার প্রয়োগবিন্দু ক্রিয়ারেখার উপর O বিন্দুতে সরাইয়া লওয়া হইল। O বিন্দুতে এই লব্ধি R_2-কে OH অভিমুখে F (OH ∥ AB) এবং CO অভিমুখে Q—এই অংশ দুইটিতে বিভক্ত করা হইল।

অতএব, O বিন্দু হইতে OC অভিমুখে P, CO অভিমুখে Q এবং OH ও OG বিপরীত অভিমুখে F মানের আরও দুইটি বল একত্রে প্রদত্ত বল দুইটির সহিত সদৃশ। এখন প্রথম বল দুইটির লব্ধি হইল OC অভিমুখে ক্রিয়ারত ($P-Q$) মানের একটি বল এবং বাকী দুইটি সমান মানের বিপরীত বল পরস্পরকে প্রশমিত করে।

কাজেই P ও Q ($P>Q$) দুইটি বিপরীতমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধির মান $R=(P-Q)$ এবং উহার ক্রিয়ারেখা P ও Q বলদ্বয়ের সমান্তরাল এবং উহা বলদ্বয়ের প্রয়োগবিন্দুর বাহিরে সংযোগকারী সরলরেখার বর্ধিতাংশের উপর কোন বিন্দু C-এর মধ্য দিয়া প্রবেশ করিবে ও ইহার অভিমুখ বৃহত্তর বলটির (অর্থাৎ P) অভিমুখের সহিত অভিন্ন হইবে।

C বিন্দুর অবস্থান—

যেহেতু OCA এবং AXL ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ,

$$\therefore \ \frac{OC}{AC}=\frac{AX}{XL}=\frac{AX}{AD}=\frac{P}{F}$$

$$\therefore \ P.AC=F.OC \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5)$$

আবার যেহেতু OCB এবং MEB ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ,

$$\therefore \frac{OC}{CB}=\frac{ME}{EB}=\frac{BY}{BE}=\frac{Q}{F}$$

$$\therefore Q.CB=F.OC \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

(5) এবং (6) সমীকরণদ্বয় হইতে,

$$P.AC=Q.CB \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (7)$$

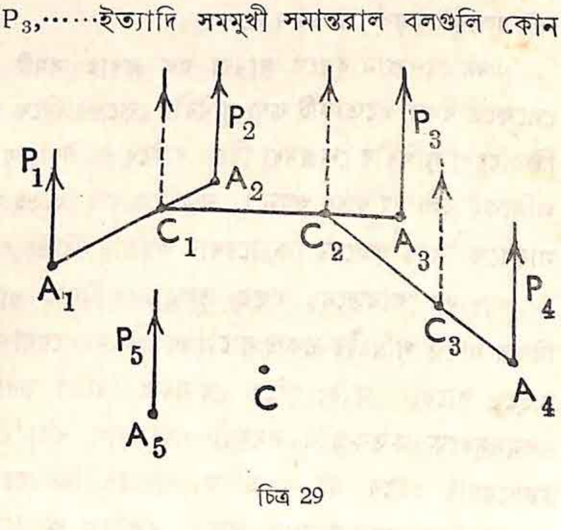
$$\therefore \frac{AC}{CB}=\frac{Q}{P} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$

অর্থাৎ C বিন্দু AB সরলরেখাকে বহিস্থভাবে প্রদত্ত বলদ্বয়ের ব্যস্তানুপাতে বিভক্ত করিয়াছে।

দ্রষ্টব্য : 27নং চিত্রে P ও Q সমান্তরাল বলদ্বয় বিপরীতমুখী এবং সমান হইলে, ADL ও BEM ত্রিভুজদ্বয় সর্বতোভাবে সমান হইবে এবং AL ও BM কর্ণদ্বয় সেক্ষেত্রে সমান্তরাল হইবে ; কাজেই সেক্ষেত্রে কর্ণদ্বয়কে বর্ধিত করিলে উহারা কখনই ছেদ করিবে না। তাহা হইলে ইহা স্পষ্টই বোঝা যাইতেছে, সমান ও বিপরীতমুখী সমান্তরাল বলদ্বয়কে সংযোজন করিয়া একটি মাত্র বল পাওয়া সম্ভব নয়। এই প্রকার একজোড়া বল বস্তুর উপর প্রযুক্ত হইলে **দ্বন্দ্ব (Couple)** সৃষ্টি হয়। দ্বন্দ্ব সৃষ্টি হইলেই বস্তু ঘুরিবার প্রয়াস পায়। (দ্বন্দ্ব সম্বন্ধে পঞ্চম অধ্যায়ে আলোচনা করা হইবে।)

4.4. কতকগুলি সমান্তরাল বলের কেন্দ্রবিন্দু (Centre of parallel forces) :

মনে করা যাক্, P_1, P_2, P_3,……ইত্যাদি সমমুখী সমান্তরাল বলগুলি কোন দৃঢ়বস্তুতে যথাক্রমে A_1, A_2, A_3, ……ইত্যাদি বিন্দুতে ক্রিয়া করিতেছে (চিত্র 29)। $A_1 A_2$ যোগ করিয়া উহাকে C_1 বিন্দুতে এরূপে ভাগ করা হইল যে $A_1C_1 : A_2C_2 = P_2 : P_1$. তাহা হইলে P_1 ও P_2 বল দুইটির লব্ধি হইবে একটি সমমুখী সমান্তরাল বল যাহা C_1 বিন্দুতে ক্রিয়া করিবে। এইবার C_1A_3 যোগ করিয়া



চিত্র 29

উহাকে C_2 বিন্দুতে এরূপে ভাগ করা হইল যে $C_1C_2 : C_2A_3 = P_3 : (P_1+P_2)$.

তাহা হইলে C_2 বিন্দুতে ক্রিয়ারত সমমুখী সমান্তরাল বল $(P_1+P_2+P_3)$-ই হইবে C_1 বিন্দুতে ক্রিয়ারত বল (P_1+P_2) এবং A_3 বিন্দুতে ক্রিয়ারত বল P_3-এর লব্ধি ; অর্থাৎ C_2 বিন্দুতে ক্রিয়ারত $(P_1+P_2+P_3)$ সমমুখী সমান্তরাল বল হইবে প্রথম তিনটি বলের লব্ধি। এরূপে অগ্রসর হইয়া আমরা যে-কোন সংখ্যক সমান্তরাল বলের লব্ধি বাহির করিতে পারি এবং মনে করা যাক, এই লব্ধির প্রয়োগবিন্দু C.

মনে রাখিতে হইবে, $C_1, C_2, C_3, \cdots\cdots$ইত্যাদি বিন্দুগুলির অবস্থান নির্ভর করিতেছে কেবলমাত্র $P_1, P_2, P_3, \cdots\cdots$ইত্যাদি বলগুলির মান এবং তাহাদের প্রয়োগবিন্দু $A_1, A_2, A_3, \cdots\cdots$ইত্যাদির উপর ; বলগুলির সাধারণ অভিমুখের উপর নির্ভর করে না। তাহা হইলে সমান্তরাল বলগুলির সাধারণ অভিমুখ যাহাই হউক না কেন, তাহাদের মান ও প্রয়োগবিন্দু অপরিবর্তিত থাকিলে C বিন্দু হইবে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু যাহার মধ্য দিয়া সম সমান্তরাল বলগুলির চূড়ান্ত লব্ধি প্রবেশ করিবে। এই C বিন্দুকেই বলা হয় **সমান্তরাল বলসমূহের কেন্দ্র**।

আরও মনে রাখিতে হইবে, $P_1, P_2, P_3, \cdots\cdots$ইত্যাদি বলগুলির লব্ধি যে-কোন ক্রমপর্যায়ে নির্ণয় করা হউক না কেন, C বিন্দুর অবস্থান সব সময়েই এক হইবে। অতএব C বিন্দু একটি অদ্বিতীয় (unique) বিন্দু।

4.5. ভারকেন্দ্র (Centre of gravity) :

মহাকর্ষ সূত্র হইতে আমরা জানি, প্রত্যেক বস্তুকণাকে পৃথিবী নিজকেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করে এবং এই আকর্ষণজনিত বলের মান বস্তুকণার ভরের সমানুপাতিক ও এই বলকেই বস্তুকণার ওজন বলে।

এখন যে-কোন বস্তুকে আমরা বহু কণার সমষ্টি হিসাবে মনে করিতে পারি। সেক্ষেত্রে বস্তুর প্রত্যেকটি কণা পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে আকৃষ্ট হইবে এবং এই বলগুলির ক্রিয়ারেখা পৃথিবীর কেন্দ্রমধ্য দিয়া যাইবে ও উহাদের একটি লব্ধিও থাকিবে। এই লব্ধিকেই বলা হয় বস্তুর ওজন। বস্তুটিকে যদি বিভিন্ন অবস্থানে রাখা যায় তবে বস্তুর সাপেক্ষে উহার ওজনের ক্রিয়ারেখার অবস্থান বিভিন্ন হইবে।

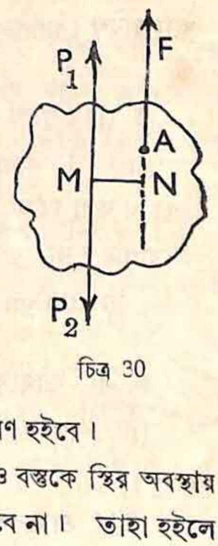
সাধারণ আয়তনের বস্তুর তুলনায় পৃথিবীর ব্যাসার্ধ এত বড় যে, বস্তুর বিভিন্ন বিন্দুর সহিত পৃথিবীর কেন্দ্র-সংযোগকারী সরলরেখাগুলিকে কার্যতঃ সমান্তরাল ধরা যাইতে পারে। তাহা হইলে যে-সকল বিভিন্ন কণা হইতে বস্তু গঠিত তাহাদের ওজনসমূহকে কতকগুলি সমমুখী সমান্তরাল বল হিসাবে গণ্য করা যাইতে পারে ; উলম্বরেখাই হইবে এই বলগুলির সাধারণ ক্রিয়ারেখা ও বলগুলির মান হইবে বস্তুকণাগুলির ভরের সমানুপাতিক। বস্তুটিকে অন্যভাবে রাখিলে, উল্লিখিত সমমুখী সমান্তরাল বলগুলির মান ও প্রয়োগবিন্দু অপরিবর্তিত থাকিবে, কিন্তু বলগুলির

সাধারণ ক্রিয়ারেখা উল্লম্বরেখা হইলেও বস্তুর সাপেক্ষে তাহা পরিবর্তিত হইবে। এখন 4.4 অনুচ্ছেদের ন্যায়, এই সমমুখী সমান্তরাল বলগুলির লব্ধি ও উহার প্রয়োগবিন্দু নির্ণয় করা যায়। অতএব প্রত্যেক বস্তুতে এরূপ একটি নির্দিষ্ট বিন্দু আছে যে, বস্তুকে যেভাবেই রাখা হউক না কেন, ঐ বিন্দুর মধ্য দিয়া বস্তুর ওজনের ক্রিয়ারেখা সবসময় প্রবেশ করিবে এবং এই বিন্দুকেই **ভারকেন্দ্র** বলে। 4.1 ও 4.2 অনুচ্ছেদ হইতে সূক্ষ্মভাবে চিন্তা করিলে, এই বিন্দুই হইল কার্যতঃ **ভরকেন্দ্র**। বস্তুর আয়তন পৃথিবীর তুলনায় খুব ছোট হইলে ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্র একই বিন্দু।

কোন বস্তু অথবা কণাগোষ্ঠীর ভরকেন্দ্র ঐ বস্তু অথবা কণাগোষ্ঠীর সাপেক্ষে একটি নির্দিষ্ট বিন্দু ; ইহা কণাসমূহের পরস্পরের সাপেক্ষে দূরত্ব ও ভরের উপর নির্ভর করে। যদি এই পৃথিবীতে মহাকর্ষ বলিয়া কিছু না থাকিত কিংবা কোন বস্তুকে পৃথিবীর অভিকর্ষীয় ক্ষেত্রের বাহিরে লইলেও উহার ভরকেন্দ্রের তখনও অর্থ থাকিবে, কিন্তু তখন কোন ভারকেন্দ্র থাকিবে না।

4.6. স্থিতিসাম্যের শর্তাবলী (Conditions of statical equilibrium) ঃ

কোন বস্তুর উপর বল প্রযুক্ত হইলে কিরূপে উহার সরণ এবং ঘূর্ণন হয় তাহা সহজেই বোঝানো যাইতে পারে। 30নং চিত্রে দেখা যাইতেছে, একটি বস্তুর উপর A বিন্দুতে একটি বল F প্রযুক্ত হইয়াছে এবং M বিন্দু ঐ বস্তুর ভরকেন্দ্র। এখন ঐ বলের (F) সমান দুইটি সমান ও বিপরীত বল P_1 ও P_2 (অর্থাৎ $F=P_1=P_2$) M বিন্দুতে এরূপে প্রয়োগ করা যাক যেন উহাদের ক্রিয়ারেখা F-এর সমান্তরাল হয়। এই বল দুইটি P_1 ও P_2 পরস্পর সমান ও বিপরীত হওয়ার জন্য উহারা পরস্পরকে প্রশমিত করিবে এবং বস্তুর গতিকে প্রভাবান্বিত করিবে না। সুতরাং P_1, P_2, F—এই তিনটি বল একত্রে A বিন্দুতে ক্রিয়ারত মাত্র একটি বল F-এর সঙ্গে সমান। এখন F ও P_2 বলদ্বয় একটি দ্বন্দ্ব সৃষ্টি করিবে (কারণ F ও P_2 পরস্পর সমান, সমান্তরাল এবং বিপরীতমুখী) যাহার ফলে বস্তুর ঘূর্ণন হইবে, আর অবশিষ্ট বল P_1 বস্তুর ভরকেন্দ্রে ক্রিয়া করায় বস্তুর সরণ হইবে।



চিত্র 30

কোন বস্তুর বিভিন্ন কণার উপর বল প্রযুক্ত হওয়া সত্ত্বেও বস্তুকে স্থির অবস্থায় থাকিতে হইলে উহার সরণ এবং ঘূর্ণন কোনটাই হওয়া চলিবে না। তাহা হইলে সেক্ষেত্রে নিম্নলিখিত শর্তগুলি প্রতিপালন করিতে হইবে :—

(1) প্রযুক্ত বলগুলির ভেক্টর যোগফল শূন্য হইতে হইবে, এবং

(2) প্রযুক্ত বলগুলির পরিণতিস্বরূপ কোন দ্বন্দ্ব সৃষ্টি হওয়া চলিবে না।

প্রশ্নাবলী

1. (i) ভরকেন্দ্র কাহাকে বলে ? উদাহরণ সহযোগে বুঝাইয়া দাও।

(ii) 10 gm. ও 20 gm. ভরের দুইটি বস্তুকণা 15 cm. ব্যবধানে থাকিলে উহাদের ভরকেন্দ্র কোথায় হইবে ?

[উঃ কণাদ্বয়-সংযোগকারী সরলরেখার উপর এবং 10 gm. হইতে 10 cm. দূরে]

(iii) ভরকেন্দ্র ও ভারকেন্দ্রের মধ্যে পার্থক্য কি ?

2. (i) দুইটি সমমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি কিভাবে নির্ণয় করা সম্ভব ?

(ii) একজন বেদে 20 lbs ওজনের একটি ঝুড়ি 3 ft. লম্বা লাঠির একপ্রান্তে বাঁধিয়া ও অপরপ্রান্ত হাতে ধরিয়া কাঁধের উপর বহন করিতেছে ; দণ্ডটির 2 ft. দৈর্ঘ্য তাহার সম্মুখভাগে থাকিলে সে হাত ও কাঁধের উপর কতটা ওজন অনুভব করিবে ?

[উঃ 10 lbs, 30 lbs]

3. 20 kg. ওজনের একটা লোহার দণ্ড দুইপ্রান্তে দুইটি অবলম্বনের সহিত আটকাইয়া উহার মাঝখান হইতে 50 kg. ওজনের একটি পাখা ঝুলাইলে ঐ অবলম্বনগুলির উপর কত চাপ পড়িবে ? [উঃ 35 kg.]

4. একটি কুলি 2·5 metres লম্বা বাঁকের একপ্রান্তে 33 kg. ও অপর প্রান্তে 42 kg. ওজন বহন করিতেছে। যদি মনে করা যায় বাঁকটির ওজন নাই, তাহা হইলে আলম্ববিন্দু (point of support) ও কাঁধের উপর ঘাত (thrust) নির্ণয় কর।

[উঃ বৃহত্তর ওজন হইতে 110 cm. দূরে, 75 kg.]

5. (i) দুইটি বিষমমুখী সমান্তরাল বলের লব্ধি নির্ণয় কর।

(ii) 40 dyne ও 60 dyne মানের দুইটি বিষমমুখী বল একটি বস্তুর উপর প্রয়োগ করা হইল। উহাদের প্রয়োগবিন্দুর মধ্যে দূরত্ব 30 cm. হইলে লব্ধির মান ও প্রয়োগবিন্দু বাহির কর।

[উঃ 20 dyne, প্রয়োগবিন্দুদ্বয়-সংযোগকারী সরলরেখার উপর এবং 60 dyne বল হইতে 60 cm. দূরে]

6. (i) ভারকেন্দ্র কাহাকে বলে ?

(ii) বস্তুকে কিভাবে রাখা হইয়াছে তাহার উপর কি ভারকেন্দ্রের অবস্থান নির্ভর করে ?

(iii) ভারকেন্দ্রকে কি অদ্বিতীয় বিন্দু বলা যায় ? ব্যাখ্যা সহ তোমার বক্তব্য উপস্থাপিত কর।

7. (i) বস্তুর স্থিতিসাম্যের শর্তাবলী বিবৃত কর।

(ii) বস্তুর ভরকেন্দ্র-অভিমুখী বল প্রয়োগ করিলে কিরূপ গতি হইবে ?

(iii) প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ারেখা ভরকেন্দ্রের মধ্যে প্রবেশ না করিলে কি প্রকার গতি হইবে, চিত্র সাহায্যে বুঝাইয়া দাও।

(iv) দুইটি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল প্রযুক্ত হইলে বস্তুর কি প্রকার গতি হইবে?

(v) অনেকগুলি সমান্তরাল সমমুখী বল প্রযুক্ত হইলে বস্তুর কি প্রকার গতি হইবে?

8.(i) নিম্নলিখিত শব্দগুলির অর্থ বুঝাইয়া দাও :—

(a) সমান্তরাল বলের কেন্দ্র, (b) ভরকেন্দ্র এবং (c) ভারকেন্দ্র।

(ii) বস্তুর স্থিতিসাম্য বলিতে কি বুঝায়? কি অবস্থায় অথবা কখন বস্তুর স্থিতিসাম্য বিঘ্নিত হয়?

পঞ্চম অধ্যায়

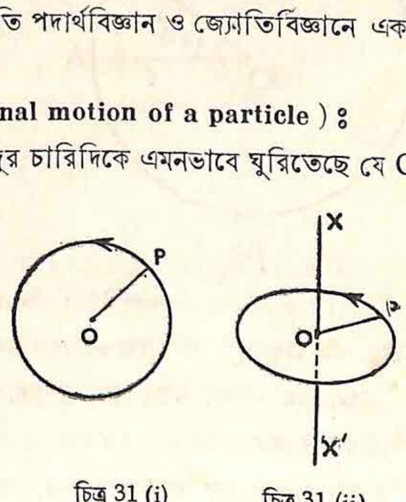
আবর্তগতি সম্বন্ধীয় গতিবিদ্যা
(Dynamics of Circular Motion)

5.0. সূচনা :

যদি কোন বস্তুকণা কোন নির্দিষ্ট বিন্দু কিংবা সরলরেখা হইতে সর্বদা সমান দূরত্ব বজায় রাখিয়া উহার চারিদিকে চক্রাকারে পরিভ্রমণ করে, তবে তাহার গতিকে বলা হয় **আর্বতগতি** বা **ঘূর্ণন**। এই প্রকার গতি পদার্থবিজ্ঞান ও জ্যোতির্বিজ্ঞানে একটি বিশেষ ভূমিকা গ্রহণ করিয়াছে।

5.1. কণার আবর্তগতি (Rotational motion of a particle) :

মনে করা যাক, P-বস্তুকণাটি O-বিন্দুর চারিদিকে এমনভাবে ঘুরিতেছে যে O-বিন্দু হইতে উহার দূরত্ব (OP) সবসময় সমান [চিত্র 31(i)], অর্থাৎ বস্তুকণাটি একটি বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে যাহার কেন্দ্রবিন্দু O। বস্তুকণার এই প্রকার গতিকে বলে **আর্বতগতি** বা **ঘূর্ণন** ; আর O-বিন্দু হইল **ঘূর্ণনের** বা **আবর্তনের কেন্দ্র**। আবার যদি মনে করা যায়,



চিত্র 31 (i) চিত্র 31 (ii)

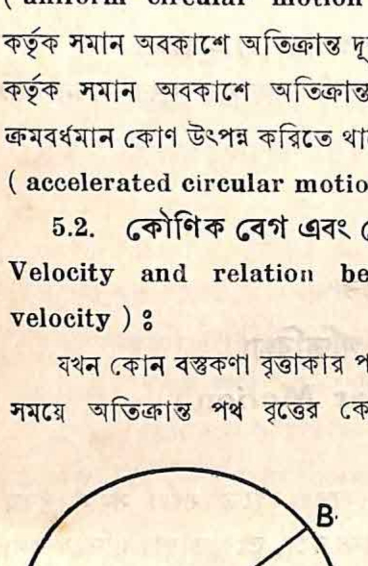
বস্তুকণাটি XOX'-সরলরেখার চারিদিকে এমনভাবে ঘুরিতেছে যে ঐ সরলরেখা

হইতে উহার লম্ব-দূরত্ব (OP) সবসময় সমান [চিত্র 31(ii)] তবে উহার গতিকেও **আবর্তগতি** বা **ঘূর্ণন** বলে এবং XOX′-রেখাকে বলে **ঘূর্ণনের অক্ষ** (**axis of rotation**)। মনে রাখিতে হইবে, অক্ষ বস্তুকণার বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রের মধ্য দিয়া গিয়াছে এবং বৃত্তাকার পথটি যে-সমতলে অবস্থিত তাহার সহিত লম্ব।

বস্তুকণা যখন কেন্দ্র অথবা অক্ষের চারিদিকে বৃত্তাকার পথে সমান অবকাশে (time interval) সমান পথ অতিক্রম করে তখন তাহার আবর্তগতিকে **সম-আবর্তগতি** (**uniform circular motion**) বলে ; অর্থাৎ সম-আবর্তগতির ক্ষেত্রে বস্তুকণা কর্তৃক সমান অবকাশে অতিক্রান্ত দূরত্ব কেন্দ্রে সমান কোণ উৎপন্ন করে। আর বস্তুকণা কর্তৃক সমান অবকাশে অতিক্রান্ত দূরত্ব যদি কেন্দ্রে সমান কোণ উৎপন্ন না করিয়া ক্রমবর্ধমান কোণ উৎপন্ন করিতে থাকে, তবে সেই আবর্তগতিকে **ত্বরিত-আবর্তগতি** (**accelerated circular motion**) বলে।

5.2. কৌণিক বেগ এবং কৌণিক ও রৈখিক বেগের সম্পর্ক (Angular Velocity and relation between angular velocity and linear velocity) :

যখন কোন বস্তুকণা বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করে তখন এক সেকেণ্ড (1 sec.) সময়ে অতিক্রান্ত পথ বৃত্তের কেন্দ্রে যে-কোণ উৎপন্ন করে তাহাকে **কৌণিক বেগ** (**angular velocity**) বলে। কৌণিক বেগ সাধারণতঃ ω (ওমেগা)—এই অক্ষর দ্বারা সূচিত করা হয় এবং ইহার একক radian/sec. (রেডিয়ান প্রতি সেকেণ্ডে)। ধরা যাক, একটি বস্তুকণা O-বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া একটি বৃত্তাকার পথে ω-কৌণিক বেগে ঘুরিতেছে (চিত্র 32)। যদি বস্তুকণা বৃত্তাকার পথটি একবার পরিভ্রমণ করিতে T sec. সময় নেয়, তবে উহার কৌণিক বেগ



চিত্র 2

$$\omega = 2\pi/T \text{ radian/sec.} \quad \cdots \quad \cdots (1)$$

কারণ একবার পূর্ণ পরিভ্রমণের ফলে বস্তুকণা 360° বা 2π radian কোণ ঘুরিয়াছে।

এখন ধরা যাক, বস্তুকণাটি যে বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে তাহার ব্যাসার্ধ r ও বস্তু-কণাটির রৈখিক বেগ v ; বস্তুকণা তাহা হইলে 1 sec. সময়ে একটি v দৈর্ঘ্যের চাপ অতিক্রম করিবে এবং মনে করা যাক, এই চাপ AB। তাহা হইলে AB-চাপ কেন্দ্রে যে-কোণ উৎপন্ন করিবে তাহাই কৌণিক বেগ ω হইবে।

এখন কোণের পরিমাপ অনুসারে,

$$\omega = \frac{\text{AB চাপ}}{\text{বৃত্তের ব্যাসার্ধ}} = \frac{v}{r}$$

$$\text{সুতরাং, } \mathbf{v} = \mathbf{r}\omega \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots (2)$$

অতএব, **রৈখিক বেগ = কৌণিক বেগ × বৃত্তের ব্যাসার্ধ**

এখানে বিশেষভাবে মনে রাখিতে হইবে, $\mathbf{v} = \mathbf{r}\omega$ **সমীকরণে** (i) **সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে v-এর একক cm/sec., ω-এর একক radian/sec. এবং r-এর একক cm. ;** (ii) এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে v-এর একক ft/sec., ω-এর একক radian/sec. এবং r-এর একক ft.

উদাহরণ ঃ

(1) একটি বস্তুকণা 20 cm. ব্যাসের একটি চক্রাকার পথে ·5 radian/sec. কৌণিক বেগ লইয়া ঘুরিতেছে। বস্তুকণার রৈখিক বেগ ও একবার সম্পূর্ণ আবর্তনের সময় নির্ণয় কর।

এখানে ব্যাস = 20 cm.

অতএব ব্যাসার্ধ = r = 10 cm.

ω = কৌণিক বেগ = ·5 radian/sec.

সুতরাং, রৈখিক বেগ = $v = r\omega$

= (10 × ·5) cm/sec. = 5 cm/sec.

একবার সম্পূর্ণ আবর্তনের সময় (T) $= \frac{2\pi}{\omega}$

$= \frac{2 \times 3{\cdot}14}{{\cdot}5} = 12{\cdot}56$ sec.

(2) 1 metre ব্যাসের একটি বৃত্তাকার পথে একটি বস্তুকণা 60°/sec. কৌণিক বেগে ঘুরিতেছে। বস্তুকণার রৈখিক বেগ এবং একবার সম্পূর্ণ আবর্তনের সময় নির্ণয় কর।

এখানে r = 1 metre/2 = 50 cm.

ω = কৌণিক বেগ = 60°/sec.

= 1·047 radian/sec. [∵ $360° = 2\pi$ radian এবং $\pi = 3{\cdot}14$]

সুতরাং, রৈখিক বেগ = $v = r\omega$ = (50 × 1·047) cm/sec.

বা v = 52·35 cm/sec.

আর একবার সম্পূর্ণ আবর্তনের সময় (T)

$= \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2 \times 3{\cdot}14}{1{\cdot}047}$

= 6 secs. (প্রায়)

5.3. কৌণিক ত্বরণ (Angular Acceleration) ঃ

পূর্বেই বলা হইয়াছে, কোন বস্তুকণা ক্রমবর্ধমান কৌণিক বেগে ঘুরিতে থাকিলে তাহার আবর্তগতিকে ত্বরিত-আবর্তগতি (accelerated circular motion) বলে। যদি t sec. সময়ের অবকাশে কৌণিক বেগ ω_1 হইতে পরিবর্তিত হইয়া ω_2 হয়, তাহা হইলে $(\omega_2-\omega_1)/t=\alpha$ (ধরা যাক) হইবে এক সেকেণ্ড সময়ে কৌণিক বেগের পরিবর্তন। এই α-কেই বলে **কৌণিক ত্বরণ**।

সংজ্ঞা ঃ সময়ের সহিত কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হারকে বলা হয় কৌণিক ত্বরণ ; অর্থাৎ এক সেকেণ্ড সময়ে কৌণিক বেগ যতটা পরিবর্তিত হয় তাহাই কৌণিক ত্বরণ।

একক—কৌণিক ত্বরণের একক radian/sec.^{2} (রেডিয়ান/সেকেণ্ড^2)।

কৌণিক ত্বরণ ও (রৈখিক) ত্বরণের সম্পর্ক—

সংজ্ঞা অনুযায়ী,

কৌণিক ত্বরণ $=\alpha$ (ধরা যাক)

$=$ কৌণিক বেগের পরিবর্তনের হার

$=\omega$-এর পরিবর্তনের হার

$=\left(\frac{v}{r}\right)$-এর পরিবর্তনের হার, $[\because\ v=r\omega]$

$=\frac{1}{r}$ (v-এর পরিবর্তনের হার), যেহেতু বস্তুকণা যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরিতে থাকে তখন কেন্দ্র হইতে উহার দূরত্ব, অর্থাৎ r-এর মান সময়ের সহিত অপরিবর্তিত থাকে।

এখন যেহেতু $f=$ (রৈখিক) ত্বরণ

$=$ গতিবেগ বা v-এর পরিবর্তনের হার,

সুতরাং, $\alpha=\frac{1}{r}.f$

বা, $f=r\alpha$ ... ...(3)

সুতরাং, **ত্বরণ = বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ × কৌণিক ত্বরণ**

5.4. কৌণিক ভরবেগ (Angular momentum) ঃ

মনে করা যাক, m-ভরসম্পন্ন একটি বস্তুকণা একটি বৃত্তাকার পথে সম-আবর্তগতিতে ঘুরিতেছে। যদি ঐ বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ r, কণার কৌণিক ও রৈখিক বেগ যথাক্রমে ω এবং v হয়, তাহা হইলে

বস্তুকণার ভরবেগ $=mv$

$=mr\omega$ [2নং সমীকরণ হইতে]

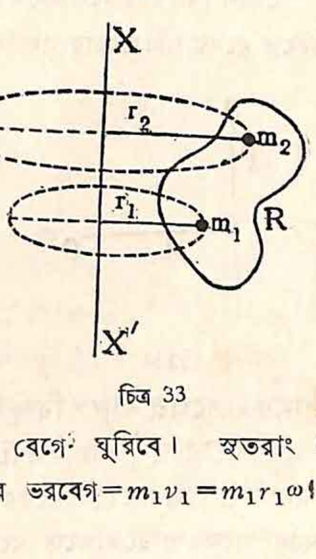
বস্তুকণার এই ভরবেগ ও কেন্দ্রবিন্দু বা অক্ষ হইতে উহার দূরত্ব r-এর গুণফলকে ঐ কণার **ভরবেগের ভ্রামক** (**moment of momentum**) বা **কৌণিক ভরবেগ** (**angular momentum**) বলে।

অতএব, **বস্তুকণার কৌণিক ভরবেগ**

$$= mr\omega \times r$$

$$= \mathbf{mr^2}\omega \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots (4)$$

এইবার ধরা যাক, একটি দৃঢ়বস্তু R একটি অক্ষের চারিদিকে বৃত্তাকার পথে ω-কৌণিক বেগে ঘুরিতেছে (চিত্র 33)। তাহা হইলে, ঐ দৃঢ়বস্তুর প্রত্যেকটি বস্তুকণা একই কৌণিক বেগ ω লইয়া ঐ নির্দিষ্ট অক্ষের চারিদিকে ঘুরিতে থাকিবে—কারণ, যে-সময়ে বস্তুটি একবার সম্পূর্ণ ঘুরিয়া আসিবে ঠিক সেই সময়েই প্রত্যেকটি কণাও একবার মাত্র ঘুরিবে ; কিন্তু অক্ষ হইতে বস্তুর ভিন্ন ভিন্ন কণার লম্ব-দূরত্ব বিভিন্ন হওয়ার দরুন উহারা বিভিন্ন বৃত্তাকার পথে ঘুরিতে থাকিবে। এই বৃত্তাকার পথগুলির কেন্দ্র একই অক্ষের উপর অবস্থিত। যদি ঐ দৃঢ়বস্তুর কোন একটি m_1-ভরবিশিষ্ট কণা অক্ষ হইতে r_1 দূরত্বে অবস্থিত হয়, তবে ঐ কণা r_1-ব্যাসার্ধবিশিষ্ট বৃত্তাকার পথে ω-কৌণিক বেগে ঘুরিবে। সুতরাং ঐ বস্তুকণার রৈখিক গতিবেগ $v_1 = r_1\omega$ এবং উহার ভরবেগ $= m_1v_1 = m_1r_1\omega$ ও ভরবেগের ভ্রামক $= m_1r_1\omega \times r_1 = m_1r_1{}^2\omega$.



চিত্র 33

এইভাবে ঐ বস্তুটির প্রত্যেকটি কণার জন্য ভরবেগের ভ্রামকের মান নির্ণয় করিয়া যোগ করিলে আমরা ঐ বস্তুর ভরবেগের ভ্রামক বা কৌণিক ভরবেগ পাইব। তাহা হইলে,

বস্তুর ভরবেগের ভ্রামক $(L) = m_1r_1{}^2\omega + m_2r_2{}^2\omega + m_3r_3{}^2\omega + \cdots\cdots$

$$= \omega(m_1r_1{}^2 + m_2r_2{}^2 + m_3r_3{}^2 + \cdots\cdots)$$

$$= \omega\Sigma mr^2$$

$\therefore$ **কৌণিক ভরবেগ** $= \mathrm{I}.\omega \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad \cdots (5)$

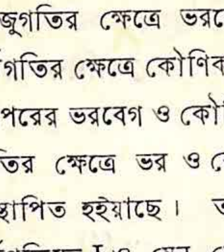
5নং সমীকরণে $\mathrm{I} = \Sigma mr^2 = (m_1r_1{}^2 + m_2r_2{}^2 + m_3r_3{}^2 + \cdots\cdots)$ ধরা হইয়াছে। নির্দিষ্ট বস্তু ও নির্দিষ্ট অক্ষের জন্য I-এর মান ধ্রুবক (constant) হইয়া থাকে। আমরা জানি,

ঋজুগতির ক্ষেত্রে ভরবেগ $= m \times v =$ ভর × বেগ, আর 4নং সমীকরণ হইতে, আবর্তগতির ক্ষেত্রে কৌণিক ভরবেগ = I × কৌণিক বেগ।

উপরের ভরবেগ ও কৌণিক ভরবেগের সমীকরণদ্বয় তুলনা করিলে দেখা যাইতেছে, ঋজুগতির ক্ষেত্রে ভর ও বেগ আবর্তগতিতে যথাক্রমে I ও কৌণিক বেগের দ্বারা প্রতিস্থাপিত হইয়াছে। তাহা হইলে ঋজুগতির ক্ষেত্রে বস্তুর ভর যে-ক্রিয়া করে, আবর্তগতিতে I-ও যেন সেই ক্রিয়া করে। এই ধ্রুবক I-কে বলা হয় **জাড্যের ভ্রামক** (moment of inertia)।

5.5. বলের ভ্রামক (Moment of a force) ঃ

কোন বিন্দুর পরিপ্রেক্ষিতে কোন বলের ভ্রামক বলিতে ঐ বলের মান ও ঐ বিন্দু হইতে বলের ক্রিয়ারেখার লম্ব-দূরত্বের গুণফলকে বুঝায়।



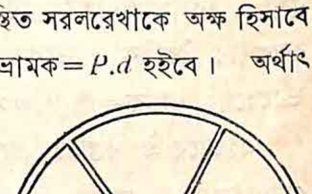
চিত্র34

মনে করা যাক, P একটি বল এবং O একটি বিন্দু (চিত্র 34)। O-বিন্দু হইতে বলের ক্রিয়ারেখার লম্ব-দূরত্ব $= d$ হইলে উপরের সংজ্ঞা অনুযায়ী,

O-বিন্দুর পরিপ্রেক্ষিতে **বলের ভ্রামক = P.d** ... ... (6)

অর্থাৎ, **কোন বিন্দুর পরিপ্রেক্ষিতে বলের ভ্রামক = বলের মান × বিন্দু হইতে বলের ক্রিয়ারেখার দূরত্ব।**

যদি O-বিন্দুর মধ্য দিয়া চিত্রতলের লম্বভাবে অবস্থিত সরলরেখাকে অক্ষ হিসাবে কল্পনা করা যায়, তবে ঐ অক্ষের পরিপ্রেক্ষিতেও বলের ভ্রামক $= P.d$ হইবে। অর্থাৎ কোন অক্ষের পরিপ্রেক্ষিতে বলের ভ্রামক = বলের মান × বলের ক্রিয়ারেখা হইতে অক্ষের লম্ব-দূরত্ব।



চিত্র 35

বলের ভ্রামকের কার্যকারিতা বুঝিবার জন্য 35নং চিত্রে যেমন দেখানো হইয়াছে ঐ রকম একটা পরীক্ষার ব্যবস্থা করা যাক। এই ব্যবস্থায় একটি চাকা উহার কেন্দ্রগত অনুভূমিক অক্ষের উপর উল্লম্ব তলে ঘুরিতে পারে। তবে চাকাটি ঘুরাইতে হইলে চাকা যে-তলে অবস্থিত সেই তলে এরূপে বল প্রয়োগ করিতে হইবে যেন বলের ক্রিয়ারেখা কেন্দ্র O-বিন্দুর মধ্য দিয়া না যায়। চাকাটিকে ঘুরাইবার জন্য উহার কেন্দ্র হইতে বিভিন্ন দূরত্বে কয়েকটি হাতল (H_1, H_2)

আছে এবং এই হাতল হইতে তুলাপাত্র (S) ঝুলাইবার ব্যবস্থাও আছে। এখন কেন্দ্রবিন্দু O এবং H_1-হাতল সংযোগকারী সরলরেখা অনুভূমিক থাকা অবস্থায় ঐ হাতল হইতে ঝুলন্ত তুলাপাত্রের উপর ওজন বসাইলে উহা চাকাকে ঘুরাইবার জন্য উপযুক্ত অভিমুখে বল প্রয়োগ করিবে। এখন চাকাকে ঘুরাইতে হইলে H_1-হাতল হইতে কতটা ওজন ঝুলাইতে হইবে? ধরা যাক, দেখা গেল তুলাপাত্রে কমপক্ষে m_1 ওজন বসাইলে চাকাটি ঘুরিয়া যায় এবং কেন্দ্র হইতে H_1-হাতলটির দূরত্ব d_1; তারপর H_2-হাতল হইতে একইভাবে তুলাপাত্রটি ঝুলাইয়া উহার উপর কমপক্ষে কত ওজন বসাইলে চাকাটি ঘুরিয়া যায় তাহা নির্ণয় করা হইল। যদি এই ওজন m_2 ও কেন্দ্র হইতে হাতলটির দূরত্ব d_2 হয় তবে দেখা যাইবে,

$$m_1 d_1 = m_2 d_2.$$

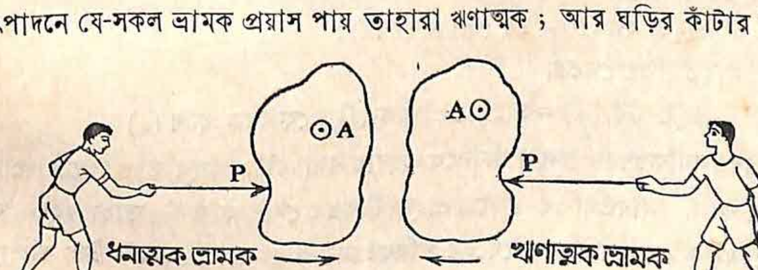
অর্থাৎ চাকাটিকে ঘুরাইতে হইলে,

প্রযুক্ত বল × অক্ষ হইতে বলের ক্রিয়ারেখার দূরত্ব = ধ্রুবক।

এখন d_1 অপেক্ষা d_2 যদি বড় হয় তাহা হইলে m_1 অপেক্ষা m_2 ছোট হইবে। এই পরীক্ষালব্ধ ফল হইতে স্পষ্টতঃই বোঝা যাইতেছে, প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ারেখা কেন্দ্র O-বিন্দু হইতে যতদূরে থাকিবে তত সহজে চাকাকে ঘুরানো সম্ভব হইবে। কাজেই ঘূর্ণনের ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল ও অক্ষ হইতে বলের ক্রিয়ারেখার লম্ব-দূরত্বের গুণফল, অর্থাৎ অক্ষের পরিপ্রেক্ষিতে প্রযুক্ত বলের ভ্রামক একটি বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা গ্রহণ করিয়াছে।

ভ্রামকের একক ঃ—যেহেতু ভ্রামক বল ও দূরত্বের গুণফল, সেইজন্য সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার একক **dyne. cm** (ডাইন. সেন্টিমিটার) এবং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার একক **Poundal. ft** (পাউণ্ডাল. ফুট)।

ধনাত্মক ও ঋণাত্মক ভ্রামক ঃ—ঘড়ির কাঁটা যেদিকে ঘোরে, সেই দিকে ঘূর্ণন উৎপাদনে যে-সকল ভ্রামক প্রয়াস পায় তাহারা ঋণাত্মক ; আর ঘড়ির কাঁটার বিপরীত



চিত্র 36

দিকে ঘূর্ণন উৎপাদনে যে-সকল ভ্রামক প্রয়াস পায় সেইগুলি ধনাত্মক (চিত্র 36 দ্রষ্টব্য)।

5.6. টর্ক (Torque) :

আমরা জানি, যখন কোন বস্তু সরলরেখায় সমবেগে চলিতে থাকে তখন উহার উপর বল প্রয়োগ করিলে ত্বরণ সৃষ্টি হয়। সম-আবর্তগতিতে ঘূর্ণায়মান বস্তুকণার ক্ষেত্রেও ঐরূপ কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি করিতে হইলে বাহির হইতে কিছু প্রয়োগ করিতে হইয়া থাকে। সম-আবর্তগতিতে ঘূর্ণায়মান বস্তুর গতিতে ত্বরণ সৃষ্টি করিতে হইলে বাহির হইতে যাহা প্রয়োগ করিতে হয়, তাহাকেই বলে **টর্ক**। এই টর্ক হইল কার্যতঃ আবর্তনের অক্ষের পরিপ্রেক্ষিতে একটি বলের ভ্রামক।

টর্ক ও কৌণিক ত্বরণের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয়ের জন্য মনে করা যাক, একটি দৃঢ়বস্তু কোন অক্ষের চারিদিকে α-কৌণিক ত্বরণের সহিত ঘুরিতেছে। এখন দৃঢ়বস্তুটির m_1-ভরবিশিষ্ট কোন একটি কণা অক্ষ হইতে r_1-দূরত্বে অবস্থিত হইলে, ঐ বস্তুকণার ত্বরণ $=f_1=r_1\alpha$ (3নং সমীকরণ হইতে)। অতএব বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত বল $P_1=m_1f_1=m_1r_1\alpha$ ও অক্ষের পরিপ্রেক্ষিতে এই বলের ভ্রামক$=P_1r_1=m_1r_1\alpha\times r_1=m_1r_1^2\alpha$ এবং একই ভাবে বলা যায়, অক্ষ হইতে r_2-দূরতে অবস্থিত m_2-ভরবিশিষ্ট বস্তুকণার জন্য এই বলের ভ্রামক$=m_2r_2^2\alpha$. এইরূপে বস্তুর সকল কণা কল্পনা করিলে মোট ভ্রামক

$$\begin{aligned}&= m_1r_1^2\alpha+m_2r_2^2\alpha+m_3r_3^2\alpha+\cdots\cdots\\&=(m_1r_1^2+m_2r_2^2+m_3r_3^2+\cdots\ \cdots).\alpha\\&=I.\alpha\\&=\Gamma \text{ (ধরা যাক)} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots(7)\end{aligned}$$

এই Γ-কেই বলা হয় টর্ক। এখন $I=$জাড্যের ভ্রামক একটি ধ্রুবক। কাজেই কোন বস্তুর আবর্তগতিতে কতটা কৌণিক ত্বরণ সৃষ্টি হইবে তাহা প্রযুক্ত টর্কের দ্বারা নির্ধারিত হইবে।

ঋজুগতির ক্ষেত্রে,

প্রযুক্ত বল $(P)=$ভর $(m)\times$ত্বরণ (f)

আর আবর্তগতির ক্ষেত্রে,

প্রযুক্ত টর্ক $(\Gamma)=$জাড্যের ভ্রামক $(I)\times$কৌণিক ত্বরণ (α)

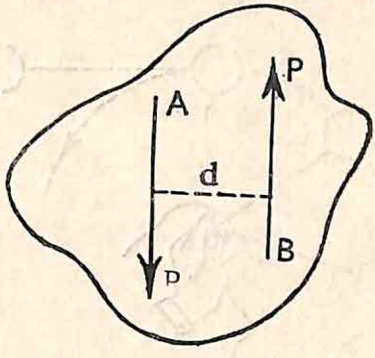
উপরের সমীকরণদ্বয় তুলনা করিলে এইবার বলা যায়, ঋজুগতির ক্ষেত্রে প্রযুক্ত বলের যে-কাজ, আবর্তগতির ক্ষেত্রে প্রযুক্ত টর্কেরও সেই কাজ। তাহা হইলে বল বলিতে যেমন সময়ের সহিত ভরবেগের পরিবর্তনের হার বুঝায়, তেমনি **টর্ক বলিতে সময়ের সহিত কৌণিক ভরবেগের পরিবর্তনের হার বুঝাইয়া থাকে।**

5.7. দ্বন্দ্ব (Couple) :

দুইটি সমান, সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল কোন বস্তুর দুইটি ভিন্ন বিন্দুতে প্রযুক্ত হইলে একটি দ্বন্দ্ব সৃষ্টি হয়। 37নং চিত্রে একটি বস্তুর A ও B বিন্দুতে দুইটি সমান,

সমান্তরাল ও বিপরীতমুখী বল (P, P) প্রযুক্ত হইয়াছে। এই অবস্থায় বলা হয় বস্তুটির উপর একটি দ্বন্দ্ব সৃষ্টি হইয়াছে। দ্বন্দ্বের দুই বলের ক্রিয়ারেখার অন্তর্বর্তী লম্ব-দূরত্বকে দ্বন্দ্বের বাহু বলে। এক্ষেত্রে d দ্বন্দ্বের বাহু। দ্বন্দ্বের যে-কোন একটি বলের মান ও বাহুর গুণফলকে **দ্বন্দ্বের ভ্রামক** (**moment of the couple**) বলে। অতএব এখানে

দ্বন্দ্বের ভ্রামক $= P \times d \cdots \quad \cdots (8)$

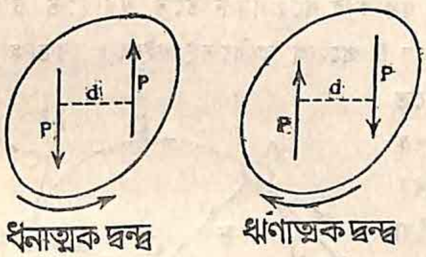


চিত্র 37

কোন বস্তুর উপর দ্বন্দ্ব সৃষ্টি হইলে উহার সাম্য অবস্থা থাকিতে পারে না; বস্তুটি দ্বন্দ্বের বাহুর মধ্যবিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া ঘুরিতে থাকিবে। গতির সবটুকুই ঘূর্ণন হইবে। দ্বন্দ্ব প্রয়োগ করিলেই বস্তু ঘুরিবার প্রয়াস পায়। আমরা যখন স্ক্রু-ড্রাইভার চালাই, জলের কল খুলি, ঘড়িতে চাবি দেই, তখন আমরা আঙ্গুলের সাহায্যে উহাদের উপর দ্বন্দ্ব প্রয়োগ করি।

একক—দ্বন্দ্বের একক বলের ভ্রামকের এককের অনুরূপ।

ধনাত্মক ও ঋণাত্মক দ্বন্দ্ব—ঘড়ির কাঁটা যেদিকে ঘোরে, সেইদিকে ঘূর্ণন উৎপাদনে যে-সকল দ্বন্দ্বের ভ্রামক প্রয়াস পায় তাহাদের বলা হয় ঋণাত্মক; আর ঘড়ির কাঁটার বিপরীতদিকে ঘূর্ণন উৎপাদনে যে-সকল দ্বন্দ্বের ভ্রামক প্রয়াস পায় তাহাদের বলা হয় ধনাত্মক (চিত্র 38 দ্রষ্টব্য)।

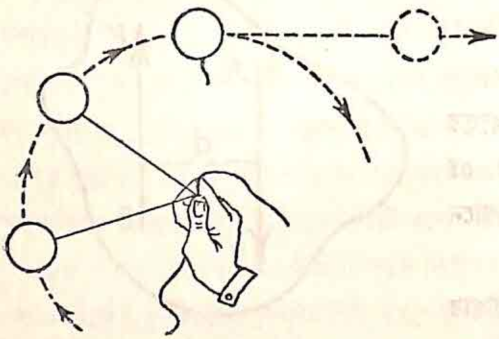


চিত্র 38

5.8. অভিকেন্দ্রিক বল (Centripetal force) :

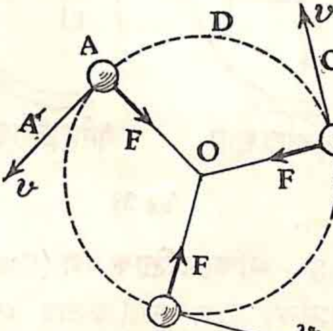
মনে করা যাক, একটি সুতার একপ্রান্তে একটি ঢিল বাঁধিয়া অপরপ্রান্ত হাতে ধরিয়া উহাকে বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হইতেছে (চিত্র 39)। ঢিলাটকে ঐরূপ বৃত্তাকার পথে ঘুরাইতে হইলে সর্বদা আঙুল দিয়া সুতার মাধ্যমে ঢিলটিকে টানিয়া রাখিতে হয় বা ঢিলটির উপর একটি বল প্রয়োগ করিতে হয় যাহার অভিমুখ কেন্দ্রাভিমুখী। পরীক্ষাটি করিলে এই অভিজ্ঞতা সহজেই লাভ করা যায়। যদি হঠাৎ সুতাটি ছিঁড়িয়া যায় তাহা হইলে ঢিলটি আর বৃত্তাকার পথে না ঘুরিয়া তৎক্ষণাৎ বরাবর বৃত্তের স্পর্শক দিয়া সম-দ্রুতিতে ছুটিয়া যায়।

এখন স্বভাবতঃই প্রশ্ন জাগিবে, ঢিলটিকে বৃত্তাকার পথে ঘুরাইতে হইলে কেন উহার উপর কেন্দ্রাভিমুখী বল প্রয়োগ করিতে হইবে ? এই প্রশ্নের উত্তর নিউটনের প্রথম গতিসূত্র হইতে পাওয়া যায়। এই সূত্র অনুসারে, বাহির হইতে কোন বল প্রযুক্ত না হইলে কোন গতিশীল বস্তুকণা জাড্যের নিমিত্ত সরলরেখায় সমগতিতে চলিতে থাকিবে। তাহা হইলে বস্তুর গতির অভিমুখ পরিবর্তিত করিতে হইলে উহার উপর একটি বল প্রয়োগ করিতে হইবে। মনে রাখিতে হইবে, আবর্তগতির ক্ষেত্রে বৃত্তাকার পথের যে-কোন স্থানে বস্তুর গতির অভিমুখ হইল বৃত্তাকার পথের সেই স্থানে স্পর্শক। তাহা হইলে ঢিলটি যখন বৃত্তাকার পথে ঘুরিতে থাকিবে তখন উহার গতির অভিমুখ অনবরত পরিবর্তিত হইবে এবং সেই জন্যই ঢিলটির উপর কেন্দ্রাভিমুখী একটি বল প্রয়োগ করিতে হইবে। এই বলকেই বলে **অভিকেন্দ্রিক বল** (**Centripetal force**)।



চিত্র 39

যদি আমরা কোন বস্তুকণাকে ABCD বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘুরাইতে চাই (চিত্র 40) তবে ঐ বস্তুকণার উপর কিছু বল F প্রয়োগ করিতেই হইবে। বৃত্তাকার পথের কোন বিন্দুতে, যেমন A-বিন্দুতে AA′, B-বিন্দুতে BB′ ইত্যাদি, স্পর্শক কল্পনা করিলে বস্তুকণা উহার গতিপথের সকল বিন্দুতেই ঐরূপ স্পর্শক বাহিয়া চলিতে চায়। যেহেতু বস্তুকণা সমদ্রুতিতে আবর্তন করিতেছে কাজেই উহার গতির অভিমুখে প্রযুক্ত বলের কোন উপাংশ থাকা চলিবে না, কারণ ঐরূপ কোন উপাংশ থাকিলে তাহা গতির অভিমুখে একটি ত্বরণ সৃষ্টি করিবে এবং তাহা হইলে দ্রুতির পরিবর্তন ঘটিবে। সুতরাং প্রযুক্ত বলের ক্রিয়ারেখা সবসময়ই গতিপথের সহিত সমকোণ সৃষ্টি করিবে এবং এই প্রযুক্ত বলের অভিমুখ বৃত্তের কেন্দ্রের দিকে হইতেই হইবে।

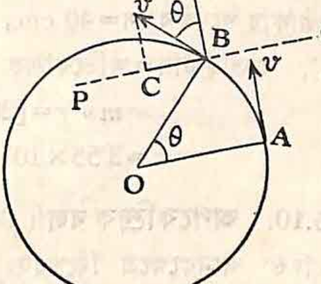


চিত্র 40

যখন কোন বস্তু একটি বৃত্তাকার পথে পরিভ্রমণ করে তখন ঐ বৃত্তের কেন্দ্র অভিমুখে বস্তুর উপর যে-বল ক্রিয়া করে তাহাকে অভিকেন্দ্রিক বল বলে। বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তু কেন্দ্রে যে-প্রতিক্রিয়া প্রয়োগ করে তাহাকে **অপকেন্দ্রিক প্রতিক্রিয়া (Centrifugal reaction)** বলে। এই অপকেন্দ্রিক প্রতিক্রিয়া অভিকেন্দ্রিক বলের সমান ও বিপরীতমুখী এবং যে-কেন্দ্র হইতে গতিশীল বস্তুকে টানিয়া রাখা হয় সেই কেন্দ্রের উপর ক্রিয়া করে।

5.9. অভিকেন্দ্রিক বলের মান (Magnitude of Centripetal force) :

মনে করা যাক, m-ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণা v-সমদ্রুতির সহিত r-ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে অনবরত ঘুরিতেছে এবং O-বিন্দু ঐ বৃত্তের কেন্দ্র (চিত্র 41)। এইবার ঐ বৃত্তের উপর খুব কাছাকাছি যে-কোন দুইটি বিন্দু A ও B লওয়া যাক। মনে করি, খুব অল্প সময়ের অবকাশে ঘূর্ণায়মান বস্তুকণা A হইতে B-তে যায় ও A হইতে B-তে পৌছাইতে t sec. সময় লাগে। B-বিন্দুর মধ্য দিয়া OA রেখার সমান্তরাল-ভাবে PQ রেখা টানা হইয়াছে। এখন A-বিন্দুতে AO অভিমুখে গতিবেগ v-এর উপাংশ শূন্য, কারণ AO এবং v-এর অভিমুখের অন্তর্ভূত কোণ একটি সমকোণ। কিন্তু



চিত্র 41

B-বিন্দুতে এই উপাংশ $= BC = v \sin\theta$ (যখন $\theta = \angle AOB$)। তাহা হইলে বস্তুকণা যখন A হইতে B-তে পৌছাইল, AO অভিমুখে উহার গতিবেগের উপাংশের মান $v \sin\theta$ বৃদ্ধি পাইল। অতএব AO অভিমুখে বস্তুকণার ত্বরণ $(f) = v \sin\theta/t$. এখন যেহেতু t খুব ছোট, অতএব θ খুব ছোট, কাজেই $\sin\theta = \theta$ (যখন θ-কে রেডিয়ানে প্রকাশ করা হয়) এবং তাহা হইলে,

$$f = v.\frac{\theta}{t} = v\omega, \quad [\because \omega = \theta/t]$$

সুতরাং, **অরীয় (radial) ত্বরণ** $= f = v\omega$

$$\frac{v^2}{r} = \omega^2 r \quad \cdots \quad \cdots \quad (9)$$

এবং **অরীয় বল বা অভিকেন্দ্রিক বল** $= F = mf$

$$= \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r \cdots\cdots (10)$$

উদাহরণঃ

200 gm. ভরের একটি বস্তুকে সুতায় বাঁধিয়া 40 cm. ব্যাসের বৃত্তাকার পথে ঘোরানো হইতেছে। বস্তুটি প্রতি মিনিটে 90 বার সম্পূর্ণ আবর্তন করিলে সুতার টান নির্ণয় কর।

বস্তুটি 1 মিনিটে 90 বার আবর্তন করে। সুতরাং বস্তুটির কৌণিক বেগ

$$\omega=\frac{2\pi\times 90}{60} \text{ radian/sec.}$$

$$=\frac{2\times 3{\cdot}14\times 90}{60} \text{ radian/sec.}$$

$$=9{\cdot}42 \text{ radian/sec.}$$

বৃত্তাকার পথের ব্যাস = 40 cm., সুতরাং ব্যাসার্ধ $r=20$ cm.

∴ সুতার টান = অভিকেন্দ্রিক বল

$$=m\omega^2 r=[200\times(9{\cdot}42)^2\times 20] \text{ dynes}$$

$$=3{\cdot}55\times 10^5 \text{ dynes.}$$

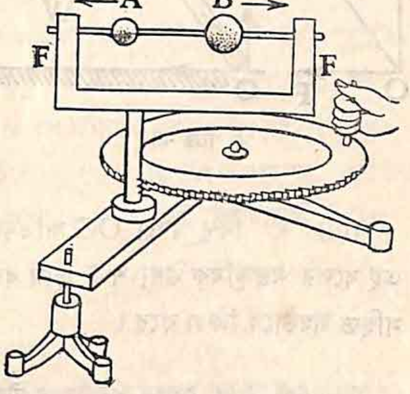
5.10. অপকেন্দ্রিক বল (Centrifugal force) ঃ

যদিও অনেকক্ষেত্রে বিশেষতঃ এঞ্জিনিয়ারিং চর্চায় অপকেন্দ্রিক প্রতিক্রিয়াকে অপকেন্দ্রিক বল বলা হইয়া থাকে, কিন্তু উহারা এক জিনিস নয়। অপকেন্দ্রিক প্রতিক্রিয়া অভিকেন্দ্রিক বলের সমান ও বিপরীতমুখী এবং ঘূর্ণায়মান বস্তু কর্তৃক বৃত্তাকার পথের কেন্দ্রবিন্দুতে প্রযুক্ত হয়।

অপকেন্দ্রিক বল সম্বন্ধে সঠিক ধারণা করিতে হইলে একটি পরীক্ষার কথা ভাবা যাক। মনে করা যাক, একটা অনুভূমিক গোল টেবিল উহার কেন্দ্রমধ্য দিয়া উল্লম্ব-রেখার উপর সম-কৌণিক বেগে ঘুরিতেছে। আরও মনে করা যাক, ঐ টেবিলের কেন্দ্রবিন্দুতে অবস্থিত একজন দর্শক উহার সহিত একই সঙ্গে ঘুরিতেছে এবং অন্য-মনস্কতা হেতু টেবিলের গতি সম্বন্ধে অচেতন। দর্শক তাহার হাতে একটা দড়ির এক প্রান্ত ধরিয়া আছে যাহার অপর প্রান্তে একটা ছোট পাথরখণ্ড বাঁধা আছে। যখন সম্পূর্ণ সরঞ্জামাদি একই সঙ্গে সমগতিতে ঘুরিতে থাকে, পাথরখণ্ড তখন স্থির অবস্থায় আছে এরূপ ধারণা দর্শকের মনে জন্মিলেও দড়ির মাধ্যমে সে যে পাথরখণ্ডকে টানিতেছে তাহা বুঝিতে পারিবে। পাথরখণ্ডকে দর্শক দড়ির সাহায্যে টানিতেছে, তবুও পাথরখণ্ড তাহার দিকে সরিয়া আসিতেছে না, পাথরখণ্ড সর্বদা নির্দিষ্ট দূরত্বে থাকিতেছে—ইহা কিরূপে সম্ভব? কাজেই যে-বলে দর্শক পাথরখণ্ডকে টানিতেছে তাহার সমান ও বিপরীত একটি বল পাথরখণ্ডের উপর প্রযুক্ত হইতেছে—দর্শকের মনে

এরূপ একটা ধারণার সৃষ্টি হয়। এই বলকেই **অপকেন্দ্রিক বল** বলে। টেবিলের বাহিরে স্থির অবস্থায় কোন দর্শকের কাছে অপকেন্দ্রিক বলের কোন অস্তিত্ব নাই। দড়িটি হঠাৎ কাটিয়া দিলে অর্থাৎ অভিকেন্দ্রিক বল থামিয়া গেলে, বাহিরের স্থির অবস্থানের দর্শকের মনে হইবে পাথরখণ্ড বৃত্তাকার পথের স্পর্শক বরাবর ছুটিয়া গেল; কিন্তু ঘূর্ণায়মান দর্শকের মনে হইবে অপকেন্দ্রিক বলের নিমিত্ত পাথরখণ্ড ব্যাসার্ধ বাহিয়া বাহিরের দিকে চলিয়া গেল।

তাহা হইলে বলা যাইতে পারে, অপকেন্দ্রিক বল হইল একটি **অলীক বা কল্পিত বল (Fictitious or Pseudo force)** যাহা অভিকেন্দ্রিক বলের সমান ও বিপরীত এবং বৃত্তাকার পথে ঘূর্ণায়মান বস্তুর উপর কেন্দ্র হইতে বহির্মুখে ক্রিয়া করে ও কেবলমাত্র বস্তুর সঙ্গে ঘূর্ণায়মান দর্শকের দ্বারা অনুভূত হয়।



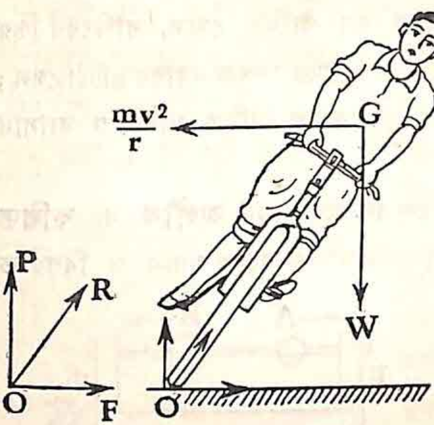
চিত্র 42

বস্তুর উপর অভিকেন্দ্রিক বল ক্রিয়া করে তাহা একটি সুন্দর পরীক্ষা দ্বারা দেখানো যাইতে পারে। 42নং চিত্রে যেমন দেখানো হইয়াছে ঐ রকম যন্ত্রাদি লওয়া গেল। এই যন্ত্রে একটা পিতলের ফ্রেমে (F F) একটা পিতলের দণ্ড অনুভূমিকভাবে আটকানো আছে এবং এই অনুভূমিক দণ্ডটি হাতীর দাঁতের নির্মিত দুইটি বলের (A ও B) কেন্দ্রমধ্য দিয়া এমনভাবে ঢোকানো হইয়াছে যে বল দুইটি দণ্ডটির উপর পিছলাইয়া যাইতে পারে। এইবার ঘূর্ণন টেবিলের সাহায্যে যন্ত্রটিকে দ্রুতগতিতে ঘুরাইলে দেখা যাইবে, বল দুইটি অভিকেন্দ্রিক বলের দ্বারা চালিত হইয়া অনুভূমিক দণ্ডের প্রান্তদেশে আটকাইয়া আছে।

5.11. অভিকেন্দ্রিক ও অপকেন্দ্রিক বলের উদাহরণ ঃ

(a) **বক্রপথে সাইকেলের গতি**—পথের বাঁকে সাইকেল-আরোহীকে বাঁকের কেন্দ্রের দিকে ঝুঁকিয়া বাঁক লইতে দেখা যায়। বৃত্তাকার পথে দ্রুতবেগে বাঁক লইতে গেলে আরোহীর উপর অপকেন্দ্রিক বল ক্রিয়া করে। ইহার অভিমুখ কেন্দ্র হইতে বাহিরের দিকে। এই বলের ক্রিয়া সামলাইবার জন্য আরোহীকে একটি বিরুদ্ধ বলের সৃষ্টি করিতে হয় এবং সেই কারণেই সাইকেল সহ দেহকে কেন্দ্রের দিকে কাত করিতে দেখা যায়।

মনে করা যাক, একজন সাইকেল-আরোহী v গতিবেগ লইয়া r ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে বাঁক লইতেছে। আরোহী যখন বাঁক নেয় তখন নিম্নলিখিত বলগুলি ক্রিয়া করে (চিত্র 43) ঃ—



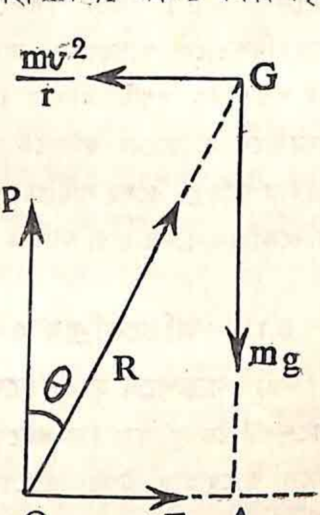
চিত্র 43

(i) আরোহী এবং সাইকেলের মোট ওজন $W = mg$; এই বল উহাদের সম্মিলিত ভরের ভারকেন্দ্র G বিন্দু দিয়া উল্লম্বভাবে নিম্নাভিমুখী ক্রিয়া করে।

(ii) অপকেন্দ্রিক বল mv^2/r; এই বল ভারকেন্দ্র G বিন্দু দিয়া অনুভূমিকভাবে বহির্মুখে ক্রিয়া করে।

(iii) O বিন্দু দিয়া OG অভিমুখে ভূমির প্রতিক্রিয়া বল R ক্রিয়া করিতেছে। এই বলের অনুভূমিক উপাংশ F ভূমি বরাবর ক্রিয়া করে এবং উল্লম্ব উপাংশ P ভূমির সহিত লম্বভাবে ক্রিয়া করে।

P এবং mg বলদ্বয় যে-দ্বন্দ্বের উৎপত্তি করে তাহা mv^2/r এবং F বলদ্বয় কর্তৃক সৃষ্ট দ্বন্দ্বকে প্রশমিত করিবে। বেগ যদি বৃদ্ধি পাইতে থাকে তখন অপকেন্দ্র বল এবং তাহার ফলে দ্বন্দ্ব বৃদ্ধি পায় এবং উহাকে প্রশমিত করার জন্য বিরুদ্ধ দ্বন্দ্বকে বাড়াইবার নিমিত্ত আরোহীকে আরও কাত হইতে হয়—নতুবা আরোহীর ছিটকাইয়া পড়িয়া যাইবার সম্ভাবনা থাকে।



চিত্র 44

উল্লম্ব রেখার সহিত আরোহীর নতি θ হইলে (চিত্র 44), স্থির গতির (steady motion) অপকেন্দ্রিক বলের দ্বন্দ্ব এবং ওজনের নিমিত্ত দ্বন্দ্ব পরস্পরের সমান ও বিপরীত হইবে। অতএব,

$$\frac{mv^2}{r} \times AG = mg \times OA$$

বা, $\frac{mv^2}{r}.OG \cos \theta = mg.OG \sin \theta$

বা, $\tan \theta = \frac{v^2}{gr}$ ... ... (11)

11নং সমীকরণ হইতে স্পষ্টতঃই বোঝা যাইতেছে, গতিবেগ v বৃদ্ধি পাইলে নতি অর্থাৎ θ বৃদ্ধি পাইবে ; আবার r যদি হ্রাস পায় অর্থাৎ বৃত্তাকার পথের বক্রতা বৃদ্ধি পায় তবে θ বৃদ্ধি পাইবে।

(b) দৈনন্দিন জীবনে আরও কয়েকটি উদাহরণ ঃ—

বর্ষাকালে চলন্ত গাড়ির চাকা হইতে অপকেন্দ্র বলের জন্য কাদা ছিটকাইয়া পড়ে। রেলপথের বাঁকের স্থানে বাঁকের বাহিরের দিক উঁচু এবং ভিতরের দিক নীচু করা হয়। বাঁকের মুখে গাড়ির বেগ হ্রাস করিয়া অপকেন্দ্র বল কমানো হয়। দুধ হইতে মাখন তুলিবার সময় দুধকে একটি পাত্রে রাখিয়া পাত্রটিকে জোরে বৃত্তপথে ঘোরানো হয়। অপকেন্দ্র বলের জন্য মাখন দুধ হইতে পৃথক হইয়া আসে। এই যন্ত্রকে সেণ্ট্রিফিউজ বলে।

উদাহরণ ঃ

সমতল রাস্তায় 18 km./hour বেগে চলিতে চলিতে কোন সাইকেল-আরোহী 4·42 metre ব্যাসার্ধের বাঁক লইতে চেষ্টা করিলে উল্লম্ব রেখার সহিত তাহাকে কত কোণে আনত হইতে হইবে ? [$g = 980$ cm./sec.^{2}]

সাইকেল-আরোহীর বেগ $(v) = 18$ km/hour

$$= \frac{18 \times 1000 \times 100}{60 \times 60} \text{ cm./sec.}$$

$$= 500 \text{ cm./sec.}$$

বাঁকের ব্যাসার্ধ $(r) = 4{\cdot}42$ metre

$$= 442 \text{ cm.}$$

মনে করা যাক, আরোহীকে উল্লম্ব রেখার সহিত θ কোণে আনত হইতে হইবে। তাহা হইলে,

$$\tan \theta = \frac{v^2}{rg} = \frac{(500)^2}{442 \times 980}$$

$$= 0{\cdot}5773$$

$\therefore \theta = 30^\circ.$

প্রশ্নাবলী

1 (i) আবর্ত্তগতি বলিতে কি বোঝ ?

(ii) কৌণিক বেগ কাহাকে বলে ? রৈখিক বেগের সহিত ইহার কি সম্পর্ক ? কৌণিক বেগের এককের নাম লিখ।

(iii) একটি বস্তুকণা 1 metre ব্যাসের একটি বৃত্তাকার পথে প্রতি মিনিটে 15 বার আবর্তন করিলে ঐ বস্তুকণার রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। [উঃ 108·5 cm/sec.]

2. (i) কৌণিক বেগের সহিত রৈখিক বেগের সম্পর্ক নির্ণয় কর।

(ii) ঘড়ির মিনিটের কাঁটা 4 inch লম্বা হইলে উহার প্রান্তবিন্দুর রৈখিক বেগ নির্ণয় কর। [উঃ $0·58 \times 10^{-3}$ ft/sec.]

3. (i) একটি বস্তুকণা 10 cm. ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে 0·3 radian/sec. কৌণিক বেগের সহিত ঘুরিতেছে। বস্তুকণার রৈখিক দ্রুতি ও একবার সম্পূর্ণ আবর্তনের সময় নির্ণয় কর। [উঃ $v=3$ cm/sec., $T=20·93$ sec.]

(ii) একটি বস্তুকণা 18 inches ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার পথে 10 degree/sec. কৌণিক বেগের সহিত ঘুরিতেছে। বস্তুকণার রৈখিক দ্রুতি ও একবার সম্পূর্ণ আবর্তনের সময় নির্ণয় কর। [উঃ $v=6·28$ ft/sec., $T=18$ sec.]

4. (i) নিম্নোক্ত রাশিগুলির সংজ্ঞা বুঝাইয়া দাও :—

(a) কৌণিক ত্বরণ, (b) কৌণিক ভরবেগ এবং (c) বলের ভ্রামক।

(ii) জাড্যের ভ্রামক কাহাকে বলে ?

(iii) বলের ভ্রামকের কার্যকারিতা পরীক্ষার ব্যবস্থাদি দ্বারা বুঝাইয়া দাও।

(iv) ধনাত্মক ও ঋণাত্মক ভ্রামক কাহাকে বলে ?

5. (i) টর্ক কাহাকে বলে ? টর্কের দুইটি উদাহরণ দাও।

(ii) দ্বন্দ্ব কাহাকে বলে ? বস্তুর উপর দ্বন্দ্ব প্রয়োগ করিলে কি হইবে ? ধনাত্মক ও ঋণাত্মক দ্বন্দ্ব কাহাকে বলে ?

(iii) সর্বত্র সমান মোটা 5 metres লম্বা 10 kg. ওজনের একটা লোহার দণ্ড অনুভূমিকভাবে দুইপ্রান্তে দুইটি অবলম্বনের উপর রাখা হইয়াছে। দণ্ডের একপ্রান্ত হইতে 3 metres দূরে একটি 20 kg. ওজন ঝুলাইলে অবলম্বনগুলির উপর কত চাপ পড়িবে ? [উঃ 17 kg. ও 13 kg.]

6. (i) অভিকেন্দ্রিক বল কাহাকে বলে ? ইহার মান নির্ণয় কর।

(ii) একটি 100 gm ভরের পাথরখণ্ডকে 80 cm. লম্বা সুতার সাহায্যে বাঁধিয়া বৃত্তাকার পথে ঘুরানো হইতেছে। পাথরখণ্ডটি প্রতি সেকেণ্ডে 2 বার বৃত্তপথ সম্পূর্ণ প্রদক্ষিণ করিলে সুতায় কত টান পড়িবে ? [উঃ 1264×10^3 dynes]

7. (i) অভিকেন্দ্রিক বল আর অপকেন্দ্রিক প্রতিক্রিয়া কাহাকে বলে ?

(ii) অপকেন্দ্রিক প্রতিক্রিয়া আর অপকেন্দ্রিক বলের মধ্যে পার্থক্য বুঝাইয়া দাও।

(iii) অপকেন্দ্রিক বলের ক্রিয়া প্রদর্শনের জন্য একটি পরীক্ষা ব্যবস্থা সংক্ষেপে বর্ণনা কর।

8. কোন বস্তুকে বৃত্তাকার পথে সমদ্রুতিতে ঘুরাইতে হইলে বলের প্রয়োজন হয় কেন ? এই বল কাহার উপর প্রযুক্ত হয় ?

বস্তুর ভর m, দ্রুতি v ও বৃত্তাকার পথের ব্যাসার্ধ r হইলে দেখাও, এই বলের মান mv^2/r.

মোটরগাড়ি খুব দ্রুতগতিতে বাঁক লইতে গেলে উলটাইয়া যায় কেন ?

9. একটি মোটরগাড়ি 36 km./hour বেগে 110 metre ব্যাসার্ধের বক্রপথে চলিবার সময় 55 kg. ওজনের একজন যাত্রীর উপর কত মানের অপকেন্দ্রিক বল ক্রিয়া করিবে ? [উঃ 5×10^6 dynes]

10. 2 kg. ভরের একটি পাথরখণ্ডকে 4 metres লম্বা একটি দড়িতে বাঁধিয়া অনুভূমিক বৃত্তাকার পথে ঘোরানো হইতেছে। দড়ি 10 kg.-wt. সর্বোচ্চ টান সহ্য করিতে সক্ষম। দড়ি না ছিঁড়িয়া পাথরখণ্ডকে সর্বোচ্চ কত বেগে ঘুরানো যাইতে পারে এবং প্রতি মিনিটে সর্বোচ্চ কতবার পূর্ণ আবর্তন করিতে পারে নির্ণয় কর।

[উঃ $v=14$ metres/sec., 17 বার]

ষষ্ঠ অধ্যায়

কার্য, ক্ষমতা ও শক্তি

(Work, Power and Energy)

6.0. সূচনা :

কার্য বলিতে কি বুঝায় ? আমরা দৈনন্দিন জীবনযাপনে কার্যের বহু উদাহরণ পাই। যেমন, কুলি মোট বহন করিতেছে, বাগানে মালী মাটি কোপাইতেছে, গরু গাড়ি টানিতেছে, ইত্যাদি। এখানে কুলি, মালী এবং গরু প্রত্যেকেই কাজ করিতেছে। এইরূপ কোন-কিছু করাকে কার্য বা চলতি ভাষায় কাজ বলে। সাধারণভাবে কার্য বলিতে এমন-কিছু বুঝায় যাহার ফলে দৈহিক ক্লান্তি ঘটে। শুধু তাহাই নয়, আমরা কার্যের পরিমাপও করিয়া থাকি। যেমন, মনে করি একজন কুলি 20 kg. ওজনের

একটি বস্তু মাথায় করিয়া একটি দোতলা বাড়ীর ছাদে তুলিল এবং আর একজন কুলি ঐ একই ওজনের একটি বস্তু অনুরূপভাবে দোতলায় তুলিল। এক্ষেত্রে আমরা বলিয়া থাকি যে প্রথম কুলি দ্বিতীয় কুলির দ্বিগুণ কাজ করিয়াছে। কারণ দুইজন কুলিই সমান ওজন তুলিলেও প্রথম কুলি দ্বিতীয় কুলির দ্বিগুণ উচ্চতায় ওজনটি তুলিয়াছে। আবার যদি দ্বিতীয় কুলি 40 kg. ওজন দোতলায় তোলে তাহা হইলে দুইজনেই সমান কাজ করিয়াছে বলিয়া ধরা যাইতে পারে। কারণ দ্বিতীয় কুলি অর্ধেক উচ্চতায় উঠিলেও দ্বিগুণ ওজন তুলিয়াছে।

তাহা হইলে দেখা যাইতেছে, আমরা দৈনন্দিন জীবনে কার্য করি এবং উহার পরিমাপও করিয়া থাকি। উপরের উদাহরণগুলি হইতে আরও দেখা যাইতেছে, কার্যের পরিমাপ করিতে হইলে দুইটি রাশি পরিমাপ করা প্রয়োজন। প্রথমতঃ, যে বস্তু তোলা হইতেছে তাহার ওজন এবং দ্বিতীয়তঃ, বস্তুটি যত উপরে তোলা হইতেছে তাহার উচ্চতা।

6.1. কার্য (Work) ঃ

উপরের অনুচ্ছেদের উদাহরণগুলি হইতে দেখা যাইতেছে, কার্য করিবার জন্য প্রত্যেককেই কিছু বল প্রয়োগ করিতে হইতেছে। পদার্থবিজ্ঞানীরা একটু ভিন্ন উপায়ে কার্যের সংজ্ঞা দিয়াছেন। যখন কোন বল কোন বস্তুর উপর প্রয়োগ করা হয় তখন ঐ বস্তু নড়াচড়া করে বা করিতে চায়। কোন বস্তুর উপর বল প্রয়োগের ফলে যদি বলের প্রয়োগবিন্দুর স্থানচ্যুতি ঘটে, তাহা হইলে পদার্থবিজ্ঞানীরা বলেন যে প্রযুক্ত বল কার্য করিয়াছে এবং কার্যের পরিমাণ প্রযুক্ত বল ও বলের প্রয়োগবিন্দুর সরণের গুণফলের সমান। অর্থাৎ,

কার্য = প্রযুক্ত বল × বলের প্রয়োগবিন্দুর সরণ

প্রযুক্ত বল P, বলের প্রয়োগবিন্দুর সরণ d এবং কার্য W হইলে,

$$W = P.d \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

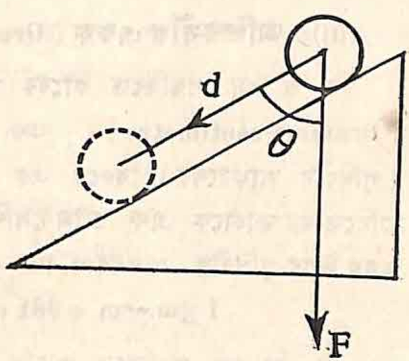
কার্যের সংজ্ঞায় বলের প্রয়োগবিন্দুর সরণ বলিতে, বস্তু বলের ক্রিয়ার অভিমুখে কতটা সরিয়াছে, তাহাই বুঝায়। সংজ্ঞা হইতে বোঝা যাইতেছে, বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর অবস্থানের কোন পরিবর্তন না ঘটে তবে কোন কার্য হইবে না। যেমন কোন ব্যক্তি একটি বড় পাথরখণ্ড ঠেলিয়া সরাইতে চেষ্টা করিল, কিন্তু পাথরটি এত বড় যে ঐ ব্যক্তি উহাকে যথেষ্ট পরিশ্রম করিয়াও সরাইতে পারিল না। এক্ষেত্রে ঐ ব্যক্তি যথেষ্ট পরিশ্রম করিলেও পদার্থবিজ্ঞানীর মতে কোন কার্য করে নাই।

বল প্রয়োগের ফলে বস্তু যদি বলের অভিমুখে সরিয়া যায় তাহা হইলে বলা হয়, বলের দ্বারা কার্য সম্পাদিত হইয়াছে। যেমন, উপর হইতে কোন বস্তু ফেলিয়া দিলে

উহা নীচে পড়িয়া যায়। এখানে বস্তুর ওজন বা পৃথিবীর আকর্ষণ-জনিত বল নীচের দিকে ক্রিয়া করিতেছে এবং বস্তুটিও সেইদিকে সরিতেছে। সুতরাং বলা যাইতে পারে, পৃথিবীর আকর্ষণ-জনিত বলের দ্বারা কার্য সম্পাদিত হইয়াছে।

বস্তু যদি বলের ক্রিয়ার বিপরীত দিকে সরিয়া যায় তাহা হইলে বলা হয়, বলের বিরুদ্ধে কার্য করা হইল। যেমন মনে করা যাক, কোন বস্তুকে উপরে টানিয়া তোলা হইল। এক্ষেত্রে বস্তুর সরণ পৃথিবীর আকর্ষণ-জনিত বলের বিপরীত দিকে হওয়ায় আমরা বলিব পৃথিবীর আকর্ষণ-জনিত বলের বিরুদ্ধে কার্য করা হইল।

আবার বস্তুর সরণ যদি বলের ক্রিয়ারেখা বরাবর না হইয়া অন্য যে-কোন দিকে হয় তাহা হইলেও কার্য সম্পাদিত হইবে এবং এই কার্য সরণ ও সরণের অভিমুখে বলের উপাংশের গুণফলের সমান। যেমন, নত তলের উপর দিয়া যখন কোন বস্তু গড়াইয়া পড়ে (চিত্র 45) তখন বস্তুর সরণ (d) ও অভিকর্ষজ বলের (F) অভিমুখ এক নয়, অথচ এই অভিকর্ষজ বলের জন্যই বস্তুটি গড়াইয়া পড়ে। অতএব অভিকর্ষজ বলের দ্বারা কার্য সম্পাদিত হইবে। সরণ এবং অভিকর্ষজ বলের অভিমুখের অন্তর্গত কোণ θ হইলে, $F \cos\theta$ হইবে সরণের অভিমুখে অভিকর্ষজ বলের উপাংশ এবং উপরের সংজ্ঞা অনুযায়ী,



চিত্র 45

$$\textbf{কৃত কার্য} = F\cos\theta \times d$$

$$= \mathbf{F.d\cos\theta} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

যখন $\theta = 90°$, $\cos\theta = 0$ এবং সেক্ষেত্রে কৃত কার্য$=0$; যেমন কোন বস্তুকে অনুভূমিক তলে সরাইয়া লইলে অভিকর্ষজ বলের (অর্থাৎ বস্তুর ওজনের) দ্বারা কিংবা বিরুদ্ধে কোন কার্য সম্পাদিত হইবে না, কারণ অভিকর্ষজ বল ও বস্তুর সরণের অভিমুখ পরস্পর লম্ব।

6.2. কার্যের বিভিন্ন একক (Different Units of Work) :

(i) চরম একক (Absolute Unit)—

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের চরম এককের নাম **আর্গ** (erg)। এক ডাইন বল প্রয়োগ করিলে যদি বলের প্রয়োগবিন্দু বলের অভিমুখে এক সেন্টিমিটার সরিয়া যায় তাহা হইলে যে-কার্য সম্পাদিত হয় তাহাকে **এক আর্গ** বলে।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের চরম এককের নাম **ফুট-পাউণ্ডাল** (ft-poundal)। এক পাউণ্ডাল বল প্রয়োগ করিলে যদি বলের প্রয়োগবিন্দু বলের অভিমুখে এক ফুট সরিয়া যায় তাহা হইলে যে-কার্য সম্পাদিত হয়, তাহাকে **এক ফুট-পাউণ্ডাল** বলে।

(ii) **ব্যবহারিক একক** (**Practical Unit**)—

আর্গ খুব ছোট একক হওয়ায় ব্যবহারিক ক্ষেত্রে একটি বড় এককের প্রচলন আছে। ইহার নাম **জুল** (**Joule**)।

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ ergs} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

(iii) **অভিকর্ষীয় একক** (**Gravitational Unit**)—

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের অভিকর্ষীয় এককের নাম **গ্রাম-সেণ্টিমিটার** (**Gramme-centimetre**)। এক গ্রাম ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকে অভিকর্ষের (পৃথিবীর আকর্ষণের) বিরুদ্ধে এক সেণ্টিমিটার উপরে তুলিতে যে-পরিমাণ কার্য করিতে হয় তাহাকে **এক গ্রাম-সেণ্টিমিটার** বলে। যেহেতু 1 gm. ভরবিশিষ্ট বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ-জনিত বলের মান g dyne = 981 dyne, অতএব

$$\mathbf{1 \text{ gm.-cm.} = 981 \text{ erg}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে কার্যের অভিকর্ষীয় এককের নাম **ফুট-পাউণ্ড** (**Foot-pound**)। এক পাউণ্ড ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে এক ফুট উপরে তুলিতে যে-পরিমাণ কার্য করিতে হয় তাহাকে **এক ফুট-পাউণ্ড** বলে। যেহেতু 1 lb ভরবিশিষ্ট বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ-জনিত বলের মান 32 পাউণ্ডাল, অতএব

$$\mathbf{1 \text{ ft-lb} = 32 \text{ ft-poundal}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5)$$

6.2a. ফুট-পাউণ্ডাল ও আর্গের সম্পর্ক (Relation between ft-poundal and erg) :

1 ফুট-পাউণ্ডাল = 1 পাউণ্ডাল × 1 ফুট

= 13825 ডাইন × 30·48 সেণ্টিমিটার

= (13825 × 30·48) আর্গ

= $0·04214 \times 10^7$ আর্গ (প্রায়)

= 0·04214 জুল (প্রায়)

$$\therefore \left.\begin{aligned} \mathbf{1 \text{ ft-poundal}} &= \mathbf{0·04214 \times 10^7 \text{ erg}} \\ &= \mathbf{0·04214 \text{ Joule}} \end{aligned}\right\} \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

6.2b. ফুট-পাউণ্ড ও আর্গের সম্পর্ক (Relation between ft.-lb and erg) ঃ

1 ফুট-পাউণ্ড = 32 ফুট-পাউণ্ডাল

$= (32 \times 0{\cdot}04214 \times 10^7)$ আর্গ

$= 1{\cdot}35 \times 10^7$ আর্গ (প্রায়)

$= 1{\cdot}35$ জুল (প্রায়)।

$$\therefore \left.\begin{aligned} \mathbf{1\ ft\text{-}lb} &= \mathbf{1{\cdot}35 \times 10^7\ ergs} \\ &= \mathbf{1{\cdot}35\ Joules} \end{aligned}\right\} \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (7)$$

উদাহরণ ঃ

5 km. গভীর খনি হইতে 1 Quintal কয়লা তুলিতে কত কার্য করিতে হইবে ? কৃত কার্য অভিকর্ষীয় একক এবং চরম এককে প্রকাশ কর।

1 Quintal = 100 kg. = (100×1000) gms
$= 10^5$ gms.

উচ্চতা বা গভীরতা = 5 km. = (5×1000) metre
$= (5 \times 1000 \times 100)$ cm.
$= 5 \times 10^5$ cm.

কৃত কার্য = $(10^5 \text{ gm}) \times (5 \times 10^5 \text{ cm}) = 5 \times 10^{10}$ gm-cm.
$= (5 \times 10^{10} \times 981)$ ergs
$= 49{\cdot}05 \times 10^{12}$ ergs.

6.3. ক্ষমতা (Power) ঃ

কোন বস্তু বা যন্ত্র এক সেকেণ্ড সময়ে যে-পরিমাণ কার্য করিতে পারে, তাহাকে উহার **ক্ষমতা (Power)** বলে ; অর্থাৎ, **সময়ের সহিত কার্য করিবার হারকে ক্ষমতা বলে**। এক সেকেণ্ড সময়ে যে যন্ত্র বা বস্তু যত বেশী কার্য করিতে পারে, তাহার ক্ষমতাও তত বেশী। কোন যন্ত্র কতটা কার্য করিল এবং তাহার জন্য কতটা সময় লাগিল—এই দুইয়ের অনুপাত দ্বারা ক্ষমতার পরিমাপ করা হয়।

$$\text{ক্ষমতা } (P) = \frac{\text{কৃত কার্য } (W)}{\text{সময় } (t)} \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$

6.4. ক্ষমতার বিভিন্ন একক (Different Units of Power) ঃ

(i) **চরম একক (Absolute Unit)**—

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার চরম এককের নাম **আর্গ প্রতি সেকেণ্ডে** (**erg per sec.** বা **erg/sec.**) ; অর্থাৎ, যদি কোন যন্ত্র এক সেকেণ্ডে এক আর্গ কার্য করিতে পারে তবে উহার ক্ষমতাকে সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক ধরা হয়।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার চরম এককের নাম **ফুট-পাউণ্ডাল প্রতি সেকেণ্ডে** (**ft.-poundal per sec.** বা **ft.-poundal/sec.**) ; অর্থাৎ, যদি কোন যন্ত্র এক সেকেণ্ডে এক ফুট-পাউণ্ডাল কার্য করিতে পারে তবে উহার ক্ষমতাকে এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার একক ধরা হয়।

(ii) **অভিকর্ষীয় একক** (**Gravitational Unit**)—

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার অভিকর্ষীয় এককের নাম **গ্রাম-সেন্টিমিটার প্রতি সেকেণ্ডে** (**gm.-cm. per sec.** বা **gm.-cm./sec.**)। এক গ্রাম ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকে এক সেকেণ্ডে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে এক সেন্টিমিটার উঁচুতে তোলার ক্ষমতাকে **এক গ্রাম-সেন্টিমিটার প্রতি সেকেণ্ডে** (**1 gm.-cm./sec.**) বলে।

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার অভিকর্ষীয় এককের নাম ফুট-পাউণ্ড প্রতি সেকেণ্ডে (ft.-lb/sec.)। এক পাউণ্ড ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকে এক সেকেণ্ডে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে এক ফুট উঁচুতে তোলার ক্ষমতাকে **এক ফুট-পাউণ্ড প্রতি সেকেণ্ডে** (1 ft.-lb/sec.) বলে।

(iii) **ব্যবহারিক একক** (**Practical Unit**)—

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার ব্যবহারিক এককের নাম **ওআট** (**Watt**)। এক সেকেণ্ডে এক জুল কার্য করিতে পারিলে সেই ক্ষমতাকে **এক ওআট** (**1 Watt**) বলে।

$$\text{সুতরাং, } \left.\begin{aligned} 1\ \textbf{Watt} &= \textbf{1 Joule/sec.} \\ &= \mathbf{10^7\ ergs/sec.} \end{aligned}\right\} \cdots \quad \cdots \cdots (9)$$

কোন কোন ক্ষেত্রে আরও বড় একক ব্যবহার করা হইয়া থাকে। যেমন, **কিলোওআট** (**Kilowatt** বা **Kw.**)

$$\left.\begin{aligned} 1\ \text{Kw.} &= \mathbf{1000\ Watt} \\ &= \mathbf{10^3\ Joules/sec.} \\ &= \mathbf{10^{10}\ ergs/sec.} \end{aligned}\right\} \cdots \quad \cdots \quad \cdots (10)$$

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ক্ষমতার ব্যবহারিক এককের নাম **হর্স-পাওয়ার** (**Horse Power**) বা **অশ্বক্ষমতা**। ইহা প্রতি সেকেণ্ডে 550 ফুট-পাউণ্ড কার্য করিবার ক্ষমতাকে বুঝায়। অর্থাৎ, যদি কোন যন্ত্র 550 পাউণ্ড ওজনকে প্রতি সেকেণ্ডে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে খাড়া এক ফুট উঁচুতে তুলিতে পারে তবে তাহার ক্ষমতাকে বলা হয় **এক হর্স-পাওয়ার**।

$$\mathbf{1\ H.\ P. = 550\ ft.\ lbs/sec.} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (11)$$

স্টীম-এঞ্জিন উদ্ভাবক জেমস ওআট সর্বপ্রথম অশ্বক্ষমতার পরিমাপ করেন। স্টীম-শক্তি ব্যবহারের কলা-কৌশল আবিষ্কারের পূর্বে খনি হইতে জল বাহির করিবার জন্য অশ্ব-চালিত পাম্প ব্যবহার করা হইত। স্টীম-এঞ্জিন উদ্ভাবনের পর ওআট অশ্বক্ষমতার সহিত তুলনা করিয়া এঞ্জিনের ক্ষমতা পরিমাপ করেন। এই উদ্দেশ্যে কপিকল ও দড়ির সাহায্যে অশ্বের দ্বারা কার্য করাইয়া দেখিলেন যে অশ্বের কার্যক্ষমতা 550 ft.-lbs per sec.

6.4a. হর্স-পাওয়ার ও ওআটের মধ্যে সম্পর্ক (Relation between Horse Power and Watt) ঃ

1 হর্স-পাওয়ার = 550 ফুট-পাউণ্ড প্রতি সেকেণ্ডে

= (550 × 32) ফুট-পাউণ্ডাল প্রতি সেকেণ্ডে

= $(550 \times 32 \times {}^{\cdot}042 \times 10^7)$ আর্গ প্রতি সেকেণ্ডে

= $(550 \times 32 \times {}^{\cdot}042)$ জুল প্রতি সেকেণ্ডে

= $(550 \times 32 \times {}^{\cdot}042)$ ওআট

= 746 ওআট (প্রায়)

সুতরাং, **1 H. P. = 746 Watt** ... ... (12)

6.5. শক্তি (Energy) ঃ

সাধারণভাবে আমরা বলিয়া থাকি, যে-ব্যক্তি যত বেশী কাজ বা পরিশ্রম করিতে পারে তাহার শক্তি তত বেশী। পদার্থবিজ্ঞানীর মতে যেসব বস্তু বা যন্ত্র কিছু কার্য করিতে পারে তাহাদের মধ্যে কিছু **শক্তি** সঞ্চিত থাকে। **কোন বস্তু বা যন্ত্রের কার্য করিবার সামর্থ্যকে উহার যান্ত্রিক শক্তি (mechanical energy)** বলে। বস্তু মোট কতটুকু কার্য করিতে পারে তাহা দ্বারা উহার শক্তির পরিমাপ করা হয়। বস্তুতঃ শক্তি ও কার্য একই জাতীয় রাশি এবং একই একক দ্বারা উহাদের প্রকাশ করা হয়।

শক্তি ও ক্ষমতা ঠিক এক জিনিস নয়, উহাদের মধ্যে কিছুটা পার্থক্য আছে। একক সময়ে যতটা কার্য করিতে পারা যায় তাহা হইল ক্ষমতা, আর সময়নিবিশেষে মোট যতটা কার্য করা যায় তাহা হইল শক্তি। যান্ত্রিক শক্তি দুই প্রকার :—

(1) গতিশক্তি (Kinetic Energy) ও

(2) স্থিতিশক্তি (Potential Energy)।

6.6. গতিশক্তি (Kinetic Energy) ঃ

বস্তুর কার্য করিবার সামর্থ্য যদি উহার গতির জন্য হয়, তবে বস্তুর ঐ শক্তিকে গতিশক্তি বলে। যেমন ধরা যাক, বায়ুপ্রবাহ দ্বারা পালতোলা নৌকা চালানো

হইয়া থাকে—ইহা আমরা জানি। নৌকা চালাইতে হইলে কিছু শক্তির প্রয়োজন। এই শক্তি আসিল কোথা হইতে? বায়ুপ্রবাহ নিজ গতির জন্য কিছু শক্তি সঞ্চয় করে এবং পালে ধাক্কা খাইয়া এই শক্তির সাহায্যেই নৌকা চালায়।

স্পোর্টসের সময় প্রতিযোগীদের কিছুটা দৌড়াইয়া আসিয়া লং-জাম্প অথবা হাই-জাম্প দিতে দেখা যায়। ইহার কারণ কি? উপরে উঠিতে হইলে যে কার্য করিতে হয় তাহার জন্য শক্তির প্রয়োজন এবং ঐভাবে দৌড়াইয়া প্রতিযোগীরা প্রয়োজনীয় শক্তি সঞ্চয় করিয়া লয়। চলন্ত গাড়ি, জলস্রোত প্রভৃতি প্রত্যেকেরই শক্তি গতি-শক্তির উদাহরণ।

সংজ্ঞা ঃ যে-কোন গতিশীল বস্তু উহার গতির নিমিত্ত কিছু শক্তি লাভ করে। এই শক্তিকে **গতিশক্তি** (Kinetic energy) বলে।

গতিশক্তির পরিমাপ (Measure of kinetic energy)—যে-কোন গতিশীল বস্তুকে থামাইতে হইলে উহার গতির বিপরীত অভিমুখে বল প্রয়োগ করিতে হয়। কোন গতিশীল বস্তুর উপর গতির বিপরীত অভিমুখী বল প্রয়োগ করিয়া থামাইতে গেলে থামিয়া যাইবার পূর্বমুহূর্ত পর্যন্ত ঐ প্রযুক্ত বলের বিরুদ্ধে বস্তুটি যতটা কার্য করিবে, তাহাই বস্তুটির গতিশক্তির পরিমাপ।

ধরা যাক, m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু u বেগের সহিত চলিতেছে। বস্তুটিকে থামাইবার জন্য বস্তুটির গতির বিপরীত অভিমুখে উহার উপর একটি বল P প্রয়োগ করা হইল। ইহার ফলে বস্তুটির বেগ ধীরে ধীরে কমিবে এবং অবশেষে উহা স্থির হইয়া যাইবে। মনে করি, বস্তুটির গতিতে যে-মন্দন সৃষ্টি হইল, তাহা f এবং বস্তুটি S দূরত্ব অতিক্রম করিয়া স্থির অবস্থানে আসিল।

সুতরাং, বস্তু কর্তৃক প্রযুক্ত বলের বিরুদ্ধে কৃত কার্য

= প্রযুক্ত বল × বস্তুর সরণ

$= P.S$

এখন নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র হইতে আমরা জানি, $P = mf$. আবার বস্তুর অন্তিম বেগ $v = 0$, কারণ বস্তুটি শেষ পর্যন্ত স্থির অবস্থায় আসিয়াছে। অতএব $v^2 = u^2 + 2fs$—এই সমীকরণ হইতে আমরা লিখিতে পারি,

$$0^2 = u^2 + 2(-f)S, \quad [\ f \text{ ঋণাত্মক, কারণ উহা মন্দন}\ ]$$

$$\therefore \quad S = \frac{u^2}{2f}$$

কাজেই বস্তু কর্তৃক কৃত কার্য $= P.S$

$$= mf.\frac{u^2}{2f} = \tfrac{1}{2}mu^2$$

$$\text{সুতরাং, } \textbf{বস্তুর গতিশক্তি} = \tfrac{1}{2}\,\mathbf{mu^2} = \tfrac{1}{2}(\text{ভর}) \times (\text{বেগ})^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (13)$$

আবার m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুর উপর P বল ক্রিয়া করিলে যদি বস্তুর বেগ u হইতে পরিবর্তিত হইয়া v হয় এবং ঐ সময়ে বস্তু বলের অভিমুখে S দূরত্ব অতিক্রম করে, তবে গতিশক্তির পরিবর্তন

$$= \tfrac{1}{2}m(v^2 - u^2) = \tfrac{1}{2}m.2fS. \quad [\text{ প্রথম অধ্যায়ের 4নং সমীকরণ হইতে }]$$
$$= mfS$$
$$= P.S$$
$$= \text{প্রযুক্ত বল কর্তৃক কৃত কার্য}$$

∴ প্রযুক্ত বল কর্তৃক কৃত কার্য = বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তন

[এখানে বিশেষভাবে মনে রাখিতে হইবে, সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ভর এবং বেগ যথাক্রমে gm. এবং cm/sec.-এ প্রকাশ করিলে গতিশক্তির একক erg হইবে এবং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ভর এবং বেগ যথাক্রমে lb এবং ft/sec.-এ প্রকাশ করিলে গতিশক্তির একক ft.-poundal হইবে।]

উদাহরণ :

(1) 2 kg. ভরের একটি বস্তু 1 metre/sec. বেগে চলিতে থাকিলে উহার গতিশক্তি নির্ণয় কর।

এখানে $m = \text{ভর} = 2 \text{ kg.} = 2 \times 10^3 \text{ gm.}$

আর $u = \text{বেগ} = 1 \text{ metre/sec.}$

$= 10^2 \text{ cm./sec.}$

সুতরাং, $\text{গতিশক্তি} = \tfrac{1}{2}mu^2$

$= \tfrac{1}{2} \times (2 \times 10^3) \times (10^2)^2$

$= 10^7 \text{ ergs}$

$= 1 \text{ Joule.}$

(2) 25 lbs ভরের একটি বস্তু 800 yds/min. বেগে চলিলে উহার গতিশক্তি নির্ণয় কর।

এখানে $m = \text{ভর} = 25 \text{ lbs.}$

আর $u = \text{বেগ} = 800 \text{ yds/min.}$

$= \dfrac{800 \times 3}{60} \text{ ft/sec.}$

$= 40 \text{ ft/sec.}$

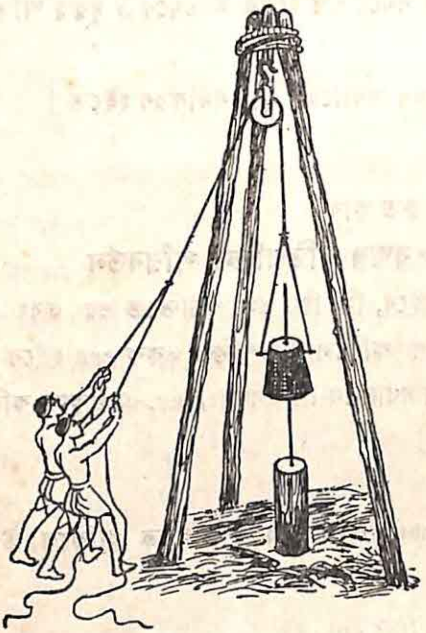
সুতরাং $\text{গতিশক্তি} = \tfrac{1}{2}mu^2$

$= \tfrac{1}{2} \times 25 \times 40^2$

$= 2 \times 10^4 \text{ ft.-poundal.}$

6.7. স্থিতিশক্তি (Potential Energy) ঃ

বস্তুর কার্য করিবার সামর্থ্য যদি উহার অবস্থান অথবা আকৃতির জন্য হয়, তবে বস্তুর ঐ শক্তিকে স্থিতিশক্তি বলে। একটি ভারী ওজন মাটিতে খাড়াভাবে দণ্ডায়মান কোন খুঁটির মাথায় পড়িলে খুঁটিটিকে মাটির মধ্যে প্রবেশ করিতে দেখা যায় (চিত্র 46)। ইমারত নির্মাণের সময় এই পদ্ধতিতে ভিতের মধ্যে খুঁটি পোঁতা হইয়া থাকে। ভারী ওজনটিকে উপর হইতে না ফেলিয়া খুঁটির মাথায় বসাইয়া রাখিলে, উহা কিন্তু খুঁটিটিকে মাটিতে পুঁতিতে পারিবে না। অতএব খুঁটি পোঁতার জন্য যে শক্তির প্রয়োজন তাহা যোগাইতেছে ওজনটির একটি বিশেষ অবস্থিতি। এই শক্তিকে স্থিতিশক্তি বলে।


চিত্র 46

আবার বাজারে যে খেলনা মোটর-গাড়ি বিক্রয় হয় তাহাতে একটা স্প্রিং থাকে। দম দিলে স্প্রিংটি সংকুচিত হইয়া ছোট হয় এবং ছাড়িয়া দিলে প্যাঁচ খুলিয়া আবার আগের অবস্থায় ফিরিয়া আসে। স্প্রিং-এর সঙ্গে মোটরগাড়ির চাকা এমনভাবে আটকানো থাকে যে, স্প্রিং-এর প্যাঁচ খুলিবার সময় চাকা ঘুরিতে থাকে। এমতাবস্থায় দম দিয়া গাড়িটিকে মাটিতে রাখিলে গাড়ি চলিতে থাকিবে। স্প্রিং-এর প্যাঁচ সম্পূর্ণ খুলিয়া আগের অবস্থায় আসিলে মোটরগাড়ি আর চলিবে না। গাড়িটিকে পুনরায় চালাইতে হইলে উহাতে আবার দম দিতে হইবে। এখানে গাড়ি চালাইবার জন্য কিছু শক্তির প্রয়োজন। সেই শক্তি আসে কোথা হইতে? স্প্রিংটিকে দম দিয়া সংকুচিত করিলে উহা কিছু শক্তি সঞ্চয় করে—সেই শক্তিই গাড়ি চালাইতেছে। অতএব গাড়ি চালাইতে যে শক্তির প্রয়োজন তাহা যোগাইতেছে স্প্রিংটির একটি বিশেষ আকৃতি। এই শক্তিকেও স্থিতিশক্তি বলে।

সংজ্ঞা ঃ স্বাভাবিক অবস্থান অথবা আকৃতি হইতে পরিবর্তন করিয়া কোন বস্তুকে অন্য অবস্থান বা আকৃতিতে আনিলে সে কিছু শক্তি সঞ্চয় করে। বস্তুর অবস্থান অথবা আকৃতির জন্য এই যে শক্তি সঞ্চিত হয় তাহাকে ঐ বস্তুর স্থিতিশক্তি বলে।

স্থিতিশক্তির পরিমাপ (Measure of potential energy)—বস্তুকে স্বাভাবিক অবস্থান অথবা আকৃতি (standard position or configuration) হইতে অন্য কোন অবস্থান অথবা আকৃতিতে আনিতে হইলে যে পরিমাণ কার্য করিতে হইবে, তাহাই বস্তুটির নূতন অবস্থান অথবা আকৃতিতে স্থিতিশক্তির পরিমাপ।

স্থিতিশক্তি সম্বন্ধে একটি কথা বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য। বস্তু অথবা কণাগোষ্ঠীর ধর্মই হইল উহা সর্বদা এমন অবস্থান অথবা আকৃতিতে থাকিতে চায় যেখানে উহার স্থিতিশক্তির মান হয় সর্বনিম্ন। কোন কারণে স্থিতিশক্তি বৃদ্ধি পাইলে বস্তুর সাম্য (equilibrium) বিঘ্নিত হয়; সেক্ষেত্রে বস্তু কিছু স্থিতিশক্তি হারাইয়া সুস্থির সাম্য অবস্থায় (state of stable equilibrium) আসে এবং তখন তাহার স্থিতিশক্তি সর্বনিম্ন হয়। এই কারণে বস্তু উঁচু স্থান হইতে গড়াইয়া নীচুতে আসে, পর্বত হইতে জল নদী-নালা সৃষ্টি করিয়া নীচে নামিয়া আসে ও সমুদ্রে মিশিয়া যায়, একটি স্প্রিংকে মোচড়াইয়া ছাড়িয়া দিলে উহা পুনরায় আগের অবস্থায় ফিরিয়া আসে।

6.8. নির্দিষ্ট খাড়া উচ্চতায় অবস্থিত বস্তুর স্থিতিশক্তির পরিমাপ (Measure of potential energy of a body at a vertical height) :

ধরা যাক, m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তু ভূমি হইতে h উচ্চতায় রহিয়াছে। এখানে বস্তুটিকে অভিকর্ষের বিরুদ্ধে খাড়া h উচ্চতায় তুলিতে যে-পরিমাণ কার্য করিতে হইয়াছে, তাহাই বস্তুতে স্থিতিশক্তিরূপে সঞ্চিত থাকে। বস্তু যখন নিম্নাভিমুখে পড়িতে থাকিবে তখন ঐ শক্তির প্রকাশ পাইবে।

অতএব, খাড়া h উচ্চতায় বস্তুর স্থিতিশক্তি

= ঐ উচ্চতায় লইয়া যাওয়ার সম্পাদিত কার্য

= অভিকর্ষীয় বল × উচ্চতা

$= mg \times h$; [যেহেতু বস্তুর ভর m হইলে উহার উপর অভিকর্ষীয় বল $= mg$]

$$= mgh \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (14)$$

সুতরাং, **খাড়া উচ্চতায় বস্তুর স্থিতিশক্তি = mgh**

= ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ × খাড়া উচ্চতা

[এখানে মনে রাখিতে হইবে, সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে m, g ও h-এর মান যথাক্রমে gm., cm/sec.^{2} ও cm-এ প্রকাশ করিলে স্থিতিশক্তির একক erg হইবে এবং এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে m, g ও h যথাক্রমে lb, ft/sec.^{2} ও ft-এ প্রকাশ করিলে স্থিতিশক্তির একক ft-poundal হইবে।]

উদাহরণ ঃ

10 kg. ভরের একটি বস্তুকে 10 metres উঁচুতে তোলা হইল। উহার স্থিতিশক্তি কত হইবে ?

এখানে বস্তুর ভর $= m = 10$ kg. $= (10 \times 1000)$ gms.

উচ্চতা $= h = 10$ metres $= (10 \times 100)$ cms.

আর মনে রাখিতে হইবে, আভকর্ষজ ত্বরণ g-একটি ধ্রুবক এবং ইহার মান 980 cm/sec^2.

$\therefore$ বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mgh$

$$= (10 \times 1000) \times (980) \times (10 \times 100)$$

$$= 98 \times 10^8 \text{ ergs}$$

$$= 980 \text{ Joule.}$$

6.9. শক্তির নিত্যতাবাদ (Conservation of Energy) ঃ

বিভিন্ন প্রকারের শক্তি পরস্পরের সহিত সম্বন্ধযুক্ত। শক্তি এক রূপ হইতে অন্য এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হইতে পারে এবং হইয়া থাকে। প্রকৃতপক্ষে প্রায় সমস্ত প্রাকৃতিক ঘটনাই শক্তির রূপান্তর মাত্র। নিম্নে শক্তির রূপান্তরের কয়েকটি সাধারণ দৃষ্টান্ত দেওয়া হইল।

কয়লা পোড়াইয়া কয়লার সঞ্চিত রাসায়নিক শক্তিকে তাপশক্তিতে রূপান্তরিত করা হয় ; আবার এই তাপের সাহায্যেই জল হইতে জলীয় বাষ্প সৃষ্টি করিয়া তাহার সাহায্যে চালানো হয় স্টীম-এঞ্জিন বা আমরা পাই যান্ত্রিক শক্তি।

ইলেকট্রিক হিটার, ইস্ত্রিতে তড়িৎপ্রবাহ পাঠাইয়া তাপ উৎপন্ন করা হইয়া থাকে। আবার তড়িৎপ্রবাহ ইলেকট্রিক বাল্বের মধ্যে প্রবাহিত হইলে সৃষ্টি হয় তাপ ও আলো।

ইলেকট্রিক সেল বা তড়িৎকোষে রাসায়নিক শক্তির বিনিময়ে আমরা পাই তড়িৎ-শক্তি। বাঁশি কিংবা চাবিতে ফুঁ দিলে শব্দ সৃষ্টি হয়—এখানে যান্ত্রিক শক্তি শব্দ-শক্তিতে রূপান্তরিত হইতেছে। কথা বলিলে যে শব্দ সৃষ্টি হয় তাহা জিহ্বার গতি শক্তির রূপান্তর মাত্র। শীতকালে হাতে হাত ঘষিলে আমরা গরম অনুভব করি—এক্ষেত্রেও যান্ত্রিক শক্তি হইতে সৃষ্টি হয় তাপ।

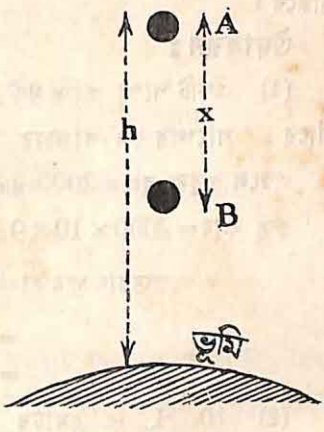
পর্বত হইতে জল নিম্নদিকে প্রবাহিত হয়। জল নিম্নদিকে যাইবার সময় উপরে থাকাকালীন উহার স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। জলের এই গতিশক্তিকে যথাযোগ্যভাবে কাজে লাগাইয়া তড়িৎ-শক্তি সৃষ্টি করা হইয়া থাকে।

উপরের দৃষ্টান্তগুলি হইতে এইবার বলা যায়, শক্তির যে-কোন একটি রূপ হইতে অন্য রূপে পরিবর্তন সম্ভব। শক্তি যখন এক রূপ হইতে অন্য রূপে পরিবর্তিত হয় তখন

শক্তির কোন ক্ষয় হয় না। কোন বস্তু যে পরিমাণ শক্তি হারাইবে, অন্য এক বা একাধিক বস্তু একত্রে সেই শক্তি লাভ করিবে। **শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ নাই, শক্তি কেবল এক রূপ হইতে অন্য এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হইতে পারে। বিশ্বে মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট এবং অপরিবর্তনীয়। এই সূত্রকে শক্তির নিত্যতাবাদ** বলে। পদার্থবিজ্ঞানীরা বিশ্বাস করেন, এই বিশ্ব-সৃষ্টির প্রথম দিন যে-পরিমাণ শক্তি ছিল আজও ঠিক সেই পরিমাণ বর্তমান।

6.10. বাধাহীনভাবে পতনশীল বস্তু শক্তির নিত্যতাবাদ সূত্র মানিয়া চলে (Freely falling body obeys the law of conservation of energy):

ধরা যাক, m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকে ভূমি হইতে h উচ্চতায় A-অবস্থানে তোলা হইয়াছে (চিত্র 47)। A-অবস্থানে স্থির অবস্থায় থাকাকালীন বস্তুর সমস্ত শক্তিই স্থিতিশক্তি। এইবার বস্তুটিকে ছাড়িয়া দিলে উহা যত নীচের দিকে নামিবে, উহার বেগ তত বৃদ্ধি পাইতে থাকিবে (এই বেগবৃদ্ধির কারণ পৃথিবীর আকর্ষণ-জনিত বল); অর্থাৎ স্থিতিশক্তি ক্রমাগত গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইতে থাকিবে।



চিত্র 47

বস্তুর অবতরণকালে উহার স্থিতিশক্তি যতটা হ্রাস পাইতেছে, ঠিক ততটাই গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইয়া মোট শক্তির পরিমাণ সব সময় ধ্রুবক রাখিবে—তাহা নিম্নোক্ত উপায়ে প্রমাণ করা যায়ঃ—

এখন A-অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mgh$ এবং উহার গতিশক্তি $= 0$, কারণ বস্তুটি স্থির হওয়ায় উহার গতিশক্তি নাই; সুতরাং এই অবস্থানে বস্তুটির মোট শক্তি $= mgh$.

বস্তুটির অবতরণকালে যখন উহা A-অবস্থান হইতে B-অবস্থানে আসিল, তখন উহার গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি দুই-ই থাকিবে; কারণ বস্তুটি কিছুটা বেগ সঞ্চয় করিয়াছে এবং উহা তখন ভূমি হইতে কিছুটা উপরে আছে। মনে করা যাক, $x =$ B-অবস্থান হইতে A-অবস্থানের খাড়া উচ্চতা। এখন B-অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mg(h-x)$; আর এই অবস্থানে বস্তুটি যদি v বেগ সঞ্চয় করিয়া থাকে, তবে উহার গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$.

উদাহরণ ঃ

10 kg. ভরের একটি বস্তুকে 10 metres উঁচুতে তোলা হইল। উহার স্থিতিশক্তি কত হইবে?

এখানে বস্তুর ভর $= m = 10$ kg. $= (10 \times 1000)$ gms.

উচ্চতা $= h = 10$ metres $= (10 \times 100)$ cms.

আর মনে রাখিতে হইবে, আভকর্ষজ ত্বরণ g-একটি ধ্রুবক এবং ইহার মান 980 cm/sec^2.

$\therefore$ বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mgh$

$$= (10 \times 1000) \times (980) \times (10 \times 100)$$

$$= 98 \times 10^8 \text{ ergs}$$

$$= 980 \text{ Joule.}$$

6.9. শক্তির নিত্যতাবাদ (Conservation of Energy) ঃ

বিভিন্ন প্রকারের শক্তি পরস্পরের সহিত সম্বন্ধযুক্ত। শক্তি এক রূপ হইতে অন্য এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হইতে পারে এবং হইয়া থাকে। প্রকৃতপক্ষে প্রায় সমস্ত প্রাকৃতিক ঘটনাই শক্তির রূপান্তর মাত্র। নিম্নে শক্তির রূপান্তরের কয়েকটি সাধারণ দৃষ্টান্ত দেওয়া হইল।

কয়লা পোড়াইয়া কয়লার সঞ্চিত রাসায়নিক শক্তিকে তাপশক্তিতে রূপান্তরিত করা হয়; আবার এই তাপের সাহায্যেই জল হইতে জলীয় বাষ্প সৃষ্টি করিয়া তাহার সাহায্যে চালানো হয় স্টীম-এঞ্জিন বা আমরা পাই যান্ত্রিক শক্তি।

ইলেকট্রিক হিটার, ইস্ত্রিতে তড়িৎপ্রবাহ পাঠাইয়া তাপ উৎপন্ন করা হইয়া থাকে। আবার তড়িৎপ্রবাহ ইলেকট্রিক বাল্বের মধ্যে প্রবাহিত হইলে সৃষ্টি হয় তাপ ও আলো।

ইলেকট্রিক সেল বা তড়িৎকোষে রাসায়নিক শক্তির বিনিময়ে আমরা পাই তড়িৎ-শক্তি। বাঁশি কিংবা চাবিতে ফুঁ দিলে শব্দ সৃষ্টি হয়—এখানে যান্ত্রিক শক্তি শব্দ-শক্তিতে রূপান্তরিত হইতেছে। কথা বলিলে যে শব্দ সৃষ্টি হয় তাহা জিহ্বার গতি শক্তির রূপান্তর মাত্র। শীতকালে হাতে হাত ঘষিলে আমরা গরম অনুভব করি—এক্ষেত্রেও যান্ত্রিক শক্তি হইতে সৃষ্টি হয় তাপ।

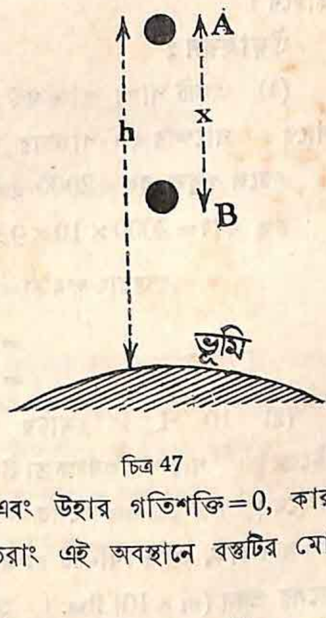
পর্বত হইতে জল নিম্নদিকে প্রবাহিত হয়। জল নিম্নদিকে যাইবার সময় উপরে থাকাকালীন উহার স্থিতিশক্তি গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। জলের এই গতিশক্তিকে যথাযোগ্যভাবে কাজে লাগাইয়া তড়িৎ-শক্তি সৃষ্টি করা হইয়া থাকে।

উপরের দৃষ্টান্তগুলি হইতে এইবার বলা যায়, শক্তির যে-কোন একটি রূপ হইতে অন্য রূপে পরিবর্তন সম্ভব। শক্তি যখন এক রূপ হইতে অন্য রূপে পরিবর্তিত হয় তখন

শক্তির কোন ক্ষয় হয় না। কোন বস্তু যে পরিমাণ শক্তি হারাইবে, অন্য এক বা একাধিক বস্তু একত্রে সেই শক্তি লাভ করিবে। **শক্তির সৃষ্টি বা বিনাশ নাই, শক্তি কেবল এক রূপ হইতে অন্য এক বা একাধিক রূপে পরিবর্তিত হইতে পারে। বিশ্বে মোট শক্তির পরিমাণ নির্দিষ্ট এবং অপরিবর্তনীয়। এই সূত্রকে শক্তির নিত্যতাবাদ** বলে। পদার্থবিজ্ঞানীরা বিশ্বাস করেন, এই বিশ্ব-সৃষ্টির প্রথম দিন যে-পরিমাণ শক্তি ছিল আজও ঠিক সেই পরিমাণ বর্তমান।

6.10. বাধাহীনভাবে পতনশীল বস্তু শক্তির নিত্যতাবাদ সূত্র মানিয়া চলে (Freely falling body obeys the law of conservation of energy):

ধরা যাক, m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকে ভূমি হইতে h উচ্চতায় A-অবস্থানে তোলা হইয়াছে (চিত্র 47)। A-অবস্থানে স্থির অবস্থায় থাকাকালীন বস্তুর সমস্ত শক্তিই স্থিতিশক্তি। এইবার বস্তুটিকে ছাড়িয়া দিলে উহা যত নীচের দিকে নামিবে, উহার বেগ তত বৃদ্ধি পাইতে থাকিবে (এই বেগবৃদ্ধির কারণ পৃথিবীর আকর্ষণ-জনিত বল); অর্থাৎ স্থিতিশক্তি ক্রমাগত গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইতে থাকিবে।



চিত্র 47

বস্তুর অবতরণকালে উহার স্থিতিশক্তি যতটা হ্রাস পাইতেছে, ঠিক ততটাই গতিশক্তিতে রূপান্তরিত হইয়া মোট শক্তির পরিমাণ সব সময় ধ্রুবক রাখিবে—তাহা নিম্নোক্ত উপায়ে প্রমাণ করা যায়:—

এখন A-অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mgh$ এবং উহার গতিশক্তি $= 0$, কারণ বস্তুটি স্থির হওয়ায় উহার গতিশক্তি নাই; সুতরাং এই অবস্থানে বস্তুটির মোট শক্তি $= mgh$.

বস্তুটির অবতরণকালে যখন উহা A-অবস্থান হইতে B-অবস্থানে আসিল, তখন উহার গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি দুই-ই থাকিবে; কারণ বস্তুটি কিছুটা বেগ সঞ্চয় করিয়াছে এবং উহা তখন ভূমি হইতে কিছুটা উপরে আছে। মনে করা যাক, $x =$ B-অবস্থান হইতে A-অবস্থানের খাড়া উচ্চতা। এখন B-অবস্থানে বস্তুর স্থিতিশক্তি $= mg(h-x)$; আর এই অবস্থানে বস্তুটি যদি v বেগ সঞ্চয় করিয়া থাকে, তবে উহার গতিশক্তি $= \frac{1}{2}mv^2$.

কিন্তু বস্তুটির প্রাথমিক বেগ $u=0$, $f=g$ এবং $s=x$, কাজেই $v^2=u^2+2fs$ সমীকরণ হইতে আমরা লিখিতে পারি $v^2=0^2+2gx=2gx$. সুতরাং,

B-অবস্থানে বস্তুটির গতিশক্তি $=\frac{1}{2}mv^2$

$$=\frac{1}{2}m.2gx$$

$$=mgx.$$

অতএব, B-অবস্থানে বস্তুটির মোট শক্তি

= স্থিতিশক্তি + গতিশক্তি

$$=mg(h-x)+mgx$$

$$=mgh$$

= A-অবস্থানে বস্তুটির মোট শক্তি

তাহা হইলে দেখা যাইতেছে, বাধাহীনভাবে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে সর্বত্র গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল ধ্রুবক ; অর্থাৎ বস্তুটি শক্তির নিত্যতাবাদ সূত্র মানিয়া অবতরণ করিবে।

উদাহরণ ঃ

(1) একটি পাম্প প্রতি ঘণ্টায় 2000 gallons জল 99 ft. উঁচুতে তুলিতে পারে। পাম্পের হর্স-পাওয়ার নির্ণয় কর। (1 gallon জলের ওজন = 10 lbs.)

এস্থলে প্রযুক্ত বল = 2000 gallon ; জলের ওজন $=2000\times10$ lb. wt.

কৃত কার্য $=2000\times10\times99$ ft.-lb ; সময় = এক ঘণ্টা $=60\times60$ secs.

$$\text{সুতরাং ক্ষমতা}=\frac{2000\times10\times99}{60\times60}\text{ ft.-lb./sec.}$$

$$=550\text{ ft.-lb /sec.}$$

$$=1\text{ H. P.}$$

(2) 10 H. P. মোটর দ্বারা পাতকুয়া হইতে জল 30 ft. উঁচুতে তোলা হইতেছে। পাম্পের কর্মদক্ষতা 80% হইলে, প্রতি মিনিটে কত গ্যালন জল তোলা যাইবে ? (1 gallon জলের ওজন 10 lbs.)

ধরা যাক, প্রতি মিনিটে m gallon জল তোলা হইতেছে। এখন এই m gallon জলের ওজন $(m\times10)$ lbs.। সুতরাং প্রতি মিনিটে কৃত কার্য $=(m\times10\times30)$ ft. lbs. এবং কৃত কার্যের হার

$$=\frac{m\times10\times30}{60}\text{ ft.-lbs/sec.}$$

$$=\frac{m\times10\times30}{60\times550}\text{ H. P.}$$

$$=\frac{m}{110}\text{ H. P.}$$

প্রদত্ত শর্তানুযায়ী, এই কৃত কার্য $= 10 \cdot \frac{880}{1100}$ H. P.
$= 8$ H. P.

$$\therefore \quad \frac{m}{110} = 8$$
$$\therefore \quad m = 880 \text{ gallons.}$$

অতএব প্রতি মিনিটে 880 gallons জল তোলা যাইবে।

(3) একটি ফোর্সপাম্প প্রতি মিনিটে 10 ft./sec. বেগে 11000 c. ft. জল উৎক্ষেপ করে। পাম্পের পূর্ণশক্তি জল তোলার কাজে প্রযুক্ত হইতেছে মনে করিয়া পাম্পের ক্ষমতা নির্ণয় কর। (জলের ঘনত্ব $= 62{\cdot}5$ lbs/c. ft.)

এখানে প্রতি মিনিটে উৎক্ষিপ্ত জলের ভর $= (11000 \times 62{\cdot}5)$ lbs.

কৃত কার্য = উৎক্ষিপ্ত জলের গতিশক্তি
$= \frac{1}{2}mv^2$
$= [\frac{1}{2} \times (11000 \times 62{\cdot}5) \times 10^2]$ ft.-poundal.

এই কার্য 1 minute সময়ে সম্পন্ন হইলে,

কৃত কার্যের হার $= \dfrac{\frac{1}{2} \times 11000 \times 62{\cdot}5 \times 10^2}{32}$ ft.-lbs./min.
$= \dfrac{\frac{1}{2} \times 11000 \times 62{\cdot}5 \times 10^2}{32 \times 60}$ ft-lbs./sec.

$\therefore$ হর্স-পাওয়ার $= \dfrac{\frac{1}{2} \times 11000 \times 62{\cdot}5 \times 10^2}{32 \times 60 \times 550}$ H. P.
$= 32{\cdot}5$ H. P.

(4) 2 kg. ভরের একটি বস্তুর উপর বল প্রযুক্ত হওয়ায় উহার গতিবেগ 10 sec. সময়ে 10 cm./sec. হইতে পরিবর্তিত হইয়া 20 cm./sec. হইল। বস্তুর উপর কত বল প্রযুক্ত হইল এবং ঐ পরিবর্তনের সময় বস্তুর উপর কত কার্য করা হইল ?

আমরা জানি, প্রযুক্ত বল কর্তৃক কৃত কার্য = বস্তুর গতিশক্তির পরিবর্তন

এবং u ও v যথাক্রমে প্রাথমিক ও অন্তিম গতিবেগ হইলে,

গতিশক্তির পরিবর্তন $= \frac{1}{2}m(v^2 - u^2)$;

এখানে $m = 2\text{kg} = 2000$ gms.
$u = 10$ cm/sec., $v = 20$ cm/sec.

$\therefore$ প্রযুক্ত বল কর্তৃক কৃত কার্য $= \frac{1}{2} \times 2000 \times (20^2 - 10^2)$ ergs
$= 3 \times 10^5$ ergs.

আর প্রযুক্ত বল $= P = mf = \dfrac{m(v-u)}{t} = \dfrac{2000(20-10)}{10}$
$= 2000$ dynes.

(5) 5 gm. ভরের একটি বুলেট কোন কাঠের তক্তার মধ্য দিয়া যাইবার সময় উহার গতিবেগ 100 metres/sec. হইতে 50 metres/sec. হইল। তক্তা ভেদ করিতে উহার কত শক্তি ব্যয়িত হইল ?

এখানে প্রাথমিক গতিবেগ = 100 metres./sec.

$= (100 \times 100)$ cm./sec. $= 10^4$ cm./sec.

চূড়ান্ত গতিবেগ = 50 metres/sec.

$= (50 \times 100)$ cm./sec. $= 5 \times 10^3$ cm./sec.

স্থতরাং বুলেটের প্রাথমিক গতিশক্তি $= \frac{1}{2} \times 5 \times (10^4)^2$ ergs.

এবং চূড়ান্ত গতিশক্তি $= \frac{1}{2} \times 5 \times (5 \times 10^3)^2$ ergs.

$\therefore$ ব্যয়িত শক্তি = গতিশক্তির হ্রাস

$= \{\frac{1}{2} \times 5 \times (10^4)^2 - \frac{1}{2} \times 5 \times (5 \times 10^3)^2\}$ ergs

$= \{2{\cdot}5 \times 10^8 - 2{\cdot}5 \times 25 \times 10^6\}$ ergs

$= (250 - 62{\cdot}5) \times 10^6$ ergs

$= 187{\cdot}5 \times 10^6$ ergs

$= 18{\cdot}75 \times 10^7$ ergs

$= 18{\cdot}75$ Joules.

(6) 1 kg. ভরের একটি বস্তুকে 10 metres উঁচুতে তুলিতে কত শক্তি ব্যয়িত হইবে ?

এখানে বস্তুর ভর = 1 kg = 1000 gm.,

h = উচ্চতা = 10 metres = 1000 cms.

স্থতরাং বস্তুটিকে উঁচুতে তুলিলে $mgh = (1000 \times 980 \times 1000)$ ergs স্থিতিশক্তি লাভ করিবে।

$\therefore$ ব্যয়িত শক্তি = স্থিতিশক্তির বৃদ্ধি

$= (1000 \times 980 \times 1000)$ ergs

$= 98 \times 10^7$ ergs

$= 98$ Joules.

প্রশ্নাবলী

1 (i) কার্য ও ক্ষমতা কাহাকে বলে ? এফ্. পি. এস্. ও সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে উহাদের ব্যবহারিক এককের নাম ও সংজ্ঞা লিখ। এই দুই পদ্ধতির এককের মধ্যে সম্পর্ক বাহির কর।

(ii) 'বলের দ্বারা কার্য' ও 'বলের বিরুদ্ধে কার্য' এই দুইয়ের মধ্যে প্রভেদ উদাহরণ সহযোগে ব্যাখ্যা কর।

2. (i) কার্য ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য কি ? উহাদের বিভিন্ন এককগুলি বুঝাইয়া লিখ।

(ii) 44 ft. গভীর একটি পাতকুয়া হইতে প্রতি ঘণ্টায় 9000 gallons জল তুলিবার জন্য একটি পাম্প ব্যবহৃত হইল। যদি 20% শক্তি অপচয় হয়, তাহা হইলে পাম্পের অশ্বশক্তি কত হইবে ? (1 gallon জলের ওজন 10 lbs.) [উঃ 2·5 H. P.]

3. গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কাহাকে বলে ?

10 kg. ভরের একটি বস্তুকে 10 metres উঁচুতে তুলিতে কত শক্তি ব্যয়িত হইবে ? একটি বস্তুর গতিশক্তি 1 Joule ; ইহার গতির বিরুদ্ধে 1 megadyne বল প্রয়োগ করিলে বস্তুটি থামিয়া যাইবার আগে কত দূরত্ব অতিক্রম করিবে ?

[উঃ 98 Joules, 10 cm.]

4. একটি ফোর্সপাম্প প্রতি মিনিটে 48 ft./sec. বেগে 1320 gallons জল উৎক্ষেপ করে। পাম্পটির H. P. নির্ণয় কর। [উঃ $14\frac{2}{5}$ H. P.]

5. 60 kg. ওজনের জনৈক ব্যক্তি 5 minute সময়ে 50 metres উঁচু মিনারে আরোহণ করিতে পারে। ঐ ব্যক্তির ক্ষমতা kilowatt-এ নির্ণয় কর।

[উঃ 0·098 kw.]

6. একটি ক্রেন কত দ্রুত 1000 lbs ওজনের একটি লৌহখণ্ডকে তুলিতে পারিবে যদি ক্রেনটি 4 H. P. ক্ষমতা প্রয়োগ করে ? [উঃ 2·2 ft/sec.]

7. শক্তির নিত্যতাবাদ সূত্রটি বিবৃত ও ব্যাখ্যা কর। শক্তি ও ক্ষমতার মধ্যে পার্থক্য কি ?

8. 60 ft. উঁচুতে অবস্থিত কোন ট্যাঙ্কে 0·5 H. P. মোটরের সাহায্যে 1000 গ্যালন জল ভরিতে কত সময় লাগিবে ? [উঃ 36 min. 22 sec.]

9. 1 kg. ভরের কোন বস্তুর বেগ 5 sec. সময়ে 5 cm/sec. হইতে পরিবর্তিত হইয়া 20 cm/sec. হইল। বস্তুটির উপর কত বল প্রযুক্ত হইয়াছে এবং এই পরিবর্তন আনিতে বস্তুর উপর কি পরিমাণ কার্য করা হইয়াছে ?

[উঃ 3000 dynes, 187500 ergs]

10. যদি ভূপৃষ্ঠ হইতে $\frac{1}{2}$ mile উপরে অবস্থিত মেঘ হইতে বৃষ্টিপাত হইয়া $\frac{1}{2}$ sq. mile ব্যাপী ভূখণ্ডে $\frac{1}{2}$ inch গভীর জল জমে, তাহা হইলে ঐ পরিমাণ জল মেঘে সঞ্চয় করিতে কত কার্য করা হইয়াছিল ? [উঃ $1·9 \times 10^{11}$ ft. lbs. (প্রায়)]

11. 150 lbs. ওজনের একটি মজুর 100 lbs. ইট একটি 20 ft. লম্বা সিঁড়ি বাহিয়া উপরে তুলিল। যদি সিঁড়িটি অনুভূমিক তলের সহিত 30° কোণ করিয়া থাকে, তাহা হইলে মজুরটি কত কার্য করিল ? [উঃ 2500 ft. lbs.]

ও উর্ধ্বগামী বস্তুর ক্ষেত্রে

$\mathbf{v = u - gt}$ ... ... (6, i)

$\mathbf{h = ut - \frac{1}{2}gt^2}$ ... ... (6, ii)

এবং $\mathbf{v^2 = u^2 - 2gh}$ ... ... (6, iii)

এখানে মনে রাখিতে হইবে, উপরের সমীকরণগুলি যথাক্রমে বিনা বাধায় পড়িতেছে এবং উঠিতেছে এমন বস্তুর প্রতি প্রয়োজ্য। নিম্নগামী বস্তুর যদি কোন প্রাথমিক বেগ না থাকে তবে $u=0$ ধরিতে হইবে।

1.4.(a) g-এর মান (Values of g) :

অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মান স্থান হইতে স্থানান্তরে পরিবর্তিত হয়। মেরুপ্রদেশে ইহার মান সর্বোচ্চ হইয়া থাকে এবং এই মান হইল 983 cm/sec^2 ; আর বিষুবরেখার অঞ্চলে ইহার মান সর্বনিম্ন হইয়া থাকে এবং এই মান হইল 978 cm/sec^2। কোন বিশেষ ক্ষেত্রে g-এর মান উল্লেখ করা না থাকিলে, নিম্নলিখিত গড়মান ধরিয়া লইতে হইবে :—

$g = 981$ cm/sec^2 (সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে)

$g = 32$ ft/sec^2 (এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে)

উদাহরণ :

(1) 122·5 metre খাড়া উর্ধ্বে আরোহণ করিতে হইলে একটি বস্তুকে কত বেগে উর্ধ্বে উৎক্ষেপ করিতে হইবে? কখন বস্তুটি ভূমি হইতে 102·9 metre উর্ধ্বে থাকিবে? সময়ের দুইটি মানের ব্যাখ্যা কর। ($g = 980$ cm/sec.^{2})

এখানে বস্তুটি ঠিক যখন খাড়া 122·5 metre উর্ধ্বে উঠিবে তখন উহা মুহূর্তের জন্য গতিহীন হইবে, অর্থাৎ $v=0$; $h = 122{\cdot}5$ metre $= 122{\cdot}5 \times 10^2$ cm., $g = 980$ cm./sec.^{2}, $u = ?$

উর্ধ্বগামী বস্তুর ক্ষেত্রে আমরা জানি, $v^2 = u^2 - 2gh$

$$\therefore\ 0^2 = u^2 - 2 \times 980 \times 122{\cdot}5 \times 10^2$$

$$\therefore\ u^2 = 2 \times 980 \times 122{\cdot}5 \times 10^2$$

$$\text{or,}\quad u = 4900 \text{ cm/sec.}$$

$$= 49 \text{ metre/sec.}$$

অতএব বস্তুটিকে 49 metre/sec. বেগে উর্ধ্বে উৎক্ষেপ করিলে উহা 122·5 metre উর্ধ্বে আরোহণ করিবে।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $u = 49 \times 10^2$ cm/sec. ; $h = 102{\cdot}9 \times 10^2$ cm., $g = 980$ cm/sec.^{2}, $t = ?$

আমরা জানি, $h = ut - \frac{1}{2}gt^2$.

$$\therefore \quad 102{\cdot}9 \times 10^2 = 49 \times 10^2 . t - \frac{1}{2} \times 980 . t^2$$

$$21 = 10t - t^2$$

$$\therefore \quad t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$\therefore \quad t = 7 \text{ sec.}; \ 3 \text{ sec.}$$

অতএব 7 sec. এবং 3 sec. পরে বস্তুটি 102·9 metre উর্ধ্বে থাকিবে। এখানে সময়ের দুইটি মান পাওয়া গেল, কারণ, বস্তুটি উর্ধ্বে উঠিবার সময় একবার ভূমি হইতে 102·9 metre উচ্চে উঠিবে ; আবার সর্বাধিক উচ্চতায় উঠিয়া নীচে পড়িবার সময় আর একবার ভূমি হইতে 102·9 metre উচ্চে আসিবে।

(2) একটি বেলুন খাড়া উপরের দিকে 32 ft/sec. সমবেগে উঠিতেছিল। বেলুনটি যখন মাটি হইতে 3200 ft. উপরে উঠিল তখন ঐ বেলুন হইতে একটি পাথরখণ্ড ফেলিয়া দিলে (i) পাথরখণ্ড সর্বোচ্চ কতটা উঁচুতে উঠিবে ? (ii) যেখান থেকে পাথরখণ্ড ফেলা হইয়াছিল ঠিক সেখানে ফিরিয়া আসিতে কত সময় লাগিবে ? এবং (iii) যখন পাথরখণ্ড মাটিতে পৌছাইবে তখন উহার বেগ কত হইবে ? ($g = 32$ ft/sec.^{2})

(i) যখন পাথরখণ্ড ফেলা হইল তখন উহা বেলুনের মধ্যে ছিল বলিয়া উহার বেগ বেলুনের বেগের সমান এবং ঐ পাথরখণ্ড যখন সর্বোচ্চ উচ্চতায় পৌছাইবে তখন উহার বেগ হইবে শূন্য। কাজেই,

$$u = 32 \text{ ft/sec.}, \ v = 0, \ g = 32 \text{ ft/sec.}^2, \ h = ?$$

যেহেতু পাথরখণ্ড উর্ধ্বগামী, অতএব $v^2 = u^2 - 2gh$

অথবা, $0 = (32)^2 - 2 \times 32 \times h$

$$\therefore \quad h = \frac{32^2}{2 \times 32} = 16 \text{ ft.}$$

অতএব, মাটি হইতে পাথরখণ্ডের সর্বাধিক উচ্চতা $= 3200 + 16$

$= 3216$ ft.

(ii) পাথরখণ্ডটিকে যেখান থেকে ফেলা হইয়াছিল সেখানে ফিরিয়া আসিলে উহার মোট খাড়া উচ্চতা আরোহণ $= 0$, অর্থাৎ $h = 0$; আর সেই সময়ে বস্তুটি নিম্নাভিমুখে পড়িতেছে। নিম্নাভিমুখী বস্তুর ক্ষেত্রে, $h = ut + \frac{1}{2}gt^2$.

এখানে $h = 0$; $g = 32$ ft/sec.^{2} ; $u = -32$ ft/sec., এক্ষেত্রে বস্তুটি নিম্নগামী বলিয়া উহার প্রাথমিক বেগ ঋণাত্মক ধরিতে হইবে, কারণ পাথরখণ্ড যখন ফেলা হইয়াছিল তখন উহার গতিবেগ ছিল উর্ধ্বমুখী ; আর $t = ?$

12. 144 lbs. ওজনের একটি কুলি 56 lbs. ওজনের একটি মাল 20 ft. লম্বা সিঁড়ি দিয়া নীচে হইতে উপরে লইয়া গেল। যদি সিঁড়িটি দেওয়ালের সঙ্গে 60° কোণ করিয়া থাকে, তাহা হইলে ঐ কুলিটি কতটা কার্য করিল? [উঃ 2000 ft. lbs.]

13. অবাধে পতনশীল বস্তুর ক্ষেত্রে গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তির যোগফল সর্বদা ধ্রুবক—ইহা প্রমাণ কর। এই ঘটনা হইতে পদার্থবিজ্ঞানের কোন্ নীতির সত্যতা যাচাই করা যায়? সেই নীতিটি বিবৃত কর।

14. 25 gm. ওজনের একটি বুলেট 200 metre/sec. বেগে চলিতে চলিতে একটি গাছের গুঁড়িতে বাধাপ্রাপ্ত হইল এবং গুঁড়ির মধ্যে 10 cm. প্রবেশ করিয়া সম্পূর্ণ থামিয়া গেল। গাছ কতটা গড় বিরুদ্ধ বল প্রয়োগ করিল তাহা নির্ণয় কর।

[উঃ 5×10^8 dynes]

15. 100 lbs. ওজনের একটি বালক 5 sec. সময়ে কোন সিঁড়ির 20টি ধাপ উপরে উঠিল। প্রতিটি ধাপের উচ্চতা 9 inch হইলে বালকটিকে কত অশ্বশক্তি প্রয়োগ করিতে হইয়াছিল? [উঃ $\frac{6}{11}$ H. P.]

পদার্থের সাধারণ ধর্ম

(General Properties of Matter)

প্রথম অধ্যায়
মহাকর্ষ
(Gravitation)

1.0. সূচনা :

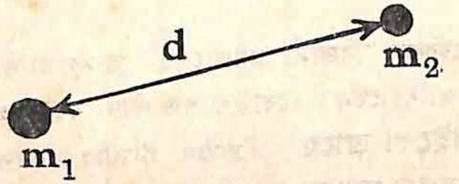
অতি প্রাচীনকাল হইতেই বেশ কয়েকজন বিজ্ঞানী আকাশের গ্রহ-নক্ষত্রাদির গতিবিধি সম্বন্ধে কৌতূহল প্রকাশ করিয়া আসিয়াছেন। ষোড়শ শতাব্দীর মধ্যভাগে ডেনমার্কের একজন বিশিষ্ট জ্যোতিবিদ **টাইকো ব্রাহে** (**Tycho Brahe**) মঙ্গল গ্রহের গতিবিধি লক্ষ্য করিয়া কতকগুলি মূল্যবান তথ্য সংগ্রহ করিয়াছিলেন। পরবর্তী কালে 1609 খ্রীষ্টাব্দে টাইকো ব্রাহের গবেষণালব্ধ তথ্য এবং অন্যান্য পর্যবেক্ষণের পর ডেনমার্কের আর একজন বিশিষ্ট জ্যোতিবিদ **জন কেপলার** (**John Keplar**) উপলব্ধি করেন যে গ্রহগুলি যেন কোন এক অজ্ঞাত বলের প্রভাবে সূর্যকে কেন্দ্র করিয়া অবিরাম ঘুরিতেছে। পরে বিশ্ববিখ্যাত পদার্থবিদ **নিউটন** (**Newton**) যখন মহাকর্ষ সূত্র আবিষ্কার করেন তখন ঐ অজ্ঞাত বলের রহস্যের সমাধান হইল।

উপর হইতে যে-কোন বস্তুকে ছাড়িয়া দিলে তাহা সবসময় নীচে আসিয়া পড়ে— এই অতি সাধারণ ঘটনাটি সর্বপ্রথম 1666 খ্রীষ্টাব্দে সার্ আইজাক নিউটন নামে একজন ইংরেজ যুবকের দৃষ্টি আকর্ষণ করে। এই ঘটনা হইতে তাঁহার মনে দৃঢ় বিশ্বাস জন্মে যে, পৃথিবী সকল বস্তুকে সবসময় নিজ কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করিতেছে। তারপর চাঁদ পৃথিবীকে কেন্দ্র করিয়া পৃথিবীর চারিদিকে নির্দিষ্ট কক্ষপথে ঘুরিতেছে, মনে হয় যেন কিছুতেই পৃথিবীর প্রভাব কাটাইয়া বিচ্ছিন্ন হইয়া যাইতেছে না ; আবার পৃথিবী ও অন্যান্য উপগ্রহও সূর্যের চারিদিকে ঘুরিতেছে, তাহারাও যেন কিছুতেই সূর্যের প্রভাব কাটাইয়া চলিয়া যাইতে পারিতেছে না। এইসব ঘটনা পর্যালোচনা করিতে-গিয়া তাঁহার এই ধারণা জন্মে যে, সূর্য, গ্রহ এবং উপগ্রহগুলির মধ্যে নিশ্চয়ই একপ্রকার আকর্ষণী-বল ক্রিয়া করিতেছে এবং ইহার পরেই তিনি সিদ্ধান্ত করেন, **বিশ্বের সকল বস্তু পরস্পরকে আকর্ষণ করে**। এই আকর্ষণকেই বলে **মহাকর্ষ** (**Gravitation**) এবং নিউটন এই আকর্ষণকে একটি সূত্রের আকারে উপস্থাপিত করেন। এই সূত্রকে

বলা হয় **নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র** (**Newton's law of gravitation**) এবং ইহার পর থেকেই তিনি বিশ্ববিখ্যাত পদার্থবিদ নিউটন নামে পরিচিত হন।

1.1. নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র (Newton's Law of Gravitation):

এই বিশ্বের প্রত্যেকটি বস্তুকণা অন্যান্য প্রত্যেকটি বস্তুকণাকে আকর্ষণ করে এবং যে-কোন দুইটি বস্তুকণার মধ্যে আকর্ষণজনিত বলের মান বস্তুকণা দুইটির ভরের গুণফলের সমানুপাতিক (proportional) এবং উহাদের অন্তর্বর্তী দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপা তক (inversely proportional)—ইহাই নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র।



চিত্র 1

মনে করা যাক, দুইটি বস্তুকণার ভর হইল যথাক্রমে m_1 ও m_2, আর d হইল উহাদের ভিতরকার দূরত্ব (চিত্র 1)। বস্তুকণা দুইটির মধ্যে আকর্ষণজনিত বল F হইলে, নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী,

$$F \propto m_1 m_2, \text{ [যখন } d \text{ ধ্রুবক]}$$

এবং $$F \propto \frac{1}{d^2}, \text{ [যখন } m_1 \text{ ও } m_2 \text{ ধ্রুবক]}$$

অতএব, $$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}$$

অথবা, $$F = G.\frac{m_1 m_2}{d^2}, \text{ [} G = \text{একটি ধ্রুবক] } \cdots\cdots(1)$$

এই G-কে বলা হয় **মহাকর্ষীয় ধ্রুবক** (**Gravitational Constant**)। এখন $m_1 = m_2 = 1$ এবং $d = 1$ হইলে, $F = G$; অর্থাৎ মহাকর্ষীয় ধ্রুবক হইল একক দূরত্বে অবস্থিত দুইটি একক ভরবিশিষ্ট বস্তুকণার মধ্যে আকর্ষণজনিত বল। সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ইহার মান $6{\cdot}67 \times 10^{-8}$.

বা, $$G = 6{\cdot}67 \times 10^{-8} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(2)$$

অর্থাৎ, সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে মহাকর্ষীয় ধ্রুবক হইল এক সেন্টিমিটার ব্যবধানে অবস্থিত দুইটি এক গ্রাম ভরবিশিষ্ট বস্তুকণার মধ্যে আকর্ষণজনিত বল এবং এই বলের মান $6{\cdot}67 \times 10^{-8}$ dyne.

1.2. বিস্তৃত বস্তুর ক্ষেত্রে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ (Gravitational attraction for extended bodies) ঃ

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রে যদিও বস্তুকণার মধ্যে আকর্ষণজনিত বলের বিষয় উল্লেখ করা হইয়াছে, কিন্তু বিস্তৃত বস্তুর ক্ষেত্রেও উহাদের মধ্যে মহাকর্ষজনিত আকর্ষণ ঘটিয়া থাকে। সেক্ষেত্রে আকর্ষণী বল একই সূত্র মানিয়া চলে, তবে বস্তুদ্বয়ের অন্তর্বর্তী দূরত্ব বলিতে প্রকৃতপক্ষে উহাদের ভরকেন্দ্রের অন্তর্বর্তী দূরত্বকে বুঝাইয়া থাকে।

কোন বস্তুকে বৃত্তাকার পথে ঘুরাইতে হইলে একটি বলের প্রয়োজন, যাহাকে বলে অভিকেন্দ্রিক বল এবং যাহা ঘূর্ণায়মান বস্তুর উপর কেন্দ্রাভিমুখে ক্রিয়া করে (বলবিদ্যা অংশের ষষ্ঠ পরিচ্ছেদে আলোচনা করা হইয়াছে)। পৃথিবী ও অন্যান্য গ্রহ বিশাল সূর্যের চারিদিকে অবিরাম ঘুরিতেছে, যাহার জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্রিক বলই হইল সূর্য এবং পৃথিবী বা অন্যান্য গ্রহের মধ্যে মহাকর্ষজনিত আকর্ষণ। এই আকর্ষণের জন্যই গ্রহগুলি সূর্যের চারিদিকে ঘুরিতে বাধ্য হইতেছে, কিছুতেই সূর্যের প্রভাব ছাড়াইয়া চলিয়া যাইতে পারিতেছে না। চাঁদও তেমনি পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য উহার চারিদিকে ঘুরিতেছে, কিছুতেই পৃথিবীর প্রভাব হইতে বিচ্ছিন্ন হইতে পারিতেছে না।

1.3. অভিকর্ষ, অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং বস্তুর ওজন (Gravity, Acceleration due to gravity and Weight of a body) ঃ

নিউটনের মহাকর্ষ সূত্রানুযায়ী পৃথিবী এবং পৃথিবীর উপর কিংবা কাছাকাছি বস্তুর মধ্যেও আকর্ষণ হইবে। এই আকর্ষণকে বলা হয় **অভিকর্ষ** (**Gravity**)। এই অভিকর্ষের জন্যই যে-কোন বস্তুকে উপর হইতে ছাড়িয়া দিলে তাহা মাটিতে আসিয়া পড়ে এবং বস্তুর ওজন পরিলক্ষিত হয়। অভিকর্ষকে মহাকর্ষের একটি বিশেষ ঘটনা বলিয়া গণ্য করা যাইতে পারে।

নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র অনুসারে, যখন কোন বল কোন বস্তুর উপর গতির অভিমুখে ক্রিয়া করে তখন ঐ বস্তুর গতি ত্বরান্বিত হয়; অর্থাৎ ঐ বস্তুর গতিতে একটি ত্বরণ সৃষ্টি হয়। সুতরাং অভিকর্ষজনিত বলের ক্রিয়ায় যখন কোন বস্তু পৃথিবীর দিকে পড়ে তখন উহার গতিতেও একটি ত্বরণ সৃষ্টি হইবে। এই ত্বরণকে **অভিকর্ষজ ত্বরণ** (acceleration due to gravity) বলে এবং ইহাকে 'g' অক্ষর দ্বারা সূচিত করা হয়।

তাহা হইলে পৃথিবী এবং তৎসন্নিহিত বস্তুসমূহের মধ্যে মহাকর্ষীয় আকর্ষণই হইল অভিকর্ষ। বস্তুর উপর এই অভিকর্ষজনিত প্রযুক্ত বলকে বলে অভিকর্ষজ বল, আর এই অভিকর্ষজ বলকেই বলে বস্তুর **ওজন** (Weight) W ; অর্থাৎ, **কোন বস্তুর ওজন বলিতে ঐ বস্তুকে পৃথিবী কত বলের সহিত নিজ কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ**

$$\therefore \quad 0=-32t+\tfrac{1}{2}\times 32\times t^2$$

অথবা $16t=32$

$$\therefore \quad t=2 \text{ sec.}$$

(iii) পাথরখণ্ড যখন সর্বাধিক উচ্চতায় পৌছায় তখন উহার বেগ শূন্য এবং ঐ উচ্চতা হইতে বস্তুর গতি বিবেচনা করিলে আমরা লিখিতে পারি,

$$u=0,\ h=3216 \text{ ft.},\ g=32 \text{ ft/sec.}^2,\ v=?$$

নিম্নগামী বস্তুর ক্ষেত্রে, $v^2=u^2+2gh$

$$=0^2+2\times 32\times 3216$$

$$\therefore \quad v=453{\cdot}6 \text{ ft/sec.}$$

(3) একটি 150 ft. উঁচু মিনার হইতে নীচের দিকে একটি পাথর ফেলা হইল। একই সময়ে মিনারের পাদদেশ হইতে 50 ft/sec. গতিবেগে আর একটি পাথর উপর দিকে ছোড়া হইল। কখন এবং কোথায় পাথর দুইটি মিলিত হইবে? ($g=32$ ft/sec.^{2})

ধরা যাক, t sec. পরে পাথর দুইটির সাক্ষাৎ ঘটিবে। এখন প্রথম পাথরখণ্ডের ক্ষেত্রে $h=ut+\frac{1}{2}gt^2$ সমীকরণে $u=0,\ g=32$ ft/sec.^{2}, $t=t,\ h=?$

$$\therefore \quad h=0.t+\tfrac{1}{2}.32.t^2$$

$$\therefore \quad h=16t^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(a)}$$

তাহা হইলে দ্বিতীয় পাথরখণ্ড t sec. সময়ে $(150-h)$ ft. আরোহণ করিল এবং এক্ষেত্রে $u=50$ ft/sec. ও ঊর্ধ্বগামী বস্তুর ক্ষেত্রে $h=ut-\frac{1}{2}gt^2$ সমীকরণ হইতে আমরা লিখিতে পারি,

$$(150-h)=50.t-\tfrac{1}{2}.32.t^2$$

$$\text{or,} \quad 150-h=50.t-16t^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad \text{(b)}$$

(a)-সমীকরণ হইতে $h=16t^2$ (b)-সমীকরণে বসাইয়া আমরা পাই,

$$150-h=50t-h$$

$$\therefore \quad 50t=150$$

$$\therefore \quad t=3 \text{ sec.}$$

$\therefore$ সুতরাং শীর্ষ হইতে $h=ut+\frac{1}{2}gt^2=0.t+\frac{1}{2}.32.3^2$

$=144$ ft. নীচে পাথরখণ্ডদ্বয়ের সাক্ষাৎ ঘটিবে।

(4) স্থিরাবস্থায় কোন বেলুন হইতে একটি পাথর নীচে ফেলা হইল। যদি শেষ $\frac{1}{4}$ sec. সময়ে পাথরটি 81 ft. নামিয়া থাকে, তাহা হইলে বেলুনের উচ্চতা ও পাথর মাটিতে পৌছাইবার সময় উহার গতিবেগ নির্ণয় কর। ($g=32$ ft/sec.^{2})

ধরা যাক, বেলুনের উচ্চতা $=h$ ft. এবং এই h ft. নামিতে যদি t sec. সময় লাগে

তাহা হইলে, $h=0.t+\frac{1}{2}\times 32\times t^2$.

অথবা, $h=16t^2$.

আর $(t-\frac{1}{4})$ sec. সময়ে পাথরখণ্ড যদি h' ft. নামিয়া আসে তাহা হইলে,

$$h'=0.(t-\tfrac{1}{4})+\tfrac{1}{2}\times 32\times (t-\tfrac{1}{4})^2=16(t-\tfrac{1}{4})^2$$

$$\therefore\quad h-h'=16[t^2-(t-\tfrac{1}{4})^2]=16[t^2-(t^2-\tfrac{1}{2}t+\tfrac{1}{16})]$$

কিন্তু প্রদত্ত শর্তানুযায়ী $h-h'=81$ ft.

$$81=16\left[\frac{t}{2}-\frac{1}{16}\right]=8t-1$$

$$\therefore\quad t=82/8 \text{ sec.}$$

$$=10{\cdot}25 \text{ sec}$$

অতএব, $h=16t^2=16(10{\cdot}25)^2=1681$ ft. = বেলুনের উচ্চতা।

আর $v=u+gt$ সমীকরণ হইতে,

$v=0+32\times 10{\cdot}25=328$ ft /sec.

= মাটিতে পতনের সময় পাথরটির বেগ

1.5. পতনশীল বস্তুর সূত্রাবলী (Laws of falling bodies) :

উপর হইতে যে-কোন বস্তুকে ছাড়িয়া দিলে তাহা সোজা নীচে মাটিতে আসিয়া পড়ে—ইহার কারণ অভিকর্ষজ বল বা পৃথিবীর আকর্ষণ। যেহেতু ভারী বস্তুর উপর পৃথিবীর আকর্ষণ বেশী, সেইজন্য প্রাচীন গ্রীক পণ্ডিতেরা মনে করিতেন ভারী বস্তু হালকা বস্তুর চাইতে তাড়াতাড়ি মাটিতে পড়ে। কিন্তু বিশ্ববিখ্যাত মনীষী গ্যালিলিও সর্বপ্রথম এই ধারণা ভুল বলিয়া প্রমাণ করেন। এই উদ্দেশ্যে গ্যালিলিও 1589 খ্রীষ্টাব্দে ইতালীর পিসা শহরের বিখ্যাত 180 ft. উঁচু হেলানো মিনারের ছাদ হইতে বিভিন্ন ধরনের কতকগুলি বস্তু বিভিন্নভাবে মাটিতে ফেলিয়া কতকগুলি পরীক্ষা-নিরীক্ষা করেন। তিনি লক্ষ্য করেন, বস্তুগুলির আয়তন এবং ওজন যাহাই হউক না কেন একই উচ্চতা হইতে যে-কোনভাবে উহাদের ফেলিবার সময় কোন বেগ না দিয়া ঠিক স্থির অবস্থা হইতে ছাড়িয়া দিলে উহারা প্রায় একই সময় মাটিতে আসিয়া পড়ে। যে সামান্য সময়ের পার্থক্য দেখা গিয়াছিল, গ্যালিলিওর মতে তাহা বায়ু কর্তৃক বাধা সৃষ্টি করিবার জন্য হইয়াছিল। এই ঘটনা হইতে গ্যালিলিও পতনশীল বস্তু সম্পর্কে কয়েকটি সূত্র প্রতিষ্ঠা করেন। সূত্রগুলি নিম্নে বিবৃত করা হইল।

স্থিরাবস্থা হইতে বিনা বাধায় নীচে পড়িবার সময়

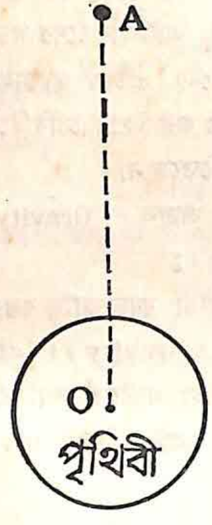
(i) **সকল বস্তুই সমান দ্রুততায় নীচে পড়ে,**

করিতেছে তাহাই বুঝায়। সুতরাং মনে রাখিতে হইবে, ওজন হইল কার্যতঃ একটি বল।

নিউটনের দ্বিতীয় সূত্র হইতে আমরা জানি, বল = ভর × ত্বরণ ; কাজেই কোন বস্তুর উপর কত অভিকর্ষজ বল ক্রিয়া করিতেছে তাহা জানিতে হইলে বস্তুর ভরকে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g) দ্বারা গুণ করিতে হইবে। আর এই অভিকর্ষজ বলকেই যখন বলা হয় বস্তুর ওজন W, অতএব বস্তুর ওজন = ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ

$$\text{বা } \mathbf{W = mg} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

মনে করা যাক, m ভরের একটি বস্তু পৃথিবার কেন্দ্র O হইতে d দূরত্বে A-অবস্থানে আছে (চিত্র 2)। এখন পৃথিবীর ভর M এবং ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল F হইলে, নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী,



চিত্র 2

$$F = G.\frac{Mm}{d^2}$$

এবং এই বলের জন্যই A-অবস্থান হইতে বস্তুটিকে ছাড়িয়া দিলে উহা নিম্নাভিমুখে পড়িবে ও উহার গতিতে একটি ত্বরণ সৃষ্টি হইবে—যাহাকে বলা হইয়াছে অভিকর্ষজ ত্বরণ (g)।

এখন বস্তুটি যদি g-ত্বরণের সহিত নিম্নাভিমুখে পড়ে, তাহা হইলে নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র হইতে আমরা জানি $F = mg$.

$$\therefore \quad mg = F = G.\frac{Mm}{d^2}$$

$$\text{সুতরাং} \quad \mathbf{g = \frac{GM}{d^2}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

যেহেতু G এবং M ধ্রুবক রাশি, সুতরাং $g \propto \frac{1}{d^2}$, অর্থাৎ, **কোন স্থানে g-এর মান পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে সেই স্থানের দূরত্বের বর্গের ব্যস্তানুপাতিক।** এই সমীকরণ হইতে আরও লক্ষ্য করিতে হইবে, কোন স্থানে g-এর মান বস্তুকণার ভরের (m) উপর নির্ভর করে না।

1.3.a. উপর হইতে কোন বস্তু ছাড়িয়া দিলে তাহা পৃথিবীর দিকে ধাবিত হয়, পৃথিবী উহার দিকে ধাবিত হয় না কেন ?

পৃথিবীর আকর্ষণের জন্য উপর হইতে কোন বস্তু ছাড়িয়া দিলে তাহা মাটিতে আসিয়া পড়ে। কিন্তু মহাকর্ষ সূত্র অনুযায়ী, বস্তুটিকে পৃথিবী যে-বলের সহিত

আকর্ষণ করে, বস্তুটিও পৃথিবীকে সেই একই বলের সহিত আকর্ষণ করে; অর্থাৎ মহাকর্ষীয় আকর্ষণ হইল পারস্পরিক। তবে বস্তুর দিকে পৃথিবী ধাবিত না হইয়া বস্তুটি পৃথিবীর দিকে ধাবিত হয় কেন? ইহার কারণ নিম্নোক্তভাবে ব্যাখ্যা করা যায়:—

আমরা জানি, বস্তু ও পৃথিবীর মধ্যে অভিকর্ষজ বল $F = G.\frac{Mm}{d^2}$; আবার প্রযুক্ত বল=ভর × ত্বরণ। কাজেই বস্তু পৃথিবীর দিকে যে-ত্বরণ সহকারে অগ্রসর হইবে তাহা হইল অভিকর্ষজ বল/বস্তুর ভর $= GM/d^2$, আর পৃথিবী বস্তুর দিকে যে-ত্বরণ সহকারে অগ্রসর হইবে তাহা হইল অভিকর্ষজ বল/পৃথিবীর ভর $= Gm/d^2$.

$$\therefore \quad \frac{\text{বস্তুর ত্বরণ}}{\text{পৃথিবীর ত্বরণ}} = \frac{M}{m}$$

এখন পৃথিবীর ভর (M) বস্তুর ভর (m) অপেক্ষা বহু বহু গুণ বেশী। সুতরাং বস্তুর ত্বরণ পৃথিবীর ত্বরণের তুলনায় বহুগুণ বেশী হইবে। এইজন্যই পৃথিবী বস্তুর দিকে ধাবিত হয় না, বস্তুই পৃথিবীর দিকে ধাবিত হয়।

এক কথায় বলিতে হইলে বলা যায় যে পৃথিবী ও বস্তুর মধ্যে আকর্ষণ পারস্পরিক হইলেও যেহেতু পৃথিবীর ভর বস্তুর ভর অপেক্ষা বহুগুণ বেশী সেইজন্য উপর হইতে কোন বস্তু ছাড়িয়া দিলে তাহা মাটিতে আসিয়া পড়ে, পৃথিবী বস্তুর দিকে সরিয়া যায় না।

1.4. অভিকর্ষাধীন গতির সমীকরণ (Equations of motion under gravity):

কোন বস্তু যখন অভিকর্ষের জন্য নীচের দিকে পড়িতে থাকে তখন উহার গতি ত্বরান্বিত হয় এবং এই ত্বরণের পরিমাণ g; আবার বস্তু যদি উপরের দিকে উঠিতে থাকে তাহা হইলে উহার গতি মন্দীভূত হয় এবং এই মন্দনের পরিমাণও g, তবে মন্দন বলিয়া g-এর পূর্বে ($-$) চিহ্ন বসাইতে হইবে। কাজেই কোন বস্তুকে প্রাথমিক বেগ সহকারে সোজা উপরের দিকে কিংবা নীচের দিকে ছুঁড়িয়া দিলে উহার গতি সাধারণ ঋজুগতি সম্পর্কীয় সমীকরণের (বলবিদ্যা অংশে 1.5 অনুচ্ছেদে আলোচনা করা হইয়াছে) অনুরূপ কয়েকটি সমীকরণ মানিয়া চলিবে। সুতরাং সাধারণ ঋজুগতির সমীকরণে ত্বরণ f-এর পরিবর্তে অভিকর্ষজ ত্বরণ g এবং অতিক্রান্ত দূরত্ব s-এর পরিবর্তে খাড়া উচ্চতা h বসাইলে অভিকর্ষাধীন গতির প্রয়োজনীয় সমীকরণ পাওয়া যাইবে।

অতএব নিম্নগামী বস্তুর ক্ষেত্রে,

$$\mathbf{v = u + gt} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5, i)$$

$$\mathbf{h = ut + \tfrac{1}{2}gt^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad (5, ii)$$

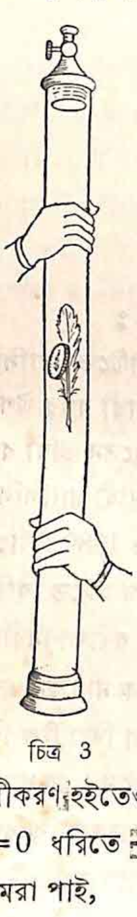
এবং $$\mathbf{v^2 = u^2 + 2gh} \quad \cdots \quad \cdots \quad (5, iii)$$

(ii) **পতনশীল বস্তু কোন নির্দিষ্ট সময়ে যে-বেগ প্রাপ্ত হয় তাহা পতনকালের সমানুপাতিক,** এবং

(iii) **পতনশীল বস্তু কোন নির্দিষ্ট সময়ে যে-দূরত্ব অতিক্রম করে তাহা পতনকালের বর্গের সমানুপাতিক।** ইহারাই পতনশীল বস্তুর সূত্র।

গ্যালিলিও যখন প্রথম সূত্রটি প্রতিষ্ঠা করেন তখন বায়ু-নিষ্কাশন পাম্প আবিষ্কৃত না হওয়ায় তাঁহার মতবাদ পরীক্ষামূলকভাবে প্রমাণ করা সম্ভব হয় নাই। কিন্তু পরবর্তী কালে বিজ্ঞানী নিউটন গিনি ও পালকের পরীক্ষাদ্বারা সূত্রটির সত্যতা প্রমাণ করেন।

গিনি ও পালকের পরীক্ষা—একমুখ খোলা ও একমুখ বন্ধ এবং প্রায় এক মিটার লম্বা একটি মোটা কাচনল লওয়া হইল (চিত্র 3)। কাচনলের মধ্যে একটি গিনি (স্বর্ণমুদ্রা) ও একটি পালক ঢুকাইয়া দিয়া উহার খোলামুখে একটি স্টপকক বসাইয়া দেওয়া হইল। নলটি যখন বায়ুপূর্ণ তখন উহাকে হঠাৎ উলটাইয়া দিলে দেখা যাইবে, গিনিটি অপরপ্রান্তে আগে পৌছায়। এইবার স্টপককের মধ্য দিয়া বায়ু-নিষ্কাশন পাম্পের সাহায্যে নলের বায়ু বাহির করিয়া লওয়া হইল। সুতরাং তখন আর বায়ুর কোন বাধা থাকিবে না। এইবার নলটিকে আবার উলটাইয়া দিলে দেখা যাইবে, পালক ও গিনি অপরপ্রান্তে একই সঙ্গে পৌছাইল। অতএব এই পরীক্ষা হইতে প্রমাণিত হইল, বাধা না থাকিলে কি ভারী, কি হালকা, সকল বস্তুই সমান দ্রুততায় নীচে পড়ে।



চিত্র 3

মনে করা যাক, কোন বস্তু স্থির অবস্থা হইতে পড়িতে আরম্ভ করিয়া t sec. সময়ে খাড়া h উচ্চতা অবতরণ করিল এবং সেই সময়ে v গতিবেগ সঞ্চয় করিল। তাহা হইলে,

পতনশীল বস্তুর দ্বিতীয় সূত্র অনুসারে, $v \propto t$ এবং তৃতীয় সূত্র অনুসারে, $h \propto t^2$.

পতনশীল বস্তুর সূত্রগুলি অভিকর্ষাধীন নিম্নগামী বস্তুর গতির সমীকরণ হইতেও ব্যাখ্যা করা যায়। পতনশীল বস্তুর কোন প্রাথমিক বেগ না থাকিলে $u=0$ ধরিতে হইবে ; সেক্ষেত্রে (5, i), (5, ii), (5, iii) সমীকরণগুলি হইতে আমরা পাই,

$$v=gt \quad \cdots \quad \cdots \quad (7, \text{i})$$

$$h=\tfrac{1}{2}gt^2 \quad \cdots \quad \cdots \quad (7, \text{ii})$$

$$v^2=2gh \quad \cdots \quad \cdots \quad (7, \text{iii})$$

4নং সমীকরণের আলোচনা প্রসঙ্গে বলা হইয়াছে, g-এর মান বস্তুকণার ভরের উপর নির্ভর করে না অর্থাৎ g-এর মান বস্তুনিরপেক্ষ। সেই জন্যই ছোট, বড় সব বস্তুই উপর হইতে সমান দ্রুততায় নীচে পড়ে। ইহাই পতনশীল বস্তুর প্রথম সূত্র। আবার নিউটনের গিনি ও পালকের পরীক্ষা হইতেও প্রমাণিত হইয়াছে বাধা না থাকিলে সব বস্তুই সমান সময়ে একই উচ্চতা অবতরণ করে; অর্থাৎ বস্তু-নির্বিশেষে h ও t সমান এবং তাহা হইলে (7, ii) সমীকরণ হইতে বলা যায় বস্তু-নির্বিশেষে g-এর মান সমান। অতএব একই জায়গায় সব বস্তুই সমান অভিকর্ষজ ত্বরণ সহকারে উপর হইতে মাটিতে আসিয়া পড়ে; অর্থাৎ অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তু-নিরপেক্ষ এবং যে-কোন জায়গায় ইহার মান একটি ধ্রুবক।

g-এর মান ধ্রুবক হইলে, (7, i) সমীকরণ হইতে আমরা পাই,

$v \propto t$, ইহাই পতনশীল বস্তুর দ্বিতীয় সূত্র;

আর (7, ii) সমীকরণ হইতে বলিতে পারি,

$h \propto t^2$, ইহাই পতনশীল বস্তুর তৃতীয় সূত্র।

1.6. অভিকর্ষজ ত্বরণের পরিবর্তনশীলতা (Variation of accleration due to gravity) ঃ

অভিকর্ষজ ত্বরণ বস্তু-নিরপেক্ষ এবং যে-কোন স্থানে ইহার মান একটি ধ্রুবক হইলেও, বিভিন্ন স্থানে ইহার মান কিন্তু বিভিন্ন হইয়া থাকে। নিম্নলিখিত কারণগুলির জন্য বিভিন্ন স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মান বিভিন্ন হইবে ঃ—

(1) পৃথিবীর অসম আকৃতি,

(2) ভূ-পৃষ্ঠ হইতে স্থানের উচ্চতা,

(3) পৃথিবীর অভ্যন্তরে কোন স্থানের ভূ-পৃষ্ঠ হইতে গভীরতা এবং

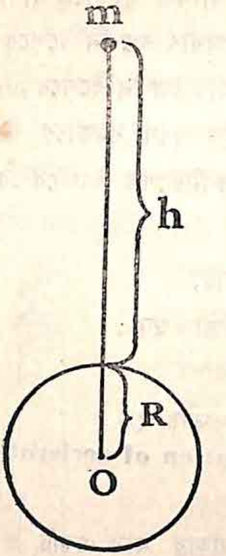
(4) পৃথিবীর আহ্নিক গতি। এই কারণগুলি নিম্নে একে একে আলোচনা করা হইল।

(1) পৃথিবীর অসম আকৃতির জন্য g-এর পরিবর্তনশীলতা (Variation of g due to nonspherical shape of the earth) ঃ—মনে করা যাক, পৃথিবীর ভর M ও ব্যাসার্ধ R এবং অপর কোন একটি বস্তুর ভর m. মহাকর্ষ সূত্রানুযায়ী বস্তুটিকে পৃথিবী $F = G.\frac{Mm}{R^2}$ বলের সহিত নিজ কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করিবে এবং তাহাই বস্তুর ওজন $W = mg$. অতএব $F = W = mg$.

$$\text{সুতরাং } \frac{GMm}{R^2} = mg$$

$$\text{বা, } g = \frac{GM}{R^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (8)$$

তাহা হইলে ভূ-পৃষ্ঠে g-এর মান GM/R^2 ; এখন G এবং M-এর মান ধ্রুবক হইলেও পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R-এর মান কিন্তু ভূ-পৃষ্ঠের সকল স্থানের জন্য সমান নয়, কারণ পৃথিবী সম্পূর্ণ গোলাকার নয়, মেরুপ্রদেশে একটু চাপা এবং বিষুবরেখা বা নিরক্ষ-রেখার অঞ্চলে একটু ফোলানো বা ফাঁপা। সুতরাং পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে মেরুদ্বয়ের দূরত্ব নিরক্ষবিন্দুর দূরত্ব অপেক্ষা কম। মেরু-ব্যাসার্ধ (polar radius) অপেক্ষা নিরক্ষীয় ব্যাসার্ধ (equatorial radius) প্রায় 21 km. বেশী। এই কারণে ভূপৃষ্ঠে মেরুপ্রদেশে g-এর মান বিষুবরেখার অঞ্চল হইতে বেশী। অথবা এভাবেও বলা যাইতে পারে, ভূ-পৃষ্ঠে বিষুবরেখার অঞ্চল হইতে মেরুপ্রদেশের দিকে অগ্রসর হইতে থাকিলে g-এর মান বৃদ্ধি পাইতে থাকিবে।



চিত্র 4

(2) **ভূ-পৃষ্ঠ হইতে স্থানের উচ্চতার জন্য g-এর পরিবর্তনশীলতা (Variation of g due to the altitude of the place) :**—মনে করা যাক, m ভর-বিশিষ্ট একটি বস্তু ভূ-পৃষ্ঠ হইতে খাড়া h উচ্চতায় অবস্থিত (চিত্র 4)। সেক্ষেত্রে পৃথিবীর কেন্দ্র হইতে বস্তুটির দূরত্ব $= R+h$ এবং তাহা হইলে বস্তুটির উপর অভিকর্ষজ বল $F = GMm/(R+h)^2$ (M = পৃথিবীর ভর) এবং যেহেতু এই অভিকর্ষজ বলই বস্তুটির ওজন $W = mg$, অতএব

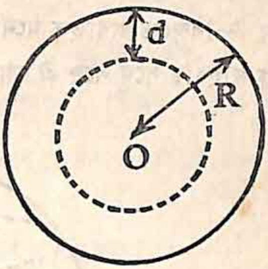
$$F = \frac{GMm}{(R+h)^2} = W = mg$$

$$\therefore \quad g = \frac{GM}{(R+h)^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (9)$$

অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ হইতে h-উচ্চতায় g-এর মান $GM/(R+h)^2$; এই সমীকরণ হইতে স্পষ্টতঃই দেখা যাইতেছে, ভূ-পৃষ্ঠ হইতে উচ্চতা (h) বাড়িলে g-এর মান কমিবে। এই কারণেই পর্বতের চূড়ায় কোন স্থানে g-এর মান উহার পাদদেশে g-এর মান অপেক্ষা কম।

(3) **পৃথিবীর অভ্যন্তরে ভূ-পৃষ্ঠ হইতে গভীরতার সহিত g-এর পরিবর্তনশীলতা (Variation of g due to depth inside the earth) :**— মনে করা যাক, m ভরবিশিষ্ট একটি বস্তু পৃথিবীর অভ্যন্তরে ভূ-পৃষ্ঠ হইতে d গভীরতায় অবস্থিত (চিত্র 5)। এখন পৃথিবীর কেন্দ্র O-বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া $(R-d)$

ব্যাসার্ধ লইয়া একটি গোলক কল্পনা করিলে উহা পৃথিবীকে দুইটি অংশে বিভক্ত করিবে। বাহিরের অংশটি হইবে d বেধের একটি ফাঁপা গোল খোলক, আর ভিতরের অংশটি হইবে $(R-d)$ ব্যাসার্ধের একটি নীরেট গোলক। বস্তুটি তাহা হইলে এখন ঠিক নীরেট গোলকটির বাহিরে এবং বাহিরের ফাঁপা খোলকটির মধ্যে অবস্থিত। যেহেতু ফাঁপা কোন খোলকের অভ্যন্তরে যে-কোন বিন্দুতে কোন আকর্ষণ বল নাই, কাজেই এমতাবস্থায় বস্তুটি কেবলমাত্র ভিতরের নীরেট গোলকের অংশের দ্বারা অভিকর্ষজ বল অনুভব করিবে; খোলক অংশটি কোন কার্যকর আকর্ষণ প্রয়োগ করিবে না। অতএব বস্তর উপর অভিকর্ষজ বল $F = \frac{G \times \text{ভিতরকার গোলকের অংশের ভর} \times m}{(R-d)^2}$



চিত্র 5

আবার ভিতরকার গোলকের অংশের ভর $= \frac{4}{3}\pi(R-d)^3.D$

[D = পৃথিবীর গড় ঘনত্ব]

$$\therefore \quad F = \frac{G.\frac{4}{3}.\pi(R-d)^3 Dm}{(R-d)^2} = G.\tfrac{4}{3}\pi(R-d).D.m.$$

এবং এই অভিকর্ষজ বলই বস্তুর ওজন $W = mg$

$$\therefore \; F = G.\frac{4}{3}\pi(R-d)D.\,m = W = mg$$

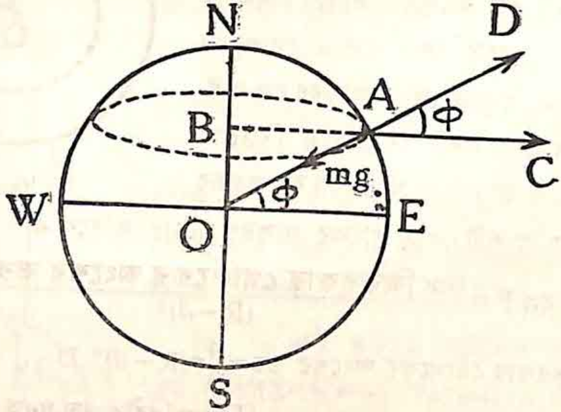
$$\therefore \quad g = G.\frac{4}{3}\pi(R-d)D, \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad \ldots \qquad (10)$$

অর্থাৎ ভূ-পৃষ্ঠ হইতে d গভীরতায় g-এর মান $G.\frac{4}{3}\pi(R-d)D$; এই সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে ভূ-পৃষ্ঠ হইতে গভীরতা (d) বাড়িলে g-এর মান কমিবে। এই কারণেই ভূ-পৃষ্ঠ হইতে পৃথিবীর অভ্যন্তরে যেমন কোন খনির মধ্যে প্রবেশ করিলে g-এর মান কমিয়া যায়।

বস্তুকে পৃথিবীর কেন্দ্রে লইয়া যাওয়া সম্ভব হইলে $R = d$ হইবে এবং সেক্ষেত্রে $g = 0$; অতএব **পৃথিবীর কেন্দ্রে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান শূন্য।**

(4) **পৃথিবীর আহ্নিকগতির জন্য g-এর পরিবর্তনশীলতা (Variation of g due to the earth's diurnal rotation)** :—আমরা জানি, পৃথিবী নিজ অক্ষ বেড়িয়া পশ্চিম হইতে পূর্বদিকে অনবরত পাক খাইতেছে। মনে করা যাক, পৃথিবীর কেন্দ্রবিন্দু O এবং ব্যাসার্ধ OA = R (চিত্র 6)। এখন পৃথিবী যদি নিজ অক্ষ NS বেড়িয়া ω সমকৌণিক বেগের সহিত পাক খাইতে থাকে, তাহা হইলে ভূ-পৃষ্ঠে অবস্থিত সকল বস্তুই ঐ একই অক্ষকে বেড়িয়া একই কৌণিক বেগে ঘুরিবে ; ফলে ভূ-পৃষ্ঠের

বিভিন্ন স্থানে অবস্থিত বস্তুগুলির রৈখিক বেগ ভিন্ন হইবে, কারণ, অক্ষ হইতে ভূ-পৃষ্ঠের সকল স্থানের দূরত্ব সমান নয়। এখন m ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকে ϕ-অক্ষাংশে ভূ-পৃষ্ঠের উপর A-বিন্দুতে অবস্থিত মনে করিলে উহার রৈখিক বেগ $= AB \times \omega$, কারণ পৃথিবী পাক খাইবার সঙ্গে সঙ্গে ঐ বস্তু NS-অক্ষের চারিদিকে AB-ব্যাসার্ধের বৃত্তপথে ঘুরিবে।



চিত্র 6

এখন $AB = OA \cos\phi = R \cos\phi$; কাজেই ঐ বস্তুর রৈখিক বেগ $= v = AB.\omega = R \cos\phi.\omega$. অতএব ঐ বস্তু AB-ব্যাসার্ধের বৃত্তাকার পথে আবর্তনের ফলে BAC অভিমুখে অপকেন্দ্রিক বল $\frac{mv^2}{AB} = \frac{mR^2\cos^2\phi.\omega^2}{R\cos\phi} = mR\cos\phi.\omega^2$ অনুভব করিবে।

এখন OAD অভিমুখে এই অপকেন্দ্রিক বলের উপাংশ $= mR\cos\phi.\omega^2.\cos\phi = mR\omega^2.\cos^2\phi$.

আর বস্তুটির উপর অভিকর্ষজ বল mg, AO-অভিমুখে ক্রিয়া করে। অতএব বস্তুর উপর পৃথিবীর কেন্দ্রাভিমুখে যে লব্ধ অভিকর্ষজ বল ক্রিয়া করিবে তাহা $= mg - mR\omega^2\cos^2\phi$. [g = পৃথিবী স্থির থাকিলে যে অভিকর্ষজ ত্বরণ হইত] $= m(g - R\omega^2\cos^2\phi)$

এখন ϕ-অক্ষাংশে ভূ-পৃষ্ঠে অবস্থিত বস্তুর উপর AO-অভিমুখে যে অভিকর্ষজ ত্বরণ হইবে তাহা g_ϕ ধরিলে,

$$g_\phi = \frac{\text{বস্তুর উপর ক্রিয়ারত লব্ধ অভিকর্ষজ বল}}{\text{বস্তুর ভর}}$$

$$= \frac{m(g - R\omega^2\cos^2\phi)}{m}$$

সুতরাং, $g_{\phi}=g-R\omega^2\cos^2\phi$ .. .. (11)

11নং সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে, পৃথিবী নিজ অক্ষের উপর পাক খাইবার ফলে ভূ-পৃষ্ঠে যে-কোন অক্ষাংশে g-এর মান $R\omega^2\cos^2\phi$ কমিয়া যাইতেছে।

এখন বিষুবরেখায় $\phi=0$, কাজেই $\cos\phi=1$, সুতরাং ঐ স্থানে g_{ϕ}-এর মান সর্বনিম্ন ; আর মেরুপ্রদেশে $\phi=90^\circ$, কাজেই $\cos\phi=0$, সুতরাং মেরুতে $g\phi$-এর মান সর্বাধিক।

1.7. ওজনের পরিবর্তনশীলতা (Variation of weight) :

1.3 অনুচ্ছেদে বলা হইয়াছে, বস্তুর ওজন = বস্তুর ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ অর্থাৎ, $W=mg$.

এখন বস্তুর ভর (m) বলিতে বোঝায় ঐ বস্তুতে পদার্থের পরিমাণ এবং ইহা স্থান-কাল-নির্বিশেষে ধ্রুবক ; আর যেহেতু অভিকর্ষজ ত্বরণ g-এর মান কোন-নির্দিষ্ট স্থানের জন্য ধ্রুবক এবং ভিন্ন ভিন্ন স্থানে ইহার মান এক নহে, কাজেই কোন বস্তুর ওজন নির্দিষ্ট স্থানে ধ্রুবক হইলেও পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে এক নহে। ঠিক যে-কারণে এবং নিয়মে g-এর মান পরিবর্তিত হয়, সেই একই কারণে এবং নিয়ম অনুযায়ী বস্তুর ওজনও পরিবর্তিত হইবে।

ভর ও ওজনের পার্থক্য (Difference between mass and weight) :—

বস্তুর ভর ও ওজন এক জিনিস নহে। ইহাদের সম্বন্ধে নিম্নোক্ত বিষয়গুলি বিশেষ-ভাবে মনে রাখিতে হইবে :—

(i) ভর বলিতে বস্তুটির মধ্যে কতটা জড় পদার্থ আছে তাহাই বুঝায় কিন্তু ওজন হইল কার্যতঃ একটি বল, অর্থাৎ যে-বলের সহিত পৃথিবী ঐ বস্তুকে নিজ কেন্দ্রের দিকে আকর্ষণ করে।

(ii) বস্তুর ভরকে g-দ্বারা গুণ করিলে বস্তুর ওজন বা ভার পাওয়া যায়। কাজেই বস্তুর ওজন বা ভার এবং ভর কখনই এক জিনিস হইতে পারে না।

(iii) বস্তুকে যেখানেই লইয়া যাওয়া হউক না কেন, উহার ভর সর্বদা অপরিবর্তিত থাকে। কিন্তু পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে g-এর মান বিভিন্ন হওয়ার জন্য বস্তুর ওজনও বিভিন্ন হইবে। যেমন পর্বতের চূড়ায় কোন বস্তুর ওজন ভূ-পৃষ্ঠের চাইতে কম। পৃথিবীর কেন্দ্রে g-এর মান শূন্য বলিয়া কোন বস্তুকে পৃথিবীর কেন্দ্রে লইয়া যাইতে পারিলে উহার ওজন শূন্য হইবে বা বস্তুটি ভারহীন বলিয়া মনে হইবে।

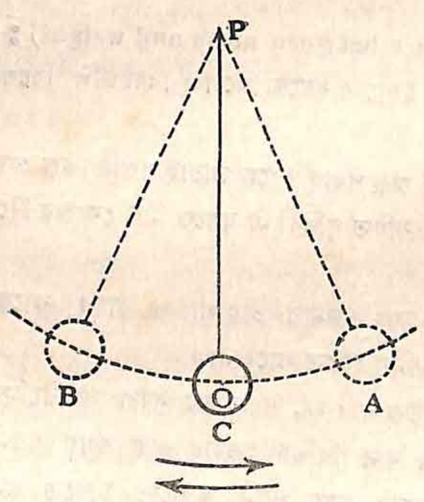
বস্তুর স্থিতি, গতি, উষ্ণতা, চুম্বকত্ব কিংবা তড়িতাবস্থা কিছুই বস্তুর ভরকে প্রভাবান্বিত করিতে পারে না—এইজন্য **ভরকে বস্তুর স্বকীয় ধর্ম** (intrinsic

property) হিসাবে গণ্য করা হয়। কিন্তু ওজন বস্তুর স্বকীয় ধর্ম নয়; কারণ ওজন পরিবর্তনশীল।

[এই প্রসঙ্গে মনে রাখা উচিত, বিশ্ববিখ্যাত বিজ্ঞানী অ্যালবার্ট আইনস্টাইনের আপেক্ষিক তত্ত্ববাদ (Theory of relativity) অনুযায়ী বস্তুর গতিবেগ আলোর গতিবেগের কাছাকাছি হইলে বস্তুর ভর পরিবর্তিত হয়। কিন্তু সাধারণ ক্ষেত্রে বস্তুর গতিবেগ আলোর গতিবেগের তুলনায় অনেক কম বলিয়া এই পরিবর্তন ধর্তব্যের মধ্যে নয়।]

1.8. সরল দোলক ও দোলক সংক্রান্ত কয়েকটি পদ (Simple pendulum and few terms relating to pendulum) :

একটি ভারী বস্তুকণাকে কোন দৃঢ় অবলম্বন হইতে ভারহীন (weightless), অপ্রসার্যমান (inextensible) ও সম্পূর্ণ নমনীয় (perfectly flexible) তারের সাহায্যে ঝুলাইয়া দিলে যদি উহা বিনা বাধায় স্বাধীনভাবে দুলিতে পারে তবে উহাকে **সরল** বা **সাধারণ দোলক** (**Simple pendulum**) বলে। কিন্তু বাস্তব ক্ষেত্রে এইসকল শর্ত পালন করিয়া কোন দোলক তৈয়ারি করা সম্ভব নয়। এইজন্য সাধারণতঃ একটি পিতলের ছোট গোল বলকে পাকহীন সরু সুতার দ্বারা কোন আংটার সাহায্যে দৃঢ় অবলম্বন হইতে ঝুলাইয়া পরীক্ষাগারে সরল দোলক প্রস্তুত করা হয়। এইরূপ একটি সরল দোলককে একপাশে একটু টানিয়া ছাড়িয়া দিলে দোলকটি এপাশ-ওপাশ দুলিতে থাকিবে। প্রমাণ করা যায়, দোলকের এই গতি **সরল দোল-গতি** (**Simple harmonic motion**) ['কম্পন এবং তরঙ্গ'—এই অংশে আলোচনা করা হইবে]।



চিত্র 7

ধরা যাক, একটি পিতলের ছোট গোল বল C-কে (চিত্র 7) সুতার সাহায্যে কোন স্থির অবলম্বনের P-বিন্দু হইতে ঝুলানো হইয়াছে। স্বাভাবিক অবস্থায় এই দোলকটির অবস্থিতি PO. এইবার দোলকটি একপাশে একটু টানিয়া ও পরে ছাড়িয়া দিয়া দোলকটিকে দোলাইয়া দেওয়া হইল। মনে করা যাক, দোলকটি AOB-পথে এপাশ-ওপাশ দুলিতেছে। P-বিন্দুকে বলা হয় **বিলম্ব-বিন্দু** (**point of suspension**), আর দোদুল্যমান

পিতলের গোল বলটিকে বলা হয় দোলকের **পিণ্ড** (**bob**)। বিলম্ব-বিন্দু হইতে পিণ্ডের ভারকেন্দ্রের দূরত্বকে দোলকের **কার্যকর দৈর্ঘ্য** (**effective length**) বলে। এক্ষেত্রে পিণ্ড একটি গোল বল হওয়ায় উহার ভারকেন্দ্র উহার কেন্দ্রবিন্দুতেই অবস্থিত। সুতরাং PO দৈর্ঘ্য এক্ষেত্রে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য।

স্থির অবস্থান হইতে একপ্রান্তে সর্বাপেক্ষা দূরে দোলকটি যতটা স্থানান্তরিত হয়, তাহাকে দোলকের **বিস্তার** (**amplitude**) বলে। এই বিস্তার দুইভাবে প্রকাশ করা যায়। OA বা OB দূরত্ব দিয়া প্রকাশ করিলে, তাহাকে **রৈখিক-বিস্তার** (**linear amplitude**) বলে। আবার $\angle APO$ অথবা $\angle BPO$ দ্বারা বিস্তার প্রকাশ করা যাইতে পারে। সেক্ষেত্রে এই কোণগুলিকে বলা হয় **কৌণিক-বিস্তার** (**angular amplitude**)।

দোলকের পিণ্ডটি গতিপথের যে-কোন বিন্দু হইতে যে-কোন দিকে যাত্রা শুরু করিয়া পুনরায় সেইদিকে সেই বিন্দুতে ফিরিয়া আসিলে তাহাকে এক **সম্পূর্ণ দোলন** (**Complete Oscillation**) বলা হয় ; অতএব পিণ্ডটি একপ্রান্ত হইতে অপর প্রান্তে গিয়া আবার সেই প্রান্তে ফিরিয়া আসিলে একটি সম্পূর্ণ দোলন হইবে। আর দোলকের অর্ধেক গতিকে স্পন্দন (vibration or beat) বলে, অর্থাৎ পিণ্ডটি একপ্রান্ত হইতে অপর প্রান্তে পৌঁছাইলে একটি স্পন্দন হইবে। দোলকের একটি সম্পূর্ণ দোলনের জন্য যে-সময় লাগে তাহাকে বলে দোলকের **দোলনকাল** (**Time period**) ; আর এক সেকেণ্ড সময়ে দোলকটির যতবার দোলন হয়, সেই সংখ্যাকে বলে দোলকের **কম্পাঙ্ক** (Frequency)। তাহা হইলে দোলনকাল যদি T এবং কম্পাঙ্ক n হয়, তবে $nT=1$.

প্রমাণ করা যায়, দোলকের বিস্তার যদি বেশী না হয় (কৌণিক বিস্তার 4° ডিগ্রীর কম), তাহা হইলে দোলকের দোলনকাল নিম্নের সমীকরণ অনুযায়ী হইবে :—

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (12)$$

যেখানে T=দোলনকাল ; L=কার্যকর দৈর্ঘ্য ; g=অভিকর্ষজ ত্বরণ এবং π=একটি ধ্রুবক, যাহার মান 3·14.

1.9. দোলকের সূত্রাবলী (Laws of Simple Pendulum) :

সরল দোলকের গতি চারিটি সূত্র মানিয়া চলে। ইহাদের দোলকের সূত্র বলা হয়। গ্যালিলিও সর্বপ্রথম দোলকের গতির বিশেষত্ব লক্ষ্য করেন এবং কয়েকটি সূত্রের সাহায্যে ইহাদের মধ্যে সম্বন্ধ প্রকাশ করেন। সূত্রগুলি নিম্নরূপ :—

(1) সমকাল সূত্র (Laws of isochronism) :

কৌণিক বিস্তার বেশী না হইলে (4° ডিগ্রীর কম) বিস্তারের হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটিলেও

দোলকের দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকে ; অর্থাৎ বিস্তার 4° ডিগ্রীর কম থাকিলে দোলকের দোলনকাল বিস্তারের উপর নির্ভর করে না।

(2) **দৈর্ঘ্যের সূত্র (Law of Length) :**

কোন নির্দিষ্ট স্থানে (অর্থাৎ g-এর মান ধ্রুবক) সরল দোলকের দোলনকাল উহার কার্যকর দৈর্ঘ্যের বর্গমূলের সমানুপাতিক ($T \propto \sqrt{L}$)। অর্থাৎ, কার্যকর দৈর্ঘ্য 4 গুণ করিলে দোলনকাল দ্বিগুণ হইবে, অথবা কার্যকর দৈর্ঘ্য চারভাগের একভাগ হইলে দোলনকাল অর্ধেক হইবে ; ইত্যাদি।

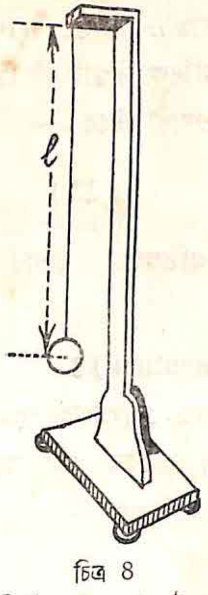
(3) **ত্বরণের সূত্র (Law of Acceleration) :**

দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্দিষ্ট থাকিলে উহার দোলনকাল অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক $\left(T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}\right)$। এই সূত্রানুযায়ী অভিকর্ষজ ত্বরণের মান বৃদ্ধি পাইলে দোলনকাল হ্রাস পাইয়া থাকে।

(4) **ভরের সূত্র (Law of Mass) :**

কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকিলে কোনও স্থানে দোলকের দোলনকাল পিণ্ডের ভর কিংবা উহার উপাদানের উপর নির্ভর করে না। অর্থাৎ পিণ্ডটি ছোট কি বড়, পিতল কিংবা সীসার যাহাই হউক না কেন, কার্যকর দৈর্ঘ্য সমান থাকিলে কোন নির্দিষ্ট স্থানে দোলনকালও সমান হইবে।

1.10. দোলকের সূত্রগুলির পরীক্ষামূলক প্রমাণ (Experimental Verification of the Laws of Pendulum) :



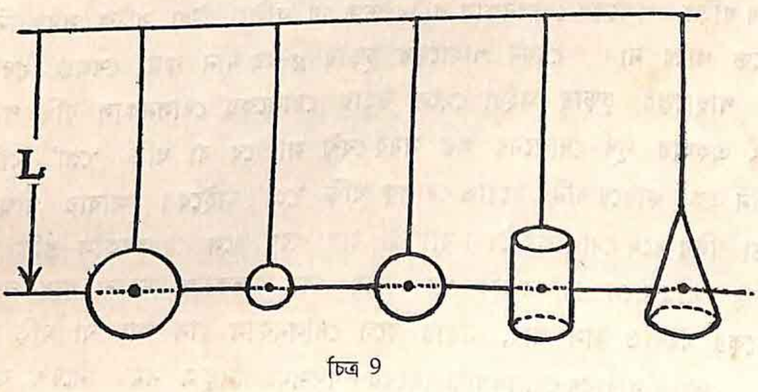
চিত্র 8

প্রথম সূত্র—একটি ভারী পিতলের বলকে সূতার সাহায্যে ঝুলাইয়া একটি সরল দোলক (চিত্র 8) তৈয়ারি করা হইল এবং উহাকে এরূপে দোলাইয়া দেওয়া হইল যে বিস্তার যেন 4° ডিগ্রীর মধ্যে থাকে। 30 বার পূর্ণ দোলনের জন্য কতটা সময় লাগে তাহা একটি স্টপ-ওয়াচের সাহায্যে নির্ণয় করা হইল। ঐ সময়কে 30 দিয়া ভাগ করিলে একবার পূর্ণ দোলনের সময় বা দোলকের দোলনকাল পাওয়া যাইবে। দোলককে বিভিন্ন বিস্তারে দোলাইয়া ঐরূপে উহার দোলনকাল নির্ণয় করিলে দেখা যাইবে দোলনকাল একই হইতেছে। তাহা হইলে প্রমাণিত হইল, দোলকের দোলনকাল বিস্তারের উপর নির্ভর করে না—ইহাই সমকাল সূত্র।

দ্বিতীয় সূত্র—একটি সরল দোলক (চিত্র 8) লইয়া উহার কার্যকর দৈর্ঘ্য মাপা হইল। স্লাইড-ক্যালিপার্স নামক যন্ত্রের সাহায্যে পিণ্ডের ব্যাসার্ধ মাপিয়া উহাকে সুতার দৈর্ঘ্যের সঙ্গে যোগ করিলে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য পাওয়া যাইবে। এইবার পূর্ববর্ণিত উপায়ে দোলকের দোলনকাল নির্ণয় করা হইল। কয়েকবার সুতার দৈর্ঘ্য পরিবর্তন করিয়া ঐরূপে দোলনকাল নির্ণয় করিলে বিভিন্ন কার্যকর দৈর্ঘ্যের জন্য দোলনকাল পাওয়া যাইবে। এইবার কার্যকর দৈর্ঘ্যের বর্গমূলকে তাহাদের দোলনকাল দিয়া ভাগ করিলে ভাগফল সর্বদা সমান হইবে, অর্থাৎ $\frac{\sqrt{L}}{T}$ = ধ্রুবক; অথবা $T \propto \sqrt{L}$—ইহাই দৈর্ঘ্যের সূত্র। (মনে রাখিতে হইবে, বিস্তার 4° ডিগ্রীর কম করিতে হইবে)।

তৃতীয় সূত্র—এই সূত্রের সত্যতা নিরূপণের জন্য একটি নির্দিষ্ট দৈর্ঘ্যের সরল দোলককে পৃথিবীর বিভিন্ন স্থানে লইয়া পূর্বোক্ত উপায়ে দোলনকাল নির্ণয় করিতে হইবে। পৃথিবীর সকল স্থানে অভিকর্ষজ ত্বরণের মান সমান নয় বলিয়া দোলনকাল এক হইবে না। কিন্তু প্রত্যেক স্থানের দোলনকালকে ঐ স্থানের অভিকর্ষজ ত্বরণের বর্গমূল দিয়া গুণ করিলে গুণফল একটি ধ্রুবক হইবে। অর্থাৎ, $T\sqrt{g}$ = ধ্রুবক, অথবা $T \propto \frac{1}{\sqrt{g}}$—ইহাই ত্বরণের সূত্র (এখানেও বিস্তার 4° ডিগ্রীর কম রাখিতে হইবে)।

চতুর্থ সূত্র—বিভিন্ন ওজন, উপাদান ও ব্যাসের কয়েকটি পিণ্ড লইয়া কয়েকটি সরল দোলক এমনভাবে তৈয়ারি করা হইল যাহাতে উহাদের সকলের কার্যকর



চিত্র 9

দৈর্ঘ্য সমান হয় (চিত্র 9)। এইবার দোলকগুলির দোলনকাল নির্ণয় করিলে দেখা যাইবে, প্রত্যেকের দোলনকাল সমান (মনে রাখিতে হইবে, এক্ষেত্রেও বিস্তার

4° ডিগ্রীর কম রাখিতে হইবে)। অর্থাৎ দোলকের দোলনকাল পিণ্ডের ভর কিংবা উপাদানের উপর নির্ভর করে না—ইহাই ভরের সূত্র।

1.11. সেকেণ্ড দোলক (Second's Pendulum) এবং দোলক ঘড়ি (Pendulum Clock) :

যে সরল দোলকের দোলনকাল 2 sec. তাহাকে **সেকেণ্ড দোলক** বলে। নিম্নোক্ত উপায়ে সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় করা যায় :—

আমরা জানি, $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$.

এখন $\pi=\frac{22}{7}$ এবং সেকেণ্ড দোলকের ক্ষেত্রে $T=2$ secs.

সি. জি. এস্. পদ্ধতি অনুযায়ী $g=981$ cm/sec.^{2} ধরিলে,

$$2=2\times\frac{22}{7}\times\sqrt{\frac{L}{981}}$$

অথবা, $$L=\frac{981\times4}{4\times(\frac{22}{7})^2}=\frac{981}{9{\cdot}86}$$

$$=\mathbf{99{\cdot}492\ cm.}$$

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতি অনুযায়ী $g=32$ ft/sec.^{2} ধরিলে,

$$L=\frac{32\times4}{4\times(\frac{22}{7})^2}=\frac{32}{9{\cdot}86}$$

$$=\mathbf{3{\cdot}245\ ft.}$$

দোলকঘড়ি উহার দোলকের দোলনকাল দ্বারা সময় নির্দেশ করে। কিন্তু বিবিধ কারণে ঘড়ির দোলকের দোলনকাল পরিবর্তিত হয় বলিয়া উহা সঠিক সময় নির্দেশ করিতে পারে না। যেমন পাহাড়ের চূড়ায় g-এর মান কম, সেজন্য দোলক-ঘড়ি পাহাড়ের চূড়ায় লইয়া গেলে উহার দোলকের দোলনকাল বৃদ্ধি পাইবে, অর্থাৎ একবার পূর্ণ দোলনের জন্য সময় বেশী লাগিবে বা ঘড়ি 'স্লো' যাইবে। তেমনি একই কারণে খনির মধ্যেও দোলক ঘড়ি 'স্লো' যাইবে। আবার গ্রীষ্মকালে উষ্ণতা বৃদ্ধির সঙ্গে দোলকের দৈর্ঘ্য বাড়িয়া যায় এবং ফলে দোলনকাল বৃদ্ধি পায়। কাজেই গ্রীষ্মকালে দোলকঘড়ি 'স্লো' যায় এবং শীতকালে উষ্ণতা হ্রাস পাওয়ায় দোলকের দৈর্ঘ্যও হ্রাস পায়, যাহার ফলে দোলনকাল হ্রাস পায় বা ঘড়ি 'ফাস্ট' যায়। এইজন্য সাধারণ দোলকঘড়ি বছরের সব সময় নির্ভুল সময় নির্দেশ করিতে পারে না। এই অসুবিধার জন্য প্রতিবিহিত (compensated) দোলকের ব্যবহার করা হয় (তাপবিজ্ঞান অংশে বিশদ আলোচনা করা হইয়াছে)।

1.12. সরল দোলকের সাহায্যে g-এর মান নির্ণয় (Determination of g by simple pendulum) ঃ

যেহেতু সরল দোলকের দোলনকাল $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$,

$$\therefore \quad g=4\pi^2\frac{L}{T^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (13)$$

কাজেই একটি সরল দোলক তৈয়ারি করিয়া 1.10 অনুচ্ছেদে বর্ণিত উপায়ে দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য L ও দোলনকাল T নির্ণয় করিয়া (13)নং সমীকরণ হইতে g-এর মান নির্ণয় করা যাইতে পারে।

1.13. সরল দোলকের সাহায্যে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় (Determination of height of a hill by simple pendulum) ঃ

মনে করা যাক, ভূপৃষ্ঠে একটি সরল দোলকের দোলনকাল T sec. এবং পাহাড়ের চূড়ায় উহার দোলনকাল T' sec.। এখন ভূপৃষ্ঠে এবং পাহাড়ের চূড়ায় অভিকর্ষজ ত্বরণের মান যথাক্রমে g ও g' হইলে আমরা লিখিতে পারি,

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \text{ এবং } T'=2\pi\sqrt{\frac{L}{g'}}$$

$$\therefore \quad \frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{g}{g'}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (i)$$

এখন আমরা জানি, ভূপৃষ্ঠে $g=\frac{GM}{R^2}$ (8নং সমীকরণ) এবং পাহাড়ের চূড়ায় $g'=\frac{GM}{(R+h)^2}$ (9নং সমীকরণ হইতে), এখানে h হইল পাহাড়ের উচ্চতা।

$$\therefore \quad \frac{g}{g'}=\frac{(R+h)^2}{R^2} \quad \cdots \quad \cdots \quad (ii)$$

(i) ও (ii) সমীকরণ হইতে আমরা লিখিতে পারি,

$$\frac{T'}{T}=\sqrt{\frac{g}{g'}}=\sqrt{\frac{(R+h)^2}{R^2}}$$

$$\therefore \quad \frac{T'}{T}=1+\frac{h}{R} \quad \cdots \quad \cdots \quad (14)$$

পৃথিবীর ব্যাসার্ধ R জানা থাকিলে T ও T'-এর মান নির্ণয় করিয়া (14)নং সমীকরণ হইতে পাহাড়ের উচ্চতা h নির্ণয় করা যায়।

উদাহরণ ঃ

(1) কোন এক স্থানে একটি সাধারণ দোলক মিনিটে 25 বার পূর্ণদোলন সম্পন্ন করে। ঐ স্থানে g = 978 cm/sec.^{2} হইলে দোলকের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

দোলকটির কম্পাঙ্ক প্রতি মিনিটে 25 বার অর্থাৎ 25 বার পূর্ণদোলনের জন্য 60 sec. সময় লাগে। সুতরাং ঐ দোলকের দোলনকাল $T=60/25=2{\cdot}4$ sec.

আমরা জানি, $T=2\pi\sqrt{\dfrac{L}{g}}$

$$\therefore \quad L=\frac{gT^2}{4\pi^2}$$

$$=\frac{978\times(2{\cdot}4)^2}{4\times(3{\cdot}14)^2}=143{\cdot}2 \text{ cm.}$$

সুতরাং দোলকের নির্ণেয় দৈর্ঘ্য $=143{\cdot}2$ cm.

(2) কোন স্থানে একটি সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 100 cm.; সেই স্থানে অপর একটি দোলক প্রতি মিনিটে 25 বার পূর্ণদোলন সম্পাদন করিলে উহার দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর।

সেকেণ্ড দোলকের দোলনকাল $T=2$ sec. এবং এখানে উহার কার্যকর দৈর্ঘ্য $=100$ cm.। দ্বিতীয় দোলকের দোলনকাল $T_1=\frac{60}{25}=2{\cdot}4$ sec. এবং মনে করা যাক, ইহার কার্যকর দৈর্ঘ্য $=l$. সুতরাং,

$$T=2\pi\sqrt{\frac{100}{g}} \text{ এবং } T_1=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\therefore \quad \frac{T}{T_1}=\sqrt{\frac{100}{l}}$$

$$\text{অতএব, } \frac{2}{2{\cdot}4}=\sqrt{\frac{100}{l}}$$

$$\therefore \quad l=\frac{(2{\cdot}4)^2\times 100}{(2)^2}=144 \text{ cm.}$$

অতএব, দোলকের নির্ণেয় দৈর্ঘ্য $=144$ cm.

(3) 1·6 sec. এবং 1·7 sec. দোলনকালের দুইটি দোলককে একই সঙ্গে দোলাইয়া দেওয়া হইল। কতক্ষণ পরে একটি দোলক অপরটি অপেক্ষা একটি পূর্ণদোলন বেশী সম্পন্ন করিবে? ঐ সময়ের মধ্যে দ্রুততর দোলকটি কতগুলি পূর্ণদোলন সম্পন্ন করিবে?

মনে করা যাক, x sec. পরে একটি দোলক অপরটি অপেক্ষা একটি পূর্ণদোলন বেশী সম্পন্ন করিল। তাহা হইলে, প্রথম দোলকটি x sec. সময়ে যতগুলি পূর্ণদোলন সম্পন্ন করে তাহার সংখ্যা $=x/1{\cdot}6$ এবং দ্বিতীয় দোলকটির ক্ষেত্রে ঐ সংখ্যা $=x/1{\cdot}7$.

এখন শর্তানুযায়ী, $\frac{x}{1{\cdot}6}-\frac{x}{1{\cdot}7}=1$

$$\therefore\quad x\frac{1{\cdot}7-1{\cdot}6}{1{\cdot}6\times1{\cdot}7}=1$$

$$\therefore\quad x\frac{{\cdot}1}{1{\cdot}6\times1{\cdot}7}=1$$

$$\therefore\quad x=\frac{1{\cdot}6\times1{\cdot}7}{{\cdot}1}=27{\cdot}2$$

অতএব 27·2 sec. পরে একটি দোলক অপরটি অপেক্ষা একটি বেশী পূর্ণদোলন সম্পন্ন করিবে এবং এই সময়ে অপেক্ষাকৃত দ্রুত দোলকটি (যাহার দোলনকাল 1·6 sec.) 27·2/1·6 = 17টি পূর্ণদোলন সম্পন্ন করিবে।

(4) একটি ত্রুটিপূর্ণ সেকেণ্ড দোলক প্রতিদিন 20 sec. স্লো যায়। ঐ দোলকের দৈর্ঘ্য কতটা পরিবর্তন করিলে উহা সঠিক সময় নির্দেশ করিবে?

1 দিন = (24 × 60 × 60) sec. = 86400 sec. ; দোলকটি দিনে 20 sec. স্লো যায় অর্থাৎ উহা প্রতিদিন (86400 − 20) = 86380 বার স্পন্দিত হইবে।

সুতরাং দোলকটির একবার স্পন্দনের সময় $t=\frac{86400}{86380}$ sec.

মনে করা যাক, ত্রুটিপূর্ণ সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য $=l_1$ cm. ; কাজেই উহার অর্ধদোলন বা একবার স্পন্দনের সময় $t=\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$.

$$\therefore\quad \frac{86400}{86380}=\pi\sqrt{\frac{l_1}{g}}$$

$$\text{or,}\quad \left(\frac{86400}{86380}\right)^2=\frac{\pi^2 l_1}{g}$$

$$\therefore\quad l_1=\frac{g}{\pi^2}\left(\frac{86400}{86380}\right)^2=\frac{g}{\pi^2}\left(1+\frac{20}{86380}\right)^2$$

$$=\frac{g}{\pi^2}\left(1+\frac{2\times20}{86380}\right),\ (\text{প্রায়})$$

$$=\frac{g}{\pi^2}\left(1+\frac{2}{4319}\right)$$

নির্ভুল সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য l ধরিলে আমরা জানি

$$t=1=\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

$$\text{or,}\quad l=\frac{g}{\pi^2}$$

যেহেতু দোলক স্লো যায়, সুতরাং উহার দৈর্ঘ্য নিশ্চয়ই বাড়িয়া গিয়াছে।

$\therefore$ দৈর্ঘ্যের প্রয়োজনীয় পরিবর্তন $= l_1 - l = \frac{g}{\pi^2} \cdot \frac{2}{4319}$

$$= \frac{981}{(3\cdot14)^2} \times \frac{2}{4319}$$

$$= 0\cdot046 \text{ cm.}$$

(5) ভূপৃষ্ঠে কোন স্থানে একটি সেকেণ্ড দোলক সঠিক সময় নির্দেশ করে, কিন্তু পর্বতশৃঙ্গে লইয়া গেলে প্রতিদিন 10 sec. ধীরে যায়। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km. হইলে ঐ পর্বতশৃঙ্গের উচ্চতা নির্ণয় কর।

1 দিন = 86400 sec. ; পর্বতশৃঙ্গে দোলকটি দিনে 10 sec. ধীরে যাওয়ায় উহা প্রতিদিন (86400 − 10) = 86390 অর্ধদোলন সম্পন্ন করিতেছে।

সুতরাং একটি অর্ধদোলনের সময় $= \frac{86400}{86390}$ sec. এবং একটি পূর্ণদোলনের সময় বা দোলনকাল $T' = \frac{86400 \times 2}{86390}$ sec.

আমরা জানি, $\frac{T'}{T} = 1 + \frac{h}{R}$, ... [14নং সমীকরণ]

এক্ষেত্রে $T = 2$ sec., $R = 6400$ km. $= 64 \times 10^7$ cm.,

h = পর্বতশৃঙ্গের উচ্চতা = ?

$$\therefore \frac{86400 \times 2}{86390 \times 2} = 1 + \frac{h}{64 \times 10^7}$$

$$\therefore \frac{h}{64 \times 10^7} = \frac{86400}{86390} - 1 = \frac{1}{8639}$$

$$\therefore h = \frac{64 \times 10^7}{8639} \text{ cm.} = \frac{64 \times 10^5}{8639} \text{ metres}$$

$$= 740\cdot8 \text{ metres.}$$

$\therefore$ পর্বতশৃঙ্গের উচ্চতা = 740·8 metres.

(6) কলিকাতায় সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য 100 cm. এবং দার্জিলিং-এ 95 cm. হইলে দার্জিলিং হইতে কোন বস্তুকে কলিকাতায় লইয়া আসিলে উহার ভার কতগুণ হইবে ?

সেকেণ্ড দোলকের সংজ্ঞানুযায়ী,

$$1 = \pi \sqrt{\frac{l}{g}};$$

$$\text{or,} \quad g = \pi^2 l.$$

এখন কলিকাতা এবং দার্জিলিং-এ অভিকর্ষজ-ত্বরণ যথাক্রমে g এবং g' হইলে,

$$g=\pi^2.100 \text{ এবং } g'=\pi^2.95$$

বস্তুর ভর m হইলে কলিকাতায় উহার ওজন $W=mg$ এবং দার্জিলিং-এ উহার ওজন $W'=mg'$.

$$\therefore \quad \frac{W}{W'}=\frac{mg}{mg'}=\frac{g}{g'}=\frac{\pi^2.100}{\pi^2.95}=\frac{20}{19}=1\frac{1}{19}$$

∴ বস্তুটিকে দার্জিলিং হইতে কলিকাতায় আনিলে উহার ওজন $1\frac{1}{19}$ গুণ হইবে।

1.14. গ্রহ ও উপগ্রহের গতি (Motion of Planets and Satellites) :

সকল গ্রহই কার্যতঃ সূর্যকে বেড়িয়া উপবৃত্তাকার পথে ঘোরে এবং ঐ উপবৃত্তাকার পথের দুইটি নাভি (focus)-র একটিতে সূর্য অবস্থান করে। এই উপবৃত্তাকার পরিক্রমণপথের বৈসাদৃশ্য অত্যন্ত কম হওয়ায় গ্রহসকল সূর্যকে কেন্দ্র করিয়া প্রায় বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে বলিয়া মনে করা যাইতে পারে। এই বৃত্তাকার পথে গ্রহগুলিকে ঘুরাইবার জন্য প্রয়োজনীয় অভিকেন্দ্রিক বলই হইল সূর্য কর্তৃক গ্রহের উপর মহাকর্ষীয় আকর্ষণ। সূর্য এবং গ্রহের ভর যথাক্রমে M ও m এবং বৃত্তাকার পরিক্রমণ-পথের ব্যাসার্ধ r হইলে, মহাকর্ষীয় আকর্ষণ$=\frac{GMm}{r^2}$.

এখন যদি গ্রহের আবর্তনকাল অর্থাৎ সূর্যের চারিদিকে গ্রহকে একবার পরিক্রমণ করিয়া আসিতে যে সময় লাগে তাহা T হয়, তবে অভিকেন্দ্রিক বল$=mw^2r$ $=m\left(\frac{2\pi}{T}\right)^2.\, r=\frac{4\pi^2mr}{T}$.

$$\therefore \quad \frac{GMm}{r^2}=\frac{4\pi^2mr}{T^2}$$

$$\therefore \quad \frac{\mathbf{T}^2}{\mathbf{r}^3}=\frac{\mathbf{4\pi^2}}{\mathbf{GM}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (15)$$

উপরের সমীকরণটির ডানদিকের রাশিগুলি সূর্যের সকল গ্রহের জন্যই ধ্রুবক। সুতরাং,

$$\mathbf{T}^2 \propto \mathbf{r}^3.$$

অতএব, **সূর্যের চতুর্দিকে গ্রহের আবর্তনকালের বর্গ সূর্য হইতে গ্রহের গড় দূরত্বের ত্রিঘাতের সমানুপাতিক**। গ্রহকে কেন্দ্র করিয়া উহার চারিদিকে উপগ্রহগুলি যে মোটামুটি বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে তাহার কারণও ঐ গ্রহ এবং উপগ্রহের মধ্যে মহাকর্ষীয় আকর্ষণ।

1.15. মুক্তিবেগ (Escape Velocity) ঃ

কোন বস্তুকে যত জোরেই উপরের দিকে উৎক্ষেপ করা যাক না কেন, উহা কিছুক্ষণ পরে আবার মাটিতে আসিয়া পড়ে—ইহা আমাদের দৈনন্দিন অভিজ্ঞতা। ইহার কারণ অবশ্য পূর্বেই আলোচনা করা হইয়াছে—এই কারণ আর কিছুই নয়, পৃথিবীর আকর্ষণ এবং পৃথিবীর আকর্ষণ-বলকে অতিক্রম করিয়া চলিয়া যাইবার মত গতিশক্তি উৎক্ষিপ্ত বস্তুর থাকে না। এখন স্বভাবতঃই প্রশ্ন উঠিতে পারে, কোন বস্তুকে কি এমন কোন বেগে উৎক্ষেপ করা যায় যাহার ফলে উৎক্ষিপ্ত বস্তুটি যথেষ্ট গতিশক্তি সঞ্চয় করে বলিয়া পৃথিবীর আকর্ষণকে অতিক্রম করিয়া চলিয়া যাইতে পারে? নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র হইতে গবেষণা করিয়া বিজ্ঞানীরা এই প্রশ্নের সমাধান করিয়াছেন। বিজ্ঞানীরা তাঁহাদের গবেষণালব্ধ ফল হইতে হিসাব করিয়া দেখিয়াছেন, কোন বস্তুকে ন্যূনতম 11·2 km./sec. বেগে উৎক্ষেপ করিলে উৎক্ষিপ্ত বস্তু আর পৃথিবীতে ফিরিয়া আসে না। এই গতিবেগকেই বলে **মুক্তিবেগ** (Escape Velocity)। অর্থাৎ, যে ন্যূনতম গতিবেগে কোন বস্তুকে উর্ধ্বে উৎক্ষেপ করিলে উহা আর পৃথিবীতে ফিরিয়া আসে না বা পৃথিবীর আকর্ষণকে অতিক্রম করিয়া চলিয়া যায়, তাহাকে মুক্তিবেগ বলে। এখানে মনে রাখা দরকার, মুক্তিবেগ ছোট বড় সকল বস্তুর বেলাতেই সমান।

1.16. পৃথিবীর কৃত্রিম উপগ্রহে ভারশূন্যতা (Weightlessness in Orbiting Earth Satellite) ঃ

প্রথমেই প্রশ্ন উঠিবে, কৃত্রিম উপগ্রহ বা Artificial Satellite কি? গ্রহের ন্যায় কোন গোলককে কৃত্রিম উপায়ে পৃথিবীর চারিদিকে বৃত্তাকার পথে প্রদক্ষিণ করাইতে পারিলে ঐ গোলককে কৃত্রিম উপগ্রহ বা Artificial Satellite বলে। সোভিয়েত যুক্তরাষ্ট্রের বিজ্ঞানীরা সর্বপ্রথম কৃত্রিম উপগ্রহ সৃষ্টি করেন।

বিজ্ঞানীরা হিসাব করিয়া দেখিয়াছেন, কোন কৃত্রিম উপগ্রহকে পৃথিবী হইতে প্রায় 900 km. (560 miles) উপরে তুলিয়া উহার বেগ ভূপৃষ্ঠের সমান্তরাল অভিমুখে ঘণ্টায় 28,800 km. (18000 miles) করিতে পারিলে উহা পৃথিবীর আকর্ষণ এবং নিজ গতির জন্য পৃথিবীর চারিদিকে পরিক্রমণ করিবে। রকেটের সাহায্যে কৃত্রিম উপগ্রহ আকাশে পাঠাইবার ব্যবস্থা করা যাইতে পারে।

কৃত্রিম উপগ্রহতে কোন ব্যক্তি বা বস্তুর ওজন থাকিবে না—এই উক্তিটির অর্থ সহজে বোঝা না গেলেও উহার ব্যাখ্যা করা যায়। এই উক্তিটির অর্থ বুঝিতে হইলে মনে রাখিতে হইবে, কোন বস্তুর ওজন হইল ঐ বস্তুর উপর অভিকর্ষজ বল এবং বস্তু যে

অবলম্বনের উপর অবস্থিত সেই অবলম্বনের প্রতিক্রিয়া দ্বারা উহার পরিমাপ করা হয়। যেমন হাতের উপর একটি বস্তু রাখিলে উহার ওজন সম্বন্ধে আমাদের যে অনুভূতি জাগে তাহা কিন্তু হাতের প্রতিক্রিয়া। ভূপৃষ্ঠে কোন স্থির মঞ্চের উপর যখন কোন ব্যক্তি স্থির হইয়া দাঁড়ায় তখন সে মঞ্চের উপর নিজ ওজনের সমান চাপ দেয়; মঞ্চও ঐ ব্যক্তির পায়ে সমান ও বিপরীত ঘাত প্রয়োগ করে। এই প্রতিক্রিয়াই ঐ ব্যক্তির ওজনের অনুভূতি জাগায়।

এখন মঞ্চ এবং উহার উপর দণ্ডায়মান ব্যক্তি যদি অভিকর্ষজ ত্বরণের সহিত পৃথিবীর কেন্দ্রের দিকে পড়িতে থাকে তাহা হইলে ঐ ব্যক্তি ও মঞ্চের মধ্যে কোন বল ক্রিয়া করিবে না। লিফ্‌ট্ যখন সহসা ত্বরণের সহিত নীচের দিকে নামিতে শুরু করে তখন ঐ লিফ্‌টের মধ্যে দণ্ডায়মান কোন ব্যক্তির অনুভূতির সঙ্গে এই ঘটনাটিকে তুলনা করা যাইতে পারে। এই সময়ে ঐ ব্যক্তির পায়ে অপেক্ষাকৃত কম ঘাত প্রযুক্ত হইবে। কিন্তু লিফ্‌টের মেঝের প্রতিক্রিয়া কখনই শূন্য হয় না, কারণ লিফ্‌টের নিম্নাভিমুখী গতি যথেষ্ট দ্রুত ত্বরান্বিত হয় না। লিফ্‌ট্ যদি বাধাহীনভাবে অভিকর্ষজ ত্বরণের সহিত নামিতে পারিত তাহা হইলে লিফ্‌টের মেঝের প্রতিক্রিয়া শূন্য হইত বা উহাতে দণ্ডায়মান ব্যক্তি নিজেকে ভারহীন মনে করিত। সম্পূর্ণ বাধাহীনভাবে পতনশীল লিফ্‌টের মধ্যে দণ্ডায়মান ব্যক্তির এই ভারশূন্যতার অনুভূতি আর কৃত্রিম উপগ্রহের সহিত সংশ্লিষ্ট বস্তুর যে ভারশূন্যতা তাহা একই। কৃত্রিম উপগ্রহতে ব্যক্তির উপর পৃথিবীর টানের ফলে উহারা যথোপযুক্ত ত্বরণের সহিত কেন্দ্রের দিকে গতিপ্রাপ্ত হয় এবং পরে কক্ষপথে নিক্ষিপ্ত হয়। ব্যক্তির উপর পৃথিবীর টান সম্পূর্ণরূপে অভিকেন্দ্রিক বলরূপে কার্যকর হয়; কৃত্রিম উপগ্রহ ও ব্যক্তির মধ্যে কোন প্রতিক্রিয়া থাকে না। কাজেই ঐ ব্যক্তি নিজেকে ভারশূন্য মনে করিবে।

প্রশ্নাবলী

1. নিউটনের মহাকর্ষ সূত্র বিবৃত কর। অভিকর্ষজ ত্বরণ বলিতে কি বুঝায়? অভিকর্ষজ ত্বরণ কিরূপে বিভিন্ন স্থানে পরিবর্তিত হয়—তাহা বিশদভাবে বুঝাইয়া দাও।

2. (i) মহাকর্ষীয় ধ্রুবক কাহাকে বলে? ইহার মান কত?

(ii) বস্তুর ওজন বলিতে কি বুঝায়? একটি 50 gm. বাটখারার ওজন কত?

(iii) উপর হইতে কোন বস্তু ছাড়িয়া দিলে তাহা পৃথিবীতে আসিয়া পড়ে, পৃথিবী ঐ বস্তুর দিকে সরিয়া যায় না কেন?

(iv) পৃথিবী এবং অন্যান্য গ্রহ কেন সূর্যকে প্রদক্ষিণ করে তাহা বুঝাইবার চেষ্টা কর।

(v) কোন্‌টি বেশী—পৃথিবীর উপর 5 kg. লোহার আকর্ষণ না 5 kg. লোহার উপর পৃথিবীর আকর্ষণ ?

3. (i) বস্তুর ভর ও ওজনের মধ্যে পার্থক্য কি ?

(ii) একটি 1 lb বাটখারার ওজন কত ?

(iii) কোন বস্তুর ওজন পৃথিবীর সকল স্থানে কি অসমান ? যদি তাহা হয় তবে কারণ বুঝাইয়া দাও, আর তাহা না হইলে কেন অসমান হইবে না বুঝাইয়া বল।

(iv) কোথায় বস্তুর ওজন বেশী হইবে—মেরুপ্রদেশে না বিষুবরেখায় ?

4. পতনশীল বস্তুর সূত্রগুলি বিবৃত কর।

ঠিক 144 ft. খাড়া ঊর্ধ্বে তুলিতে হইলে একটি বস্তুকে কত বেগে উৎক্ষেপ করিতে হইবে ? কখন বস্তুটি ভূমি হইতে 80 ft. ঊর্ধ্বে পৌছাইবে ? সময়ের দুইটি মানের ব্যাখ্যা কর ($g=32$ ft./sec.^{2}) [উঃ 96 ft./sec. ; 5 sec. ও 1 sec.]

5. বস্তুর অভিকর্ষাধীন গতির সমীকরণ হইতে পতনশীল বস্তুর সূত্রগুলি ব্যাখ্যা কর।

একটি বেলুন নির্দিষ্ট বেগে উপরে উঠিতেছিল। বেলুনটি যখন মাটি হইতে 200 ft. উঁচুতে উঠিল তখন বেলুন হইতে একটি পাথরখণ্ড ফেলিয়া দেওয়া হইল। পাথরখণ্ড 6 sec. পরে মাটিতে পৌছাইলে বেলুনটির বেগ কত ছিল ?

[উঃ 62·66 ft./sec.]

6. 80 ft./sec. বেগে একটি পাথরখণ্ডকে সোজা উপরের দিকে ছোঁড়া হইল। কতক্ষণ পর্যন্ত পাথরখণ্ড ঊর্ধ্বমুখী উঠিবে ? কতকটা উঁচু পর্যন্ত উঠিতে পারিবে ? অর্ধেক উঁচুতে উঠিলে উহার বেগ কত হইবে ?

[উঃ 2·5 sec., 100 ft., 56·57 ft./sec.]

7. 400 ft. উঁচু একটি মিনারের উপর হইতে একটি পাথরখণ্ডকে 400 ft./sec. বেগে অনুভূমিকভাবে ছোঁড়া হইল। কখন এবং কোথায় পাথরখণ্ড মাটিতে পৌছাইবে ? [উঃ 5 sec. পরে এবং 200 ft. দূরে]

8. একই সঙ্গে দুইটি পাথরখণ্ড সোজা খাড়া উপরের দিকে ছোঁড়া হইল। একটি অপরটি অপেক্ষা 112 ft. বেশী উঁচুতে উঠিল এবং 2 sec. পরে মাটিতে পড়িল। পাথরখণ্ড দুইটি কত বেগে ছোঁড়া হইয়াছিল তাহা নির্ণয় কর। ($g=32$ ft./sec.^{2})

[উঃ 128 ft./sec., 96 ft./sec.]

9. 144 ft. গভীর একটি পাতকুয়ার মধ্যে একটি পাথরখণ্ড ফেলিয়া দেওয়া হইল। পাথরখণ্ড ফেলিবার $3\frac{9}{70}$ sec. পরে শব্দ শোনা গেলে শব্দের গতিবেগ কত ?

[উঃ 1120 ft./sec.]

10. সরলদোলক কাহাকে বলে ?

কোন সরলদোলক সম্বন্ধে নিম্নলিখিত রাশিগুলির সংজ্ঞা লিখ :—

(i) কার্যকর দৈর্ঘ্য, (ii) দোলনকাল, (iii) বিস্তার ও (iv) কম্পাঙ্ক।

কম্পাঙ্ক এবং দোলনকালের মধ্যে কি সম্পর্ক ?

একটি সরলদোলকের দোলনকাল কত ?

11. সরলদোলকের সূত্রাবলী বিবৃত কর। কিরূপে পরীক্ষামূলকভাবে এই সূত্রগুলির সত্যতা নিরূপণ করিবে ?

কোন স্থানে ($g=980$ cm/sec.^{2}) সরলদোলকের দোলনকাল 1·5 sec. হইলে উহার কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উঃ 55·84 cm.]

12. সেকেণ্ড দোলক কাহাকে বলে ? যেখানে $g=981$ cm/sec.^{2} সেখানে সেকেণ্ড দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। [উঃ 99·49 cm.]

13. একটি সরলদোলকের সাহায্যে কিরূপে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় করিবে ? একটি সেকেণ্ড দোলক পাহাড়ের উপর লইয়া গেলে দিনে 25 sec. ধীরে চলে। পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km. হইলে পাহাড়ের উচ্চতা নির্ণয় কর।

[উঃ 1850 metre]

14. একটি ফাঁপা পিতলের বলকে সূতায় ঝুলাইয়া একটি সরলদোলক প্রস্তুত করা হইল। দোলকের দোলনকাল নিম্নলিখিত ক্ষেত্রে কিরূপ হইবে তাহা কারণসহ বুঝাইয়া দাও :—

(i) ফাঁপা বলটি সম্পূর্ণ জল দিয়া ভরতি করা হইল।

(ii) পিতলের বলের পরিবর্তে সমান ব্যাসের একটি সীসার বলকে সমান দৈর্ঘ্যের সূতা দ্বারা ঝোলানো হইল।

(iii) দোলকটিকে খনির মধ্যে লইয়া যাওয়া হইল।

(iv) বলটিকে ফাঁপা না করিয়া নীরেট করা হইল।

(v) তাপমাত্রা বৃদ্ধি করা হইল।

(vi) ফাঁপা বলটির অর্ধেক পারদ দিয়া ভরতি করা হইল।

(vii) দোলকটি পাহাড়ের শৃঙ্গে লওয়া হইল।

(viii) দোলকটিকে মেরুপ্রদেশে লওয়া হইল।

15. যেখানে $g=980$ cm./sec.^{2} সেখানে সেকেণ্ড দোলকের দৈর্ঘ্য কত? দোলকটির দৈর্ঘ্য 2·25 গুণ করিলে দোলনকাল কত হইবে?

[উঃ 99·22 cm., 3 sec.]

16. যেস্থানে $g=980$ cm./sec.^{2} সেই স্থানে একটি সরলদোলক $\frac{3}{4}$ sec. সময়ে স্পন্দিত হইলে উহার দৈর্ঘ্য কত? [উঃ 55·84 cm.]

17. যেখানে $g=981$ cm./sec.^{2} সেখানে একটি সেকেণ্ড দোলক সঠিক সময় নির্দেশ করে। দোলকটি এমন একস্থানে লইয়া যাওয়া হইল যেখানে $g=978$ cm./sec.^{2}। নূতন জায়গায় দোলকটি দিনে কত 'ফাস্ট' বা 'স্লো' যাইবে নির্ণয় কর।

[উঃ 2 min. 12 sec. 'স্লো' যাইবে]

18. 1482 metre উঁচু পাহাড়ের পাদদেশে একটি সেকেণ্ড দোলক সঠিক সময় নির্দেশ করে। পাহাড়ের উপর দোলকটি লইয়া পৌছাইলে দোলকটি দিনে কত সেকেণ্ড পিছাইয়া পড়িবে? (পৃথিবীর ব্যাসার্ধ 6400 km.)

[উঃ 20 sec.]

19. গ্রহগুলি কেন সূর্যের চারিদিকে পরিক্রমণ করে? বিভিন্ন গ্রহের আবর্তনকালের সহিত উহাদের কক্ষপথের ব্যাসার্ধের সম্পর্ক বিবৃত ও নির্ণয় কর।

20. কোন বস্তুকে সোজা উপরের দিকে উৎক্ষেপ করিলে উহা মাটিতে আসিয়া পড়ে কেন? মুক্তিবেগ কি?

কৃত্রিম উপগ্রহ বলিতে কি বোঝ? কৃত্রিম উপগ্রহে বস্তুর ভারশূন্যতার কারণ বুঝাইয়া দাও।

দ্বিতীয় অধ্যায়

পদার্থের স্থিতিস্থাপক ধর্ম

(Elastic Properties of Matter)

2.0. সূচনা ঃ

স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) পদার্থের একটি বিশেষ ধর্ম। এঞ্জিনিয়ারিং বিদ্যায় ইহার প্রয়োগ অত্যন্ত বেশী। বড় বড় সেতু, ইমারত প্রভৃতি নির্মাণ করিতে যে-সকল লোহার বা অন্যান্য ধাতুর কড়ি (beam), দণ্ড, পাত ইত্যাদি ব্যবহার করা হয় তাহা কতটা ভার সহ্য করিতে পারিবে তাহা জানিতে হইলে ঐ সকল পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা সম্বন্ধে সম্যক জ্ঞান থাকা প্রয়োজন। ইহা ছাড়া অন্যান্য বৈজ্ঞানিক এবং কারিগরী কাজেও ইহার জ্ঞান বিশেষ প্রয়োজন হইয়া থাকে।

2.1. স্থিতিস্থাপকতা (Elasticity) ঃ

একখণ্ড রবারের নল কিংবা একটা লোহার স্প্রিংকে টানিয়া ধরিলে উহা দৈর্ঘ্যে বাড়িয়া যায়, আবার ছাড়িয়া দিলে পূর্বের দৈর্ঘ্য ফিরিয়া পায়—ইহা আমাদের একটি অতি সাধারণ অভিজ্ঞতা। কিন্তু ইহার কারণ কি ? বাহির হইতে কোন বস্তুর উপর বল প্রয়োগ করিলে, বস্তুটি যদি চলিতে শুরু না করে, তাহা হইলে ঐ বলের প্রভাবে বস্তুর আকার কিংবা আয়তন অথবা উভয়েরই পরিবর্তন ঘটে। সঙ্গে সঙ্গে বস্তুর ভিতর হইতে একটি প্রতিক্রিয়া বলের উদ্ভব হয়, যাহা ঐ পরিবর্তনকে বাধা (resistance) দিতে চেষ্টা করে। বাহির হইতে প্রযুক্ত বল সরাইয়া লইলে এই প্রতিক্রিয়া বল বিকৃত বস্তুকে পূর্বেকার আকার এবং আয়তনে ফিরিয়া যাইতে সাহায্য করে। বস্তুর এই ধর্মকে **স্থিতিস্থাপকতা** বলে।

সংজ্ঞা ঃ বাহির হইতে প্রযুক্ত বল অপসারিত হইলে যে-ধর্মের জন্য বিকৃত বস্তু পূর্বেকার আকৃতি, আয়তন প্রভৃতি ফিরিয়া পায়, তাহাকে পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা বলে। এই ধর্ম কম-বেশী সকল পদার্থেই বর্তমান।

এখন কিভাবে স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের পরিমাপ করা সম্ভব ? একই দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থচ্ছেদের একটি রবার ও অপরটি লোহার তার লওয়া যাক। এখন তার দুইটিকে টানিয়া সমপরিমাণ দৈর্ঘ্য বাড়াইতে চেষ্টা করিলে রবার অপেক্ষা লোহার তারে অনেক বেশী বল প্রয়োগ করিতে হইবে। সেক্ষেত্রে পদার্থবিজ্ঞানীরা বলেন, রবার

অপেক্ষা লোহার স্থিতিস্থাপকতা বেশী ; অর্থাৎ, **বাহ্যিক বলের প্রভাবে যে বস্তুর বিকৃতি যত কম তাহার স্থিতিস্থাপকতা তত বেশী।**

2.2. স্থিতিস্থাপকতা সম্পর্কে কয়েকটি রাশি ও তাহাদের সংজ্ঞা ঃ

(i) বিকৃতি (Strain) ঃ

যখন কোন বস্তুর উপর বাহির হইতে বল প্রযুক্ত হয় তখন বস্তুর বিভিন্ন অংশগুলি পরস্পর হইতে সরিয়া যায়, যাহার ফলে উহার দৈর্ঘ্য, আয়তন বা আকৃতির পরিবর্তন ঘটে। এই পরিবর্তনকে বলে **বিকার (deformation)**। বস্তুর প্রতি একক মাত্রায় যে বিকার সংঘটিত হয় তাহাকে বলে **বিকৃতি (strain)**। বিভিন্ন প্রকারের বিকৃতি কিভাবে সংঘটিত হয় ও কিরূপে উহাদের পরিমাপ করা হয়, তাহা পরে বলা হইবে।

(ii) পীড়ন (Stress) ঃ আগেই বলা হইয়াছে, বাহ্যিক বলের প্রভাবে বস্তুর বিকৃতি ঘটিলে স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের জন্য বস্তুর ভিতর হইতে একটি প্রতিক্রিয়া বলের উদ্ভব হয়। এই প্রতিক্রিয়া বল বাহির হইতে প্রযুক্ত বলকে প্রতিরোধ করিতে চেষ্টা করে এবং প্রযুক্ত বল অপসারিত হইলে এই প্রতিক্রিয়া বল বিকৃত বস্তুকে পূর্বের আকৃতিতে ফিরিয়া যাইতে সাহায্য করে। বস্তুর ভিতর হইতে এই উদ্ভূত প্রতিক্রিয়া বলকে **পীড়ন (stress)** বলে। তাহা হইলে পীড়ন হইল প্রকৃতপক্ষে একটি প্রতিক্রিয়া বল। প্রতি একক বর্গক্ষেত্রে এই প্রতিক্রিয়া বলের মানের দ্বারা পীড়ন পরিমাপ করা হয়। পীড়ন বাহ্যিক বলের প্রতিক্রিয়া হওয়ায় নিউটনের তৃতীয় সূত্র অনুযায়ী উহারা সমান ও বিপরীত। এইজন্য যে বাহ্যিক বলের প্রভাবে বস্তুর বিকৃতি ঘটে, প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর সেই প্রযুক্ত বলের দ্বারা পীড়ন পরিমাপ করা যায়। অর্থাৎ,

$$\text{পীড়ন} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল}}$$

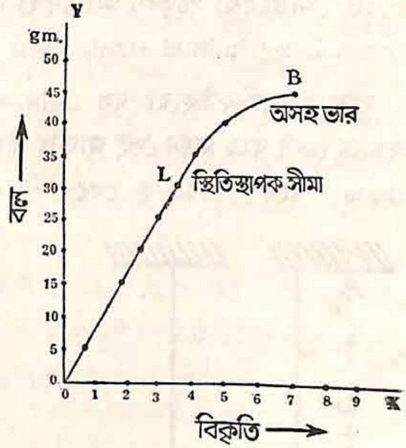
(iii) পূর্ণ স্থিতিস্থাপক (Perfectly Elastic) ঃ বাহির হইতে প্রযুক্ত বল অপসারিত হইলে বিকৃত বস্তু যদি পূর্বের আকৃতি ও আয়তনে সম্পূর্ণরূপে ফিরিয়া আসে তবে ঐ বস্তুকে **পূর্ণ স্থিতিস্থাপক** বলা হয়। যে-কোন বাহ্যিক প্রযুক্ত বলের প্রভাবে কোন বস্তু সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক থাকে না ; কিন্তু প্রত্যেক বস্তুই প্রযুক্ত বলের একটি নির্দিষ্ট সীমা পর্যন্ত পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তুর ন্যায় ব্যবহার করে। প্রতি বর্গক্ষেত্রের উপর প্রযুক্ত বলের বা পীড়নের এই নির্দিষ্ট সীমাকে ঐ বস্তুর **স্থিতিস্থাপক সীমা (Elastic limit)** বলে।

সংজ্ঞা ঃ প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর যে-মানের প্রযুক্ত বল কিংবা

যে-পীড়ন পর্যন্ত কোন বস্তু পূর্ণ স্থিতিস্থাপক, তাহাকে স্থিতিস্থাপক সীমা বলে। বিভিন্ন বস্তুর স্থিতিস্থাপক সীমা বিভিন্ন হইয়া থাকে। যেমন ইস্পাতের স্থিতিস্থাপক সীমা খুব বেশী, কিন্তু সীসার খুব কম।

(iv) **একান্ত দৃঢ় বস্তু (Perfectly rigid body)** : যে-কোন মানের বাহ্যিক বল প্রযুক্ত হইলেও যদি কোন বস্তুর কোন প্রকার বিকৃতি না ঘটে তবে ঐ বস্তুকে **একান্ত দৃঢ় বস্তু** বলা হয়। প্রকৃতপক্ষে কোন বস্তুই একান্ত দৃঢ় নয়, তবে কাচকে মোটামুটি অনেকটা একান্ত দৃঢ় বলিয়া ধরা যাইতে পারে।

(v) **অসহ পীড়ন (Breaking Stress)** : স্থিতিস্থাপক সীমার বেশী বল প্রয়োগ করিলে, প্রযুক্ত বলের অপসারণের পর বিকৃত বস্তু আর ঠিক আগের অবস্থায় ফিরিয়া আসে না; কিছু বিকৃতি থাকিয়া যায়। যদি বাহ্যিক বল ক্রমশঃ বাড়ানো যায় তবে এক নির্দিষ্ট পীড়নে বস্তুটি ছিঁড়িয়া বা ভাঙ্গিয়া যায়। যে নির্দিষ্ট পীড়নে বস্তু ছিঁড়িয়া কিংবা ভাঙ্গিয়া যায় তাহাকে **অসহ পীড়ন** বলে।



চিত্র 10

10নং চিত্রে, কোন বস্তুর বিকৃতি ও প্রযুক্ত বলের একটি লেখচিত্র দেখানো হইয়াছে। লেখচিত্রটি কেন্দ্র-বিন্দু হইতে কিছুদূর (চিত্রে L বিন্দু) পর্যন্ত সরলরেখা, অর্থাৎ এই পর্যন্ত প্রযুক্ত বল ও বিকৃতি পরস্পর সমানুপাতিক ও প্রযুক্ত বল অপসারিত হইলে বস্তু সম্পূর্ণ আগের অবস্থায় ফিরিয়া আসে। লেখচিত্রের এই বিন্দুতে পীড়নের যে-মান তাহাই স্থিতিস্থাপক সীমা। ইহার পর বাহ্যিক বল ক্রমশঃ বাড়াইলে বিকৃতি আর সেই অনুপাতে বাড়ে না বলিয়া লেখটি আর সরলরেখা থাকে না, বা এই অবস্থায় বস্তুর কিছু বিকৃতি থাকিয়া যায় (চিত্রে LB অংশ) এবং অবশেষে একটি নির্দিষ্ট বলে বস্তুটি ছিঁড়িয়া বা ভাঙ্গিয়া যায় (চিত্রে B বিন্দু)। B বিন্দুতে পীড়নের যে-মান তাহাকেই অসহ পীড়ন বলে, আর এই বিন্দুতে প্রযুক্ত বলের যে-মান তাহাকে বলে **অসহ ভার (Breaking weight)**।

2.3. হুকের সূত্র (Hooke's Law) :

1678 খ্রীষ্টাব্দে রবার্ট হুক স্থিতিস্থাপকতার একটি মূল্যবান সূত্র বিবৃত করেন।

সূত্রটি এইরূপ :—

স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে বস্তুর পীড়ন ও বিকৃতি পরস্পরের সমানুপাতিক। অর্থাৎ,

$$\text{পীড়ন} \propto \text{বিকৃতি}$$

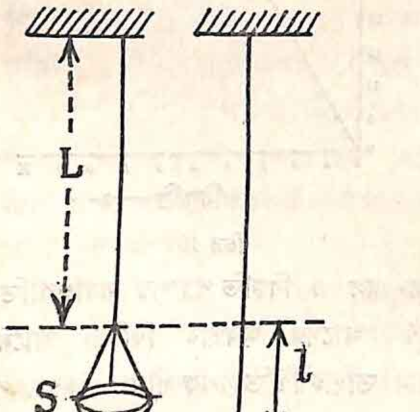
$$\text{সুতরাং, } \frac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \text{ধ্রুবক}$$

এই ধ্রুবককে **স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক (modulus of elasticity)** বলে।

2.4. বিভিন্ন প্রকার পীড়ন, বিকৃতি ও স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক :

(i) অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন, অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি ও ইয়ং গুণাঙ্ক (Longitudinal stress, Longitudinal strain, and Young's modulus) :

যখন বিকার-সৃষ্টিকারী বল কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য বরাবর অর্থাৎ প্রস্থচ্ছেদের উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করে তখন সেই জাতীয় পীড়নকে **অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন (Longitudinal stress)** বলে ; আর এই ক্ষেত্রে যে বিকৃতি ঘটে, অর্থাৎ একক দৈর্ঘ্যের যতখানি দৈর্ঘ্য হ্রাস বা বৃদ্ধি ঘটে, তাহাকে **অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি (Longitudinal strain)** বলে। অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির অনুপাতকে বলা হয় **অনুদৈর্ঘ্য স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক** বা **ইয়ং গুণাঙ্ক (Young's modulus)** এবং ইহাকে Y-অক্ষর দ্বারা সূচিত করা হয়।



চিত্র 11

ধরা যাক, L দৈর্ঘ্যের একটি তারের সাহায্যে একটি তুলাপাত্র S কোন শক্ত অবলম্বন হইতে ঝোলানো হইয়াছে (চিত্র 11)। এখন ঐ তুলাপাত্রে যদি m ভরের বাটখারা চাপানো যায় তবে তারে নিম্নাভিমুখী টান পড়িবে ও ফলে উহার দৈর্ঘ্য কিছুটা বৃদ্ধি পাইবে। মনে করা যাক, তারটির দৈর্ঘ্য l বৃদ্ধি পাইল। এক্ষেত্রে প্রযুক্ত বল $F = mg$ তারটির দৈর্ঘ্য বরাবর ক্রিয়া করিতেছে। কাজেই এখানে তারের

যে বিকৃতি ঘটিবে তাহাকে অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি বলা যাইবে এবং তারটির প্রতি একক দৈর্ঘ্যে দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধির পরিমাণ দ্বারা উহার পরিমাপ করা হইবে। অর্থাৎ,

$$\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{\text{দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য}} = \frac{l}{L}$$

তারটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল যদি a হয়, তবে

$$\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন} = \frac{\text{মোট প্রযুক্ত বল}}{\text{প্রস্থচ্ছেদ}} = \frac{mg}{a}$$

$$\text{সুতরাং, } Y = \frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \frac{\frac{mg}{a}}{\frac{l}{L}} = \frac{mgL}{al}$$

অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি দুইটি দৈর্ঘ্যের অনুপাত হওয়ায়, ইহার কোন একক নাই, ইহা একটি সংখ্যা মাত্র। সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে প্রযুক্ত বলের একক dynes এবং প্রস্থচ্ছেদের একক $cm.^2$; সুতরাং অনুদৈর্ঘ্য পীড়নের একক $dynes/cm.^2$ এবং যেহেতু অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতির কোন একক নাই, কাজেই পীড়নের এককই হইবে ইয়ং গুণাঙ্কের একক ব, ইয়ং গুণাঙ্কের একক $dynes/cm.^2$। এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে পীড়ন ও ইয়ং গুণাঙ্কের একক poundals/sq. ft.

সুতরাং **ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক 2×10^{12} dynes/cm.²**—এই উক্তি হইতে ইহাই বুঝায় যে ইস্পাতের তারে একক অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি সৃষ্টি করিতে উহার প্রস্থচ্ছেদের প্রত্যেক বর্গ সেন্টিমিটার ক্ষেত্রফলের উপর 2×10^{12} dynes বল প্রয়োগ করিতে হইবে।

(ii) **আয়তন পীড়ন, আয়তন বিকৃতি ও আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক (Volume stress, Volume strain and Bulk modulus) :**

বাহ্যিক বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর আকারের কোন পরিবর্তন না ঘটে এবং শুধুমাত্র আয়তনের পরিবর্তন হয় তখন যে বিকৃতি ঘটে তাহাকে **আয়তন বিকৃতি (Volume strain)** বলে। বস্তুর প্রত্যেক বিন্দুর উপর লম্বভাবে সমান বল প্রযুক্ত হইলে এইরূপ বিকৃতি ঘটে এবং এই অবস্থায় যে পীড়নের উদ্ভব হয় তাহাকে **আয়তন পীড়ন (Volume stress)** বলে। আয়তন পীড়ন ও আয়তন বিকৃতির অনুপাতকে বলা হয় **আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক (Bulk modulus)** এবং K-অক্ষর দ্বারা ইহাকে সূচিত করা হয়। অর্থাৎ,

$$K = \text{আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক} = \frac{\text{আয়তন পীড়ন}}{\text{আয়তন বিকৃতি}}$$

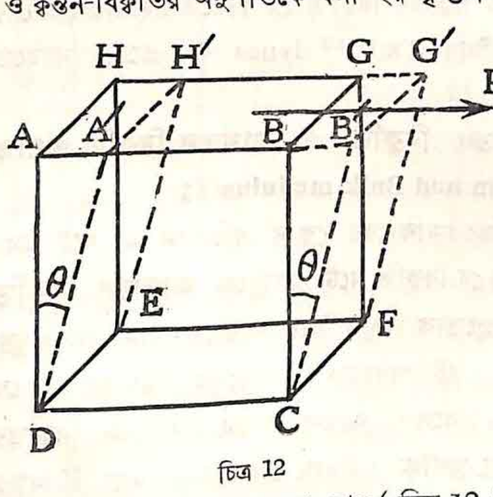
ধরা যাক, V আয়তনের একটি গোলকের উপর চতুর্দিক হইতে লম্বভাবে সমান চাপ (অর্থাৎ একক ক্ষেত্রফলের উপর প্রযুক্ত বল) P প্রয়োগ করা হইয়াছে। এরূপ ক্ষেত্রে ঐ গোলকের কেবলমাত্র আয়তন হ্রাস পাইবে, আকারের কোন পরিবর্তন ঘটিবে না, উহা আগের মতই গোলাকার থাকিবে। ধরা যাক বস্তুর আয়তন v হ্রাস পাইল। তাহা হইলে,

$$\text{আয়তন বিকৃতি} = \frac{v}{V} \text{ এবং আয়তন পীড়ন} = P$$

$$\text{সুতরাং, } K = \frac{\textbf{আয়তন পীড়ন}}{\textbf{আয়তন বিকৃতি}} = \frac{P}{\frac{v}{V}} = \frac{PV}{v}.$$

(iii) **কৃন্তন-পীড়ন, কৃন্তন-বিকৃতি ও কৃন্তম-গুণাঙ্ক (Shearing stress, Shearing strain and Modulus of rigidity) :**

বাহ্যিক বল প্রয়োগের ফলে যদি বস্তুর আয়তনের কোন পরিবর্তন না ঘটে এবং শুধুমাত্র আকারের পরিবর্তন হয় তখন যে বিকৃতি ঘটে তাহাকে **মোচড়-বিকৃতি** বা **কৃন্তন-বিকৃতি** (**Shearing strain**) বলে। একমাত্র নির্দিষ্ট আকারবিশিষ্ট কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে এই প্রকার বিকৃতি সম্ভব। আর এই অবস্থায় যে পীড়নের উদ্ভব হয় তাহাকে **মোচড়-পীড়ন** বা **কৃন্তন-পীড়ন** (**Shearing stress**) বলে। কৃন্তন-পীড়ন ও কৃন্তন-বিকৃতির অনুপাতকে বলা হয় **কৃন্তন-গুণাঙ্ক** (**Coefficient of shear elasticity**) বা **দৃঢ়তা-গুণাঙ্ক** (**Rigidity modulus**) এবং η-অক্ষর দ্বারা ইহাকে সূচিত করা হয়।



চিত্র 12

ধরা যাক, ABCDEFGH একটি ঘনক, যাহার নিম্নতল CDEF দৃঢ়ভাবে আটকানো আছে। এখন যদি ঐ ঘনকের উপরিতল ABGH-এর উপর একটি স্পর্শিনী বল (tangential force) P প্রয়োগ করা যায় (চিত্র 12) তাহা হইলে উহার প্রভাবে ঘনকটির আকার বদলাইয়া A′B′CDEFG′H′ হইবে। এই প্রকারের বিকৃতিকে কৃন্তন-বিকৃতি বলে এবং $\theta = \angle ADA' = \angle BCB'$ কোণটির দ্বারা ইহার পরিমাপ করা হয়।

যেহেতু θ কোণটি অত্যন্ত ছোট এবং ইহাকে রেডিয়ানে পরিমাপ করা হয়, সুতরাং $\theta = \tan\theta = \frac{AA'}{AD}$.

= একক দূরত্বে অবস্থিত দুইটি সমান্তরাল তলের মধ্যে আপেক্ষিক সরণ।

যদি ঘনকের উপরিতলের ক্ষেত্রফল α হয়, তবে

$$\text{কৃন্তন-পীড়ন} = \frac{P}{\alpha},\quad \text{কৃন্তন-বিকৃতি} = \theta$$

$\therefore$ **কৃন্তন-গুণাঙ্ক** বা **দৃঢ়তা-গুণাঙ্ক** $= \eta = \frac{P/\alpha}{\theta}$

(iv) **পয়সন-এর অনুপাত (Poission's ratio)** ঃ খুব সূক্ষ্মভাবে পরিমাপ করিতে পারিলে দেখা যায় যে, যখন বাহ্যিক বলের প্রভাবে কোন বস্তুর দৈর্ঘ্য বাড়িয়া যায় তখন উহার প্রস্থ কিছুটা ছোট হইয়া যায়। প্রস্থের দিকে যে বিকৃতি ঘটে, তাহাকে **পার্শ্বীয় বিকৃতি (Lateral strain)** বলে। **প্রযুক্ত বল স্থিতিস্থাপক সীমার মধ্যে থাকিলে পার্শ্বীয় বিকৃতি ও অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি পরস্পরের সমানুপাতিক।** অর্থাৎ,

$$\text{পার্শ্বীয় বিকৃতি} \propto \text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}$$

$$\text{বা,}\quad \frac{\text{পার্শ্বীয় বিকৃতি}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}} = \text{ধ্রুবক}$$

এই ধ্রুবকটিকে বলা হয় পয়সন-এর অনুপাত এবং σ অক্ষর দ্বারা ইহাকে সূচিত করা হয়। বৃত্তাকার প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট কোন তারের দৈর্ঘ্য L ও ব্যাস যদি D হয়, এবং বাহ্যিক বলের প্রভাবে উহার দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি l ও প্রস্থ-হ্রাস বা ব্যাস-হ্রাস d হয়, তবে

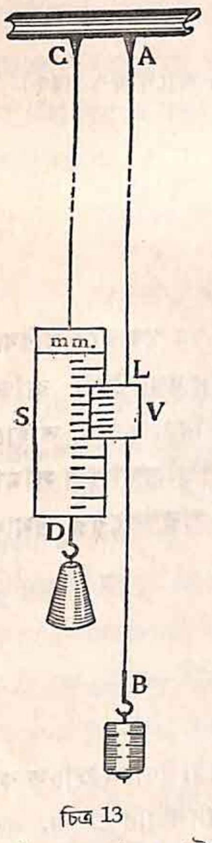
$$\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি} = \frac{l}{L} \text{ এবং পার্শ্বীয় বিকৃতি} = \frac{\text{ব্যাস-হ্রাস}}{\text{প্রাথমিক ব্যাস}} = \frac{d}{D}$$

$$\therefore\ \sigma = \text{পয়সন-এর অনুপাত} = \frac{d/D}{l/L} = \frac{d.L}{D.l}$$

2.5. ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of Young's modulus) ঃ

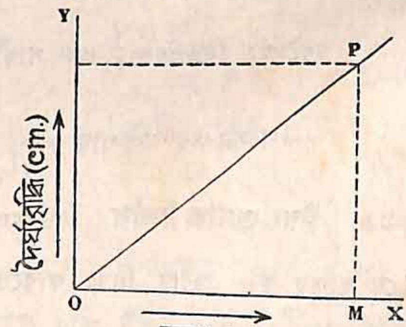
যে ধাতুর ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় করিতে হইবে সেই ধাতুনির্মিত একটি লম্বা তার AB ও অপর যে-কোন একটি তার CD লওয়া হয় (চিত্র 13)। তারপর তার দুইটিকে ছাদ অথবা দেওয়াল থেকে কোন দৃঢ় অবলম্বন হইতে পাশাপাশি ঝোলানো হয়। তার দুইটির প্রত্যেকের নিম্নপ্রান্তে একটি হুক ঝোলানো হয়। CD-তারের সঙ্গে মিলিমিটারে অংশাঙ্কিত একটি স্কেল S ও AB-তারের সঙ্গে একটি ভার্নিয়ার

স্কেল V শক্তভাবে এরূপে আটকানো হয় যে ভার্নিয়ার স্কেল V ও মূল-স্কেল S সংলগ্ন অবস্থায় থাকে এবং ভার্নিয়ার স্কেল মূল-স্কেলের গা বাহিয়া বাধাহীন ভাবে ওঠানামা করিতে পারে। AB-তারটিকে পরীক্ষাধীন তার (Experimental wire) এবং CD-তারটিকে সূচক তার (Reference wire) বলা হয়।



চিত্র 13

তার দুইটির কোথাও যাহাতে কোন কোঁচকানো না থাকিতে পারে সেজন্য উহাদের নিম্নপ্রান্তে ঝোলানো হুকের উপর কিছু ওজন বসাইয়া দেওয়া হয়। এই অবস্থায় ভার্নিয়ার ও মূল-স্কেলের পাঠ লইতে হইবে। এই পাঠকেই বলে প্রাথমিক পাঠ। এইবার পরীক্ষাধীন তার হইতে ঝুলন্ত হুকে আরও কিছু ওজন বসাইলে দেখা যাইবে ভার্নিয়ার স্কেল মূল-স্কেলের গা বাহিয়া কিছুটা নামিয়া গিয়াছে, অর্থাৎ পরীক্ষাধীন তারের দৈর্ঘ্য কিছুটা বাড়িয়া গিয়াছে। এই অবস্থায় পুনরায় ভার্নিয়ার এবং মূল-স্কেলের পাঠ লইতে হয়। এই পাঠ হইতে প্রাথমিক পাঠ বিয়োগ করিলে পরীক্ষাধীন তারে চাপানো বাড়তি ওজনের জন্য উহার দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি পাওয়া যাইবে। এইভাবে ওজন ক্রমাগত নির্দিষ্ট হারে বাড়াইয়া তারের দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি মাপা হয়; তবে ওজনের সর্বোচ্চ মান পূর্বে নির্ধারণ করিয়া লইতে হয় যাহাতে তারের স্থিতিস্থাপক সীমা ছাড়াইয়া না যায়। এইভাবে ওজন বাড়াইয়া ও পরে একই হারে ওজন কমাইয়া তারের দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি মাপা হয় এবং প্রত্যেক নির্দিষ্ট ওজনের জন্য গড় দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি নির্ণয় করা হয়।



চিত্র 14

তারপর বিভিন্ন ওজনের ভর ও আনুষঙ্গিক দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি লইয়া একটি লেখ আঁকিলে লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হইবে (চিত্র 14) এবং ঐ সরলরেখা অক্ষ দুইটির মূলবিন্দু O দিয়া যাইবে। ইহা হইতে প্রমাণিত হয়, পীড়ন ও বিকৃতি সমানুপাতিক—অর্থাৎ এই পর্যবেক্ষণ হইতে হুক সূত্রের সত্যতা পরীক্ষামূলক

ভাবে প্রমাণিত হইল। স্ক্রু-গেজের সাহায্যে তারের ব্যাস এবং একটি স্কেলের সাহায্যে পরীক্ষাধীন তারের আলম্ববিন্দু A হইতে ভার্নিয়ার স্কেলের সংযোগস্থল L বিন্দু পর্যন্ত দৈর্ঘ্য মাপা হয়।

লেখচিত্রের সরলরেখায় যে-কোন একটি বিন্দু P লওয়া যাক। ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক হইতে ভর M এবং তারের দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি l নির্ণয় করা হয়। ধরা যাক, তারের ব্যাস $=d$; সুতরাং তারের প্রস্থচ্ছেদ $\alpha=\pi d^2/4$. যদি অভিকর্ষজ ত্বরণ g হয় তবে তারের উপর বল $=Mg$; এখন তারের দৈর্ঘ্য যদি L হয়, তবে

$$\text{ইয়ং গুণাঙ্ক (Y)}=\frac{\text{অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন}}{\text{অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি}}=\frac{Mg}{\alpha}\Big/\frac{l}{L}$$

$$=\frac{Mg}{\pi d^2/4}\div\frac{l}{L}=\frac{4MgL}{\pi d^2 l}.$$

উদাহরণ :

(1) 2 metres লম্বা একটি তামার তারের একপ্রান্ত হইতে 10 kg. বাটখারা ঝুলাইলে তারটি 2·4 mm. দৈর্ঘ্যে বাড়ে। তারটির প্রস্থচ্ছেদের ব্যাস 1 mm. হইলে তামার ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$\text{আমরা জানি, } Y=\frac{MgL}{\pi r^2 l}$$

এখানে $M=10$ kg. $=10000$ gms.

$L=2$ metres $=200$ cms.

$l=2{\cdot}4$ mm. $={\cdot}24$ cm.

$r=\frac{1\ mm.}{2}=0{\cdot}5$ mm. $={\cdot}05$ cm.

তাছাড়া আমরা জানি, $g=980$ cm/sec.^{2} এবং $\pi=3{\cdot}14$

$$\therefore\ Y=\frac{MgL}{\pi r^2 l}=\frac{10000\times 980\times 200}{3{\cdot}14\times({\cdot}05)^2\times{\cdot}24}$$

$$=1{\cdot}04\times 10^{12}\ \text{dynes/cm}^2.$$

(2) ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক $19{\cdot}8\times 10^{11}$ dynes/cm.^{2} হইলে 450 cm. লম্বা এবং 1·2 mm. ব্যাসের একটি ইস্পাতের তারের দৈর্ঘ্য 0·64 mm. বৃদ্ধি করিতে হইলে কত ভরের প্রয়োজন হইবে ?

$$\text{আমরা জানি, } Y=\frac{MgL}{\pi r^2 l}$$

$$\therefore\ M=\frac{Y\pi r^2 l}{gL}$$

এখানে $Y = 19{\cdot}8 \times 10^{11}$ dynes/cm.^{2} ; $g = 980$ cm/sec.^{2}, $L = 450$ cm., $\pi = 3{\cdot}14$, $r = 1{\cdot}2$ mm./2 = ·6 mm. = ·06 cm., $l = {\cdot}64$ mm. = ·064 cm.

$$\therefore\ M = \frac{19{\cdot}8 \times 10^{11} \times 3{\cdot}14 \times ({\cdot}06)^2 \times {\cdot}064}{980 \times 450} \text{ gms.}$$

$$= \frac{19{\cdot}8 \times 10^{11} \times 3{\cdot}14 \times ({\cdot}06)^2 \times {\cdot}064}{980 \times 450 \times 10^3} \text{ kg.}$$

$$= 3{\cdot}25 \text{ kg.}$$

(3) 2 mm. ব্যাসের একটি ইস্পাতের তার 20°C উষ্ণতায় দুইটি বিন্দুর মধ্যে টান টান করিয়া আটকানো আছে। উষ্ণতা হ্রাস পাইয়া 10°C হইলে, তারে কত টান পড়িবে? ইস্পাতের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 1{\cdot}1 \times 10^{-5}$ per°C, ইস্পাতের Y = $2{\cdot}1 \times 10^{12}$ dynes/cm.^{2}

উষ্ণতা হ্রাস পাইবার জন্য তারটির দৈর্ঘ্য-সংকোচন হইবে এবং তাহার ফলে প্রান্তদ্বয়ে টান পড়িবে।

এক্ষেত্রে দৈর্ঘ্যের সংকোচন $= l_{20} - l_{10} = l_{10} \times \alpha \times (20 - 10) = 10.\alpha.l_{10}$

[তাপবিজ্ঞান অংশে দ্বিতীয় অধ্যায় দ্রষ্টব্য]

সুতরাং অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি $= \dfrac{l_{20} - l_{10}}{l_{10}} = 10\alpha = 10 \times 1{\cdot}1 \times 10^{-5}$

$$= 1{\cdot}1 \times 10^{-4}$$

এখন তারে টান F dynes হইলে অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন $= \dfrac{F}{\pi(0{\cdot}1)^2}$ dynes/cm.^{2}

আমরা জানি, Y = অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন/অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি

$$\therefore\ 2{\cdot}1 \times 10^{12} = \frac{F}{\pi(0{\cdot}1)^2} \times \frac{1}{1{\cdot}1 \times 10^{-4}}$$

$$\therefore\ F = (2{\cdot}1 \times 10^{12} \times 3{\cdot}14 \times (0{\cdot}1)^2 \times 1{\cdot}1 \times 10^{-4}) \text{ dynes}$$

$$= 7{\cdot}253 \times 10^6 \text{ dynes.}$$

(4) 10,000 gm/cm.^{2} চাপ প্রয়োগে 1 litre গ্লিসারিনের 0·21 c.c. আয়তন-সংকোচন ঘটিলে গ্লিসারিনের আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$\text{আয়তন বিকৃতি} = \frac{\text{আয়তনের পরিবর্তন}}{\text{প্রাথমিক আয়তন}} = \frac{0{\cdot}21 \text{ c.c.}}{1000 \text{ c.c.}}$$

$$= 0{\cdot}21 \times 10^{-3}$$

এবং পীড়ন = 10,000 gm/cm.^{2}

সুতরাং, আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক $= \dfrac{\text{পীড়ন}}{\text{বিকৃতি}} = \dfrac{10{,}000}{0{\cdot}21 \times 10^{-3}}$ gm/cm.^{2}

$$= 4{\cdot}76 \times 10^7 \text{ gm/cm.}^2$$

(5) একটা 2 inch অ্যালুমিনিয়াম ঘনকের বিপরীত তলদ্বয়ের উপর একজোড়া বিপরীতমুখী স্পর্শিনী বল প্রয়োগ করা হইল। ঘনকটির 0·01° ডিগ্রী কৃন্তন সৃষ্টি করিতে হইলে ঐ বলগুলির মান নির্ণয় কর। ($\eta = 4{\cdot}2 \times 10^6$ lb per sq. inch.)

আমরা জানি, $\eta = \dfrac{P/\alpha}{\theta}$; সুতরাং, $P = \eta\alpha\theta$

এখানে $\theta = 0{\cdot}01° = \left(\dfrac{0{\cdot}01 \times 3{\cdot}14}{180}\right)$ radian $= 0{\cdot}000174$ rad.

$$\alpha = (2 \times 2) \text{ sq. inch} = \frac{2 \times 2}{144} \text{ sq. ft.}$$

$$\eta = 4{\cdot}2 \times 10^6 \text{ lb. per sq. inch}$$
$$= (4{\cdot}2 \times 10^6 \times 144) \text{ lb. per sq. ft.}$$

$$\therefore\ P = (4{\cdot}2 \times 10^6 \times 144) \times \frac{2 \times 2}{144} \times 0{\cdot}000174 \text{ lb. wt.}$$
$$= 2{\cdot}9 \times 10^4 \text{ lb. wt.}$$

(6) একটা 70 kg. ওজন 2 metre লম্বা এবং 2 cm. ব্যাসের একটি অ্যালুমিনিয়াম দণ্ডকে দৈর্ঘ্যে লক্ষ ভাগের 30 ভাগে প্রসারিত করে। অ্যালুমিনিয়ামের জন্য পয়সন-এর অনুপাত 0·33 হইলে ব্যাসের সংকোচন নির্ণয় কর।

এখানে অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি $= 30 \times 10^{-6}$,

পার্শ্বীয় বিকৃতি = অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি × পয়সন-এর অনুপাত

$$= 30 \times 10^{-6} \times 0{\cdot}33$$
$$= 9{\cdot}9 \times 10^{-6}$$

∴ ব্যাসের সংকোচন = ব্যাস × পার্শ্বীয় বিকৃতি

$$= (2 \times 9{\cdot}9 \times 10^{-6}) \text{ cm.}$$
$$= 19{\cdot}8 \times 10^{-6} \text{ cm.}$$

প্রশ্নাবলী

1. (i) পদার্থের স্থিতিস্থাপকতা বলিতে কি বোঝ? কে বেশী স্থিতিস্থাপক—রবার না ইস্পাত? পূর্ণ স্থিতিস্থাপক বস্তু বলিতে কি বোঝ?

(ii) নিম্নলিখিত রাশিগুলির সংজ্ঞা লিখ :—

বিকৃতি, পীড়ন, পূর্ণ স্থিতিস্থাপক ও স্থিতিস্থাপক সীমা।

2. হুকের সূত্রটি বিবৃত কর। ইয়ং গুণাঙ্ক ও আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক কাহাকে বলে? তামার ইয়ং গুণাঙ্ক $·95 \times 10^{12}$ dynes/cm.² বলিতে কি বুঝায়?

0·4 cm. ব্যাসের একটি তারে 25 kg ভার চাপাইলে তারের 100 cm. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি পাইয়া 102 cm. হইল। তারের উপাদানের ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উঃ $·975 \times 10^{10}$ dynes/cm.²]

3. অনুদৈর্ঘ্য পীড়ন, অনুদৈর্ঘ্য বিকৃতি ও ইয়ং গুণাঙ্কের সংজ্ঞা লিখ এবং সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ইয়ং গুণাঙ্কের একক নিরূপণ কর।

পরীক্ষাগারে কিরূপে ইস্পাতের ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় করিবে?

1 mm. ব্যাস ও 2 metres লম্বা একটি ইস্পাতের তার হইতে 8 kgm. ভার ঝুলাইলে উহার দৈর্ঘ্য কত বৃদ্ধি পাইবে? $Y = 19{\cdot}95 \times 10^{11}$ dynes/cm.^{2}

[উঃ 1 mm.]

4. হুকের সূত্র কি? পরীক্ষামূলক ভাবে কিরূপে এই সূত্রটির সত্যতা যাচাই করিবে?

বিভিন্ন উপাদানের দুইটি তারের প্রত্যেকটির দৈর্ঘ্য 2 metres এবং উহাদের ব্যাস যথাক্রমে 2 mm. ও 3 mm.। উভয় তার হইতেই সমান ওজন ঝুলাইলে যদি একটি তারের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ অপরটির দৈর্ঘ্য-প্রসারণের দ্বিগুণ হয়, তবে উপাদান দুইটির ইয়ং গুণাঙ্কের অনুপাত নির্ণয় কর।

[উঃ 9 : 8]

5. 2 metres লম্বা ও 0·5 mm. ব্যাসের তামার তার হইতে 3 kg. ওজন ঝোলানো হইল। ইহাতে তারটির দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি 2·38 mm. হইল। তামার ইয়ং গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উঃ $1{\cdot}26 \times 10^{12}$ dynes/cm.^{2}]

6. কৃন্তন-পীড়ন, কৃন্তন-বিকৃতি ও কৃন্তন-গুণাঙ্ক বলিতে কি বোঝ বুঝাইয়া দাও।

7. আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক কাহাকে বলে?

760 mm. পারদের চাপে 200 c.c. বাতাস লওয়া হইল। স্থির উষ্ণতায় উহার উপর 1 mm. পারদের সমান চাপ বাড়াইলে আয়তন 0·263 c.c. হ্রাস পায়। বাতাসের আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উঃ $1{\cdot}014 \times 10^{6}$ dynes/cm^2]

8. ইয়ং গুণাঙ্ক ও পয়সন-এর অনুপাত কাহাকে বলে?

628 cm. লম্বা 2 mm. ব্যাসের একটি খাড়া ইস্পাতের তারকে 1 mm. দৈর্ঘ্য বৃদ্ধি করিতে কত কিলোগ্রাম ওজন প্রয়োজন হইবে? ইস্পাতের $Y = 2 \times 10^{12}$ dynes/cm.^{2} এবং $g = 980$ cm/sec.^{2}

[উঃ 10·21 kgm.]

9. ইস্পাতের একটি নিরেট চোঙকে উত্তপ্ত করিয়া উহার উষ্ণতা 50°C বৃদ্ধি করা হইল এবং তারপর চোঙটির প্রান্তদ্বয় শক্তভাবে দৃঢ় অবলম্বনের সহিত আটকাইয়া দেওয়া হইল। এই অবস্থায় চোঙটি প্রাথমিক উষ্ণতায় ফিরিয়া গেলে উহার উপর কত পীড়নের উদ্ভব হইবে?

(ইস্পাতের $Y = 2 \times 10^{12}$dynes/cm.^{2} এবং ইস্পাতের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 1{\cdot}2 \times 10^{-5}$ per°C)

(উঃ $1{\cdot}2 \times 10^{9}$ dynes/cm.^{2})

10. 1 sq. cm. প্রস্থচ্ছেদের একটি ইস্পাত দণ্ডকে উভয় প্রান্তে এরূপে দৃঢ়ভাবে আটকানো হইল যাহাতে উহার প্রসারণের কোন সুযোগ না থাকে। দণ্ডটির তাপমাত্রা 30°C বৃদ্ধি পাইলে উভয় প্রান্তে কত বল প্রযুক্ত হইবে? (ইস্পাতের $Y = 2{\cdot}1 \times 10^{12}$ dynes/cm.^{2}, ইস্পাতের $\alpha = 1{\cdot}1 \times 10^{-5}$ per °C) (উঃ $6{\cdot}93 \times 10^{8}$ dynes)

তৃতীয় অধ্যায়
উদস্থিতিবিদ্যা
(Hydrostatics)

3.0. সূচনা :

উদস্থিতিবিদ্যা আলোচিত হইবার পূর্বে **'উদস্থিতিবিদ্যা'** কাহাকে বলে, তাহা জানা দরকার। তরল পদার্থ যখন কোন পাত্রে স্থির অবস্থায় থাকে তখন উহা কতকগুলি বৈশিষ্ট্যের অধিকারী হয়। এই বৈশিষ্ট্যগুলির বিস্তারিত আলোচনা করাই হইল উদস্থিতিবিদ্যার উদ্দেশ্য। উদস্থিতিবিদ্যায় যে স্থির তরলের বৈশিষ্ট্য সম্বন্ধে আলোচনা করা হয় তাহার কতকগুলি বিশেষ গুণ আছে। যেমন, ঐ তরলের সংনম্যতা (Compressibility) থাকে না এবং উহা কোন ঘর্ষণজাত (frictional) বাধা প্রয়োগ করে না। তাছাড়া তরলের নিজস্ব কোন আকার নাই, যখন যে পাত্রে রাখা হয় সেই পাত্রের আকার ধারণ করে।

3.1. ঘনত্ব (Density) :

বস্তুর একক আয়তনের ভরকে উহার **ঘনত্ব (density)** বলে। ধরা যাক, কোন বস্তুর ভর M এবং উহার আয়তন V ; তাহা হইলে,

$$\text{বস্তুর ঘনত্ব} = \frac{\text{বস্তুর ভর}}{\text{বস্তুর আয়তন}} = \frac{M}{V}$$

ঘনত্বের একক :

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ভরের একক gm. ও আয়তনের একক c.c. ; সুতরাং ঘনত্বের একক হইবে gm. per c.c. বা gm./c.c.

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ভরের একক lb ও আয়তনের একক c. ft. ; সুতরাং ঘনত্বের একক হইবে lb per c. ft. বা lb/c. ft.

উদাহরণ :

একটি ধাতুখণ্ডের ভর 52·689 gm. ও আয়তন 2·73 c.c. হইলে উহার ঘনত্ব কত ?

এখানে M = 52·689 gm. এবং V = 2·73 c.c.

$$\text{সুতরাং ঘনত্ব} = \frac{M}{V} = \frac{52{\cdot}689 \text{ gm.}}{2{\cdot}73 \text{ c.c.}} = 19{\cdot}3 \text{ gm./c.c.}$$

3.2. আপেক্ষিক গুরুত্ব (Specific gravity) :

সমান আয়তনের বিভিন্ন দ্রব্যকে ওজন করিলে দেখা যায় উহারা সব সমান ভারী নয়। যেমন, তুইটি সমান মাপের (আয়তনের) লোহার ও সীসার নিরেট বলকে

ওজন করিলে দেখা যাইবে, লোহার বল অপেক্ষা সীসার বল অনেক ভারী। আবার সীসার বলের পরিবর্তে যদি অ্যালুমিনিয়ামের তৈরী বল লওয়া যায় তাহা হইলে দেখা যাইবে লোহার বলই ভারী। তাহা হইলে লোহা অ্যালুমিনিয়ামের তুলনায় ভারী মনে হইলেও সীসার তুলনায় যেন হালকা বলিয়া মনে হইতেছে। অতএব এই উদাহরণ হইতে বুঝিতে পারা যাইতেছে যে, কোন্ পদার্থ ভারী, কোন্ পদার্থ হালকা তাহা জানিতে হইলে পদার্থসমূহকে কোন একটি নির্দিষ্ট পদার্থের সাপেক্ষে তুলনা করা দরকার। সেই নির্দিষ্ট পদার্থকে **প্রামাণিক পদার্থ** (**Standard substance**) বলে। কঠিন ও তরল পদার্থের ক্ষেত্রে 4°C উষ্ণতাবিশিষ্ট জলকে এবং গ্যাসীয় পদার্থের ক্ষেত্রে প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপের (অর্থাৎ 0°C উষ্ণতায় এবং 760 mm. পারদের চাপে) অবস্থায় হাইড্রোজেনকে প্রামাণিক পদার্থ হিসাবে ধরা হয়। এই প্রামাণিক পদার্থের তুলনায় কোন বস্তু কতগুণ ভারী বা হালকা, তাহাই ঐ বস্তুর **আপেক্ষিক গুরুত্ব** (**Specific gravity**)।

সংজ্ঞা ঃ কোন পদার্থের যে-কোন আয়তনের ওজনের সহিত 4°C উষ্ণতা-বিশিষ্ট সম-আয়তন জলের ওজনের অনুপাতকে ঐ পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব বলে।

কাজেই S যদি কোন পদার্থের (কঠিন বা তরল) আপেক্ষিক গুরুত্ব হয়, তাহা হইলে

$$S = \frac{\text{পদার্থের যে-কোন আয়তনের ওজন}}{4^\circ\text{C উষ্ণতাবিশিষ্ট সম-আয়তন জলের ওজন}}$$

যেহেতু জলের ঘনত্ব উষ্ণতার সহিত পরিবর্তিত হয় এবং 4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সবচেয়ে বেশী, কাজেই জলকে প্রামাণিক পদার্থ হিসাবে ধরিতে হইলে কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতাবিশিষ্ট জলকেই বিবেচনা করিতে হইবে। যদিও উষ্ণতার সহিত জলের ঘনত্ব পরিবর্তিত হয় কিন্তু এই পরিবর্তন অত্যন্ত কম এবং সেইজন্য খুব সূক্ষ্ম মাপের প্রয়োজন না হইলে উষ্ণতার উল্লেখের বিশেষ প্রয়োজন থাকে না বা সাধারণ উষ্ণতার জলকেই প্রামাণিক পদার্থ হিসাবে বিবেচনা করা যাইতে পারে।

উপরের সংজ্ঞা অনুযায়ী, কোন পদার্থের (কঠিন বা তরল) আপেক্ষিক গুরুত্ব যদি S হয়, তাহা হইলে

$$S = \frac{\text{পদার্থের যে-কোন আয়তনের ওজন}}{4^\circ\text{C উষ্ণতাবিশিষ্ট সম-আয়তন জলের ওজন}}$$

$$= \frac{\text{পদার্থের V আয়তনের ভর}}{4^\circ\text{C উষ্ণতাবিশিষ্ট V আয়তন জলের ভর}}$$

$$=\frac{V\times \text{একক আয়তন পদার্থের ভর}}{V\times 4^{\circ}C \text{ উষ্ণতাবিশিষ্ট একক আয়তন জলের ভর}}$$

$$=\frac{\text{একক আয়তন পদার্থের ভর}}{4^{\circ}C \text{ উষ্ণতাবিশিষ্ট একক আয়তন জলের ভর}}$$

$$=\frac{\text{পদার্থের ঘনত্ব}}{4^{\circ}C \text{ উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব}}$$ (কারণ একক আয়তনের ভর = ঘনত্ব)

তাহা হইলে কোন পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব হইল 4°C উষ্ণতাবিশিষ্ট জলের ঘনত্বের সাপেক্ষে ঐ পদার্থের ঘনত্ব। এইজন্য আপেক্ষিক গুরুত্বকে **আপেক্ষিক ঘনত্বও** (relative density) বলা হইয়া থাকে। পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব দুইটি ওজনের অনুপাত কিংবা দুইটি ঘনত্বের ভাগফল হওয়ায়, ইহার কোন একক নাই। **আপেক্ষিক গুরুত্ব একটি সংখ্যামাত্র।**

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে জলের ঘনত্ব 1 gm./c.c.; কাজেই এই পদ্ধতিতে $S=\frac{\text{পদার্থের ঘনত্ব}}{1}$; **অর্থাৎ সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে পদার্থের ঘনত্ব ও আপেক্ষিক গুরুত্বের মান সমান।**

এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে জলের ঘনত্ব = 62·5 lbs/c. ft.; সুতরাং এই পদ্ধতিতে S = পদার্থের ঘনত্ব/62·5 ; অর্থাৎ,

S × 62·5 = এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে পদার্থের ঘনত্ব ॥

3.3. উষ্ণতার জন্য আপেক্ষিক গুরুত্বের সংশোধন (Temperature correction for specific gravity) :

পূর্ব অনুচ্ছেদে বলা হইয়াছে, পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব খুব সূক্ষ্মভাবে নির্ণয় করিতে হইলে 4°C উষ্ণতায় সম-আয়তন জল লইয়া পরীক্ষা করিতে হইবে। কিন্তু পরীক্ষাকার্য চালাইবার সময় জলকে ঠিক 4°C উষ্ণতায় রাখা খুব সহজ ব্যাপার নয়। এইজন্য সাধারণ উষ্ণতার জলের সাপেক্ষে আপেক্ষিক গুরুত্ব নির্ণয় করিয়া প্রয়োজনীয় সংশোধন করিতে হয়। এই উষ্ণতা-সংশোধন নিম্নোক্তভাবে করা যাইতে পারে।

মনে করা যাক, পরীক্ষাকার্যের সময় জলের উষ্ণতা t°C. এখন পদার্থের প্রকৃত আপেক্ষিক গুরুত্ব S হইলে, আমরা জানি

$$S=\frac{\text{বস্তুর ওজন}}{4^{\circ}C \text{ উষ্ণতাবিশিষ্ট সম-আয়তন জলের ওজন}}$$

এই সমীকরণকে একটু অন্যভাবে প্রকাশ করিলে,

$$S=\frac{\text{বস্তুর ওজন}}{t^{\circ}C \text{ উষ্ণতাবিশিষ্ট সম-আয়তন জলের ওজন}} \times\frac{t^{\circ}C \text{ উষ্ণতাবিশিষ্ট সম-আয়তন জলের ওজন}}{4^{\circ}C \text{ উষ্ণতাবিশিষ্ট সম-আয়তন জলের ওজন}}$$

এই সমীকরণের ডানদিকের প্রথম অংশের অর্থ হইল **পরীক্ষাকার্যের সময় t°C উষ্ণতাবিশিষ্ট জলের সাপেক্ষে পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব** (S′) এবং দ্বিতীয় অংশের অর্থ হইল **t°C উষ্ণতাবিশিষ্ট জলের আপেক্ষিক গুরুত্ব** (S_t)।

স্থতরাং, $S = S' \times S_t$ ... ... (1)

বা, কোন পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব = t°C উষ্ণতাবিশিষ্ট জলের সাপেক্ষে ঐ পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব × t°C „ „ আপেক্ষিক গুরুত্ব।

পূর্বেই বলা হইয়াছে, সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ঘনত্ব এবং আপেক্ষিক গুরুত্বের মান সমান। স্থতরাং t°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব ρ_t হইলে, $\rho_t = S_t$.

$\therefore \; S = S' \times \rho_t$ ... ... (2)

∴ সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে, **আপেক্ষিক গুরুত্ব**

= t°C উষ্ণতাবিশিষ্ট জলের সাপেক্ষে আপেক্ষিক গুরুত্ব × t°C উষ্ণতাবিশিষ্ট জলের ঘনত্ব।

কাজেই যে-কোন উষ্ণতাবিশিষ্ট জলের সাপেক্ষে আপেক্ষিক গুরুত্ব নির্ণয় করিয়া উহাকে ঐ একই উষ্ণতাবিশিষ্ট জলের ঘনত্ব দিয়া গুণ করিলে সংশোধিত এবং নির্ভুল আপেক্ষিক গুরুত্ব পাওয়া যাইবে।

3.4. আপেক্ষিক গুরুত্ব ও ঘনত্বের প্রভেদ (Difference between specific gravity and density):

(i) আপেক্ষিক গুরুত্ব একটি সংখ্যামাত্র, ইহার কোন একক নাই। কিন্তু ঘনত্ব তাহা নয়, ঘনত্বের নির্দিষ্ট একক আছে।

(ii) সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ঘনত্ব এবং আপেক্ষিক গুরুত্বের মান সমান। যেমন, তামার আপেক্ষিক গুরুত্ব 8·93, তাহা হইলে তামার ঘনত্ব 8·93 gm/c.c.

(iii) এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে ঘনত্বের মান ও আপেক্ষিক গুরুত্বের মান সমান নয়; আপেক্ষিক গুরুত্বকে 62·5 দ্বারা গুণ করিলে ঘনত্ব পাওয়া যায়। যেমন, তামার আপেক্ষিক গুরুত্ব 8·93 এবং তাহা হইলে এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে তামার ঘনত্ব $= 8{\cdot}93 \times 62{\cdot}5$ lbs/c. ft.

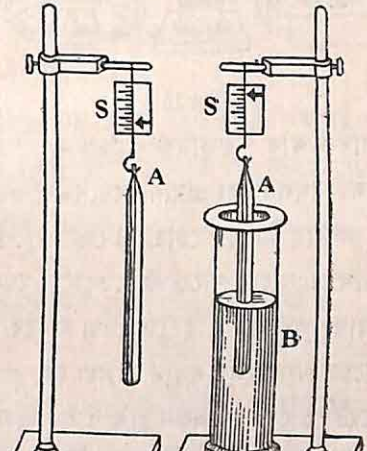
3.5. আর্কিমিডিসের নীতি (Archimedes' Principle):

গ্রীক দার্শনিক পণ্ডিত আর্কিমিডিস প্রায় দুইহাজার বছর আগে তরলের চাপ-সংক্রান্ত একটি মৌলিক তথ্য আবিষ্কার করেন। তাঁহার নাম অনুসারে ঐ তথ্যটিকে আর্কিমিডিসের নীতি বলা হয়। **কোন অদ্রবণীয় কঠিন বস্তুকে জলে বা কোন তরলে সম্পূর্ণ বা আংশিকভাবে নিমজ্জিত করিলে ঐ বস্তুর**

ওজনের আপাত হ্রাস ঘটে এবং এই ওজন-হ্রাসের পরিমাণ বস্তু কর্তৃক অপসারিত জল বা তরলের ওজনের সমান। ইহাই আর্কিমিডিসের নীতি বা সূত্র। এই নীতি বায়বীয় পদার্থের ক্ষেত্রেও সমভাবে প্রয়োজ্য।

3.5 (a) নিমজ্জিত বস্তুর আপাত ওজনের হ্রাস প্রদর্শন ঃ

একটি নিরেট ধাতব চোঙ A-কে স্প্রিং-তুলা S-এর হুক হইতে ঝুলাইলে স্প্রিং-তুলা যে-পাঠ দিবে তাহাই বায়ুতে চোঙের ওজন (চিত্র 15)। এইবার ঐ চোঙটিকে ধীরে ধীরে B-পাত্রের জলের মধ্যে ডুবাইলে দেখা যাইবে, স্প্রিং-তুলার পাঠ ক্রমশঃ কমিয়া যাইতেছে। চোঙটি সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত হইলে উহার ওজন সর্বাপেক্ষা কম হয়। চোঙটি জলের বাহিরে আনিলে স্প্রিং-তুলার কাঁটা পূর্বাবস্থায় ফিরিয়া আসে। সুতরাং নিমজ্জিত অবস্থায় চোঙটির ওজনের যে-হ্রাস ঘটিল তাহা আসল হ্রাস নয়, আপাত-হ্রাস মাত্র। এই জন্যই কোন ভারী বস্তুকে জলের মধ্যে ডুবাইলে বেশ কিছুটা হালকা মনে হয়। পাতকুয়া হইতে জল তুলিবার সময় এই অনুভূতি আমরা বেশ ভালভাবেই বুঝিতে পারি। জলপূর্ণ বালতিটি যতক্ষণ জলের মধ্যে থাকে ততক্ষণ উহার ওজন অনেকটা কম মনে হয়; যে মুহূর্তে জলের উপরে উঠিয়া আসে, উহার ওজন অপেক্ষাকৃত অনেকটা বেশী মনে হয়। কিন্তু কেন এইরকম অনুভূতি হয়? ইহার কারণ জলের **ঊর্ধ্বঘাত (upthrust)** বা **প্লবতা (buoyancy)**। এই ঊর্ধ্বঘাত বা প্লবতা অপসারিত জলের ভারকেন্দ্রের মধ্য দিয়া ঊর্ধ্বমুখী ক্রিয়া করে এই অপসারিত জলের ভারকেন্দ্রকে **প্লবতাকেন্দ্র (centre of buoyancy)** বলে।

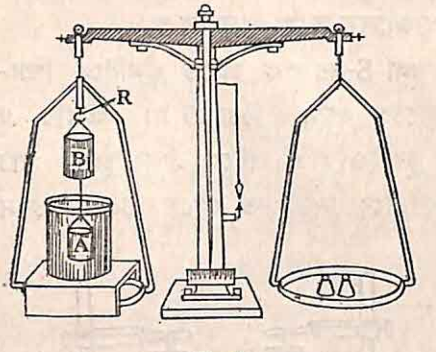


চিত্র 15

3.5 (b) আর্কিমিডিসের নীতির পরীক্ষামূলক সত্যতা প্রমাণ (Experimental verification of Archimedes' Principle) ঃ

চিত্রে (চিত্র 16) যেমন দেখানো হইয়াছে ঐ রকম পরীক্ষার ব্যবস্থাদি করা হইল। B একটি একমুখ-খোলা ফাঁপা চোঙ এবং A একটি নিরেট চোঙ। এই চোঙ দুইটির আকার এমন যে, নিরেট চোঙটি ফাঁপা চোঙটির মধ্যে ঠিক ঠিক আঁটিয়া বসিতে পারে, অর্থাৎ নিরেট চোঙটির বাহিরের আয়তন আর ফাঁপা চোঙটির ভিতরের আয়তন

সমান। তুলাদণ্ডের বামপ্রান্তে R-আংটা হইতে ফাঁপা চোঙ (B)-টিকে ঝুলাইয়া ঐ চোঙের তলার আংটা হইতে আবার নিরেট চোঙ (A)-টিকে ঝোলানো হইল। এই অবস্থায় ডানদিকের তুলাপাত্রে প্রয়োজনীয় বাটখারা বসাইয়া তুলাদণ্ড অনুভূমিক করা হইল। এখন একটি বীকারে কিছু জল লইয়া ঐ জলের মধ্যে নিরেট চোঙটিকে সম্পূর্ণভাবে ডোবানো হইল। জলের মধ্যে চোঙটিকে ডুবাইবার জন্য জলসহ বীকারটি তুলাপাত্রের উপর দিয়া স্থাপিত একটি ছোট কাঠের সেতুর উপর এরূপে রাখা হইয়াছে যে, তুলাপাত্রটি যেন কোথাও ঐ সেতু কিংবা বীকারকে স্পর্শ করিতে না পারে। চোঙটিকে জলে ডুবাইলে দেখা যাইবে, তুলাদণ্ড আর অনুভূমিক থাকিল না। ডানদিকের তুলাপাত্র ভারী হইয়া নীচের দিকে নামিয়া গেল। ইহা প্রমাণ করে, নিমজ্জিত অবস্থায় নিরেট চোঙটির ওজনের হ্রাস হইল।



চিত্র 16

এইবার ফাঁপা চোঙ B-তে আস্তে আস্তে জল ঢালিলে দেখা যাইবে, ডানদিকের তুলাপাত্র আস্তে আস্তে উঠিতেছে। যখন ফাঁপা চোঙটি জলপূর্ণ হইবে তখন তুলাদণ্ডকে আবার অনুভূমিক হইতে দেখা যাইবে। ফাঁপা চোঙটির আভ্যন্তরিক আয়তন নিরেট চোঙের আয়তনের সমান বলিয়া ইহা প্রমাণ করে, জলে সম্পূর্ণভাবে নিমজ্জিত হওয়ায় নিরেট চোঙের যে ওজন হ্রাস পাইয়াছিল তাহা চোঙের সম-আয়তন জলের ওজন।

3.6. আর্কিমিডিসের নীতির প্রয়োগ (Applications of Archimedes' Principle) :

আর্কিমিডিসের নীতির উপর ভিত্তি করিয়া আমরা নিম্নলিখিত বিষয়গুলি নির্ণয় করিতে পারি :—

(i) অসম আকৃতিবিশিষ্ট বস্তুর আয়তন

(ii) পদার্থের ঘনত্ব ও আপেক্ষিক গুরুত্ব এবং ধাতুর বিশুদ্ধতা

(i) অসম আকৃতিবিশিষ্ট বস্তুর আয়তন নির্ণয় :

ধরা যাক, কোন অসম আকৃতিবিশিষ্ট বস্তুর বায়ুতে ওজন $= W_1$ এবং পূর্বোক্ত ব্যবস্থায় জলে নিমজ্জিত অবস্থায় ঐ বস্তুর ওজন $= W_2$.

আকিমিডিসের নীতি হইতে আমরা জানি,

$$W_1 - W_2 = \text{বস্তুর ওজনের আপাত হ্রাস}$$

$$= \text{বস্তুর সম-আয়তন জলের ওজন।}$$

ওজনগুলি যদি সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে লওয়া হয়, তাহা হইলে সম-আয়তন জলের ওজন $=(W_1-W_2)$ gm.। জলের ঘনত্ব ρ_t gm/c.c. হইলে, (W_1-W_2) gm. জলের আয়তন $V=(W_1-W_2)/\rho_t$ c.c. ; খুব সূক্ষ্ম মাপের প্রয়োজন না হইলে $\rho_t=1$ gm/c.c. ধরা যাইতে পারে এবং সেক্ষেত্রে $V=(W_1-W_2)$ c.c.

ওজনগুলি এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে লইলে সম-আয়তন জলের ওজন $=(W_1-W_2)$ lbs ; জলের ঘনত্ব $=62{\cdot}5$ lbs/c. ft.। সুতরাং (W_1-W_2) lbs জলের আয়তন $=(W_1-W_2)/62{\cdot}5$ c. ft. এবং ইহাই বস্তুর আয়তন। এখানেও খুব সূক্ষ্ম মাপের প্রয়োজন হইলে উষ্ণতার নিমিত্ত সংশোধন করিতে হইবে।

(ii) পদার্থের ঘনত্ব, আপেক্ষিক গুরুত্ব ও ধাতুর বিশুদ্ধতা নির্ণয় ঃ

$$\text{পদার্থের ঘনত্ব} = \frac{\text{পদার্থের যে কোন আয়তনের ভর}}{\text{ঐ আয়তন}}$$

ধরা যাক, পদার্থখণ্ডের বায়ুতে ওজন $=W_1$ এবং জলে নিমজ্জিত অবস্থায় ওজন $=W_2$; তাহা হইলে, পদার্থখণ্ডের আয়তন পূর্বোক্ত উপায়ে নির্ণয় করা যাইতে পারে।

সুতরাং সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ঐ পদার্থের ঘনত্ব $=\dfrac{W_1}{W_1-W_2}$ gm/c.c.

ও এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে পদার্থের ঘনত্ব $=\dfrac{W_1}{\dfrac{W_1-W_2}{62{\cdot}5}}$ lbs/c. ft.

$$=\frac{W_1\times 62{\cdot}5}{W_1-W_2}\ \text{lbs/c. ft.}$$

এবং W_1 ও W_2 ওজনগুলি যে-কোন পদ্ধতিতেই প্রকাশ করা হউক না কেন, আপেক্ষিক গুরুত্ব $=\dfrac{W_1}{W_1-W_2}$

এই প্রক্রিয়ায় আমরা ধাতুর বিশুদ্ধতা নির্ণয় করিতে পারি। ধরা যাক, একখণ্ড সোনার বিশুদ্ধতা নির্ণয় করিতে হইবে। সেক্ষেত্রে উপরে বর্ণিত উপায়ে স্বর্ণখণ্ডের ঘনত্ব নির্ণয় করিতে হইবে এবং ঐ নির্ণীত ফল যদি খাঁটি সোনার ঘনত্ব অর্থাৎ 19·3 gm/c.c. হয় তবে বুঝিতে হইবে স্বর্ণখণ্ড খাঁটি, নতুবা উহাতে খাদ মিশানো আছে। প্রকৃতপক্ষে আর্কিমিডিস এই পদ্ধতিতেই সম্রাট হিয়ারোর স্বর্ণমুকুট যাচাই করিয়া উহাতে খাদ মিশানো ছিল প্রমাণ করেন এবং তারপর বিজ্ঞানী হিসাবে প্রতিষ্ঠা লাভ করেন।

উদাহরণ ঃ

(1) একটি গোলাকার পিতলের বলের বায়ুতে ওজন 35·7 gm. ও জলে নিমজ্জিত অবস্থায় ওজন 31·5 gm. হইলে উহার ঘনত্ব ও ব্যাসার্ধ নির্ণয় কর।

বস্তুর বায়ুতে ওজন = 35·7 gm.

বস্তুর জলে নিমজ্জিত অবস্থায় ওজন = 31·5 gm.

∴ বস্তুর ওজনের আপাত হ্রাস = (35·7 − 31·5) gm. = 4·2 gm.

= বস্তুর সম-আয়তন জলের ওজন

এখন জলের ঘনত্ব 1 gm/c.c. ধরিলে, ঐ অপসারিত জলের আয়তন

= 4·2 c.c.

= বস্তুর আয়তন

$$\therefore \quad \text{ঘনত্ব} = \frac{\text{বস্তুর ভর}}{\text{বস্তুর আয়তন}} = \frac{35{\cdot}7}{4{\cdot}2} = 8{\cdot}5 \text{ gm/c.c.}$$

ঐ গোলাকার বলের ব্যাসার্ধ r হইলে উহার আয়তন = $\frac{4}{3}\pi r^3$

$$\therefore \quad \tfrac{4}{3}\pi r^3 = 4{\cdot}2$$

$$\therefore \quad r = \left(\frac{4{\cdot}2 \times 3}{4 \times 3{\cdot}14}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 1 \text{ cm. (প্রায়)}$$

(2) সোনার সঙ্গে রূপার খাদ মিশানো মুকুটের বায়ুতে ওজন 200 gm. এবং জলে ওজন 185 gm.। মুকুটে কতটা সোনা ও কতটা রূপা আছে নির্ণয় কর। (সোনার ঘনত্ব = 19·3 gm/c.c. ও রূপার ঘনত্ব = 10·3 gm/c.c.)।

ধরা যাক, মুকুটে x gm. রূপা মিশ্রিত আছে।

∴ মুকুটে সোনার ওজন = $(200 - x)$ gm.

সোনার আয়তন = ভর/ঘনত্ব = $[(200 - x)/19{\cdot}3]$ c.c.

ও রূপার আয়তন = ভর/ঘনত্ব = $x/10{\cdot}3$ c.c.

$$\therefore \quad \text{মুকুটের আয়তন} = \left[\frac{200 - x}{19{\cdot}3} + \frac{x}{10{\cdot}3}\right] \text{c.c.}$$

$$\therefore \quad \text{অপসারিত জলের আয়তন} = \left[\frac{200 - x}{19{\cdot}3} + \frac{x}{10{\cdot}3}\right] \text{c.c.}$$

এখন জলের ঘনত্ব 1 gm./c.c. ধরিলে আর্কিমিডিসের সূত্রানুসারে, অপসারিত জলের আয়তন = 200 − 185 = 15 c.c.

$$\therefore \quad \frac{200 - x}{19{\cdot}3} + \frac{x}{10{\cdot}3} = 15$$

$$\therefore \quad x = 102{\cdot}43$$

∴ রূপার ভর = 102·43 gm. এবং সোনার ভর = 200 − 102·43 = 97·57 gm.

(3) তুলাদণ্ডের দুই বাহু হইতে দুইটি বস্তুকে জলের মধ্যে নিমজ্জিত করিলে তুলাদণ্ড অনুভূমিক হয়। একটি বস্তুর ভর 28 gm. ও উহার ঘনত্ব 5·6 gm./c.c.; অপর বস্তুটির ভর 36 gm. হইলে উহার ঘনত্ব কত ?

মনে করা যাক, দ্বিতীয় বস্তুটির ঘনত্ব $= \rho$ gm./c.c.

প্রদত্ত শর্তানুসারে, জলে নিমজ্জিত অবস্থায় বস্তু দুইটির আপাত ওজন সমান।

প্রথম বস্তুর আয়তন $= \frac{28}{5 \cdot 6} = 5$ c.c.

প্রথম বস্তুর আপাত ওজন = প্রকৃত ওজন − সম-আয়তন জলের ওজন

$= 28 - 5 = 23$ gm.

দ্বিতীয় বস্তুর আয়তন $= \frac{36}{\rho} =$ অপসারিত জলের আয়তন

দ্বিতীয় বস্তুর আপাত ওজন $= 36 - \frac{36}{\rho}$

$\therefore \quad 36 - \frac{36}{\rho} = 23$

or, $\frac{36}{\rho} = 13$

$\therefore \quad \rho = 36/13 = 2 \cdot 77$ gm./c.c.

3.7. বস্তুর ভাসন ও নিমজ্জন (Floatation and immersion of a body) :

3.5 (a) অনুচ্ছেদে বলা হইয়াছে, কোন বস্তুকে জলে নিমজ্জিত করিলে উহা কিছুটা হালকা মনে হয়। ইহার কারণ, জলের ঊর্ধ্বঘাত বা প্লবতা। শুধুমাত্র জল নয়, সকল তরল পদার্থের ক্ষেত্রেই নিমজ্জিত বস্তু প্লবতা অনুভব করে। তাহা হইলে, কোন বস্তুকে জলে বা কোন তরলে সম্পূর্ণ বা আংশিকভাবে নিমজ্জিত করিলে উহার উপর দুইটি বল একসঙ্গে ক্রিয়া করিবে; বস্তুর ওজন W_1 বস্তুর ভারকেন্দ্রের মধ্য দিয়া নিম্নাভিমুখী ক্রিয়া করে, আর প্লবতা বা ঊর্ধ্বঘাত W_2 প্লবতাকেন্দ্রের মধ্য দিয়া ঊর্ধ্বমুখী ক্রিয়া করে এবং আর্কিমিডিসের সূত্রানুযায়ী, এই প্লবতা বস্তু কর্তৃক অপসারিত জল বা তরলের ওজনের সমান। বস্তুর ভাসন ও নিমজ্জন সম্পর্কে নিম্নলিখিত তিনটি অবস্থার উদ্ভব হইতে পারে :—

(1) যদি $W_1 > W_2$ হয়, অর্থাৎ বস্তুর ওজন প্লবতা অপেক্ষা বেশী হয়, তবে বস্তু নীচের দিকে যাইবে বা বস্তু তরলে ডুবিয়া যাইবে। এইক্ষেত্রে বস্তুর ওজন সম-আয়তন তরলের ওজন অপেক্ষা বেশী; সুতরাং বস্তুর ঘনত্ব তরলের ঘনত্ব অপেক্ষা

বেশী হইবে। লোহা, তামা, পিতল, পাথর প্রভৃতি সম-আয়তন জল অপেক্ষা ভারী বলিয়া জলে ডুবিয়া যায়।

(2) যদি $W_1 = W_2$ হয়, অর্থাৎ বস্তুর ওজন ও প্লবতা সমান হয়, তবে বস্তু তরলের মধ্যে যে-কোন স্থানে স্থির হইয়া ভাসিতে থাকিবে। সম-আয়তন জল ও অ্যালকোহলের মিশ্রণে একফোঁটা অলিভ অয়েল ফেলিয়া দিলে দেখা যাইবে, অলিভ অয়েলের ফোঁটাটি মিশ্রণের মধ্যে যে-কোন স্থানে থাকিতে পারে। এই ক্ষেত্রে মিশ্রণের ঘনত্ব ও অলিভ অয়েলের ঘনত্ব সমান হওয়ায় এরূপ হয়।

(3) যদি $W_1 < W_2$ হয়, অর্থাৎ বস্তুর ওজন প্লবতা অপেক্ষা কম হয়, তবে সেক্ষেত্রে বস্তুটি ভাসিয়া উঠিবে ; এই সময় বস্তুর খানিকটা অংশ তরলের বাহিরে ও বাকী অংশ তরলের মধ্যে থাকিবে। এই অবস্থাকে বস্তুর **ভাসন (floatation)** বলে। তরলের ঘনত্ব বস্তুর উপাদানের ঘনত্বের বেশী হইলেই এইরূপ অবস্থার সৃষ্টি হয়। যেমন, একটুকরা কাঠ, শোলা, মোমকে জোর করিয়া জলে ডুবাইয়া দিলেও উহা ভাসিয়া ওঠে।

3.7. (a) সাম্য অবস্থায় ভাসনের শর্ত (Conditions of equilibrium of floating bodies) :

কোন বস্তুকে সাম্য বা স্থির অবস্থায় কোন তরলে ভাসিতে হইলে নিম্নোক্ত দুইটি শর্ত পালন করিতে হইবে :—

(i) **ভাসমান বস্তুর এরূপ অংশ তরলে নিমজ্জিত থাকিবে যাহাতে বস্তুর নিমজ্জিত অংশের দ্বারা অপসারিত তরলের ওজন ও বস্তুর ওজন সমান হয়।** সুতরাং ভাসমান বস্তুর মোট আয়তন ও অপসারিত তরলের আয়তন সমান নয়।

(ii) **ভাসমান বস্তুর ভারকেন্দ্র ও অপসারিত তরলের প্লবতাকেন্দ্রকে একই উল্লম্ব রেখায় (vertical line) থাকিতে হইবে।**

প্রথম শর্তের ব্যাখ্যা—ধরা যাক, d gm./c.c. ঘনত্ববিশিষ্ট কোন তরলে V c.c. আয়তনের একটি বস্তু ভাসিতেছে এবং ভাসমান বস্তুর ঘনত্ব ρ gm./c.c.। যদি বস্তুটি v c.c. আয়তন তরলে নিমজ্জিত হয় তবে v c.c. তরল অপসারিত হইবে। ভাসনের শর্তানুযায়ী,

বস্তুর ওজন = অপসারিত তরলের ওজন

সুতরাং, $V\rho = vd$

অতএব, $\dfrac{v}{V} = \dfrac{\rho}{d}$

$$\text{সুতরাং, } \frac{\text{বস্তুর নিমজ্জিত অংশের আয়তন}}{\text{সম্পূর্ণ বস্তুর আয়তন}} = \frac{\text{বস্তুর ঘনত্ব}}{\text{তরলের ঘনত্ব}}$$

যদি বস্তুর আয়তনের 'k' ভগ্নাংশ ঐ তরলে নিমজ্জিত হইয়া থাকে, তাহা হইলে ভাসনের শর্তানুযায়ী, $V\rho = k.Vd$, অথবা, $\rho = k.d$; অর্থাৎ কোন বস্তু উহার আয়তনের k-ভগ্নাংশ কোন তরলে নিমজ্জিত করিয়া ভাসিতে থাকিলে, ঐ বস্তুর ঘনত্ব ঐ তরলের ঘনত্বের k-গুণ হইবে।

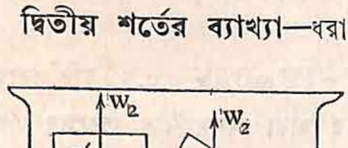
বস্তু যদি জলে ভাসে, সেক্ষেত্রে $d = 1$ gm./c.c., অতএব $\rho = k$, অর্থাৎ ভাসমান বস্তুর আয়তনের যে-ভগ্নাংশ জলে নিমজ্জিত হইবে তাহাই বস্তুর ঘনত্ব।

প্রথম শর্তের পরীক্ষামূলক প্রমাণ—চিত্রে (চিত্র 17) যেমন দেখানো হইয়াছে ঐ রকম একটি পার্শ্বনলযুক্ত কাচপাত্র লওয়া হইল। তারপর কাচপাত্রটিতে জল ঢালিয়া পার্শ্বনলের মুখ বরাবর পর্যন্ত ভরতি করা হইল, একটু বেশী জল ঢালিলেই অতিরিক্ত জল পার্শ্বনল দিয়া বাহির হইয়া যাইবে। এইবার একটি ওজন করা খালি শুকনো বীকার ঐ পার্শ্বনলের নীচে রাখা হইল যাহাতে নল দিয়া জল পড়িলেই জল ঐ বীকারে জমা হইতে পারে। এইবার সাধারণ তুলাযন্ত্রে এক টুকরা কাঠের ওজন লইয়া উহাকে আস্তে আস্তে ঐ কাচপাত্রের জলে ভাসাইয়া দেওয়া হইল। দেখা যাইবে, খানিকটা জল পার্শ্বনল দিয়া বাহির হইয়া বীকারে পড়িল। যখন জল পড়া বন্ধ হইবে তখন জল সহ বীকার ওজন করা হইল। এই ওজন হইতে খালি বীকারের ওজন বিয়োগ করিলে কাষ্ঠখণ্ডের নিমজ্জিত অংশের দ্বারা অপসারিত জলের ওজন পাওয়া যাইবে এবং দেখা যাইবে এই জলের ওজন কাষ্ঠখণ্ডের ওজনের সমান। সুতরাং প্রমাণিত হইল, **ভাসমান অবস্থায় বস্তু যে-জল বা তরল অপসারণ করে তাহার ওজন বস্তুর ওজনের সমান।**



চিত্র 17

দ্বিতীয় শর্তের ব্যাখ্যা—ধরা যাক, একটি বস্তু তরলে ভাসিতেছে ও G-বিন্দু উহার ভারকেন্দ্র এবং এই ভারকেন্দ্রের মধ্য দিয়া বস্তুর ওজন W_1 উল্লম্ব রেখায় নিম্নাভিমুখে ক্রিয়া করিতেছে (চিত্র 18)। আবার G'-বিন্দু প্লবতাকেন্দ্র অর্থাৎ G'-বিন্দুর মধ্য দিয়া অপসারিত জলের ওজন W_2 উল্লম্ব রেখায় ঊর্ধ্বাভিমুখে ক্রিয়া করিতেছে। ভাসনের প্রথম শর্তানুযায়ী, $W_1 = W_2$। এখন চিত্র হইতে স্পষ্টই বোঝা যাইতেছে, বিপরীতমুখী



চিত্র 18

এই দুইটি সমান বল একই রেখা-বরাবর ক্রিয়া না করিলে বস্তুটি কখনই সাম্য অবস্থায় থাকিতে পারে না ; w_1 এবং w_2—এই দুইটি বলের ক্রিয়ারেখা ভিন্ন উল্লম্ব রেখায় থাকিলে উহারা বস্তুর উপর একটি দ্বন্দ্ব সৃষ্টি করিবে, যাহার ফলে বস্তুটি ঘুরিতে থাকিবে। অতএব বস্তুটিকে সাম্য অবস্থায় ভাসিতে হইলে G ও G′ বিন্দুদ্বয়কে একই উল্লম্ব রেখায় অবস্থান করিতে হইবে।

ভাসনের কয়েকটি উদাহরণ ঃ

(1) **বরফ জলে ভাসে কেন?** জল জমিয়া বরফ হইতে থাকিলে সেই বরফকে জলে ভাসিতে দেখা যায়। ইহার কারণ কি? ভাসনের শর্তানুযায়ী, বরফের টুকরোকে ভাসিতে হইলে উহাকে সম-আয়তন জলের চাইতে হালকা হইতে হইবে। সত্যিই তাই। পরীক্ষা সাহায্যে দেখা গিয়াছে, 1 c.c. বরফের ওজন 0·92 gm., আর 1 c.c. জলের ওজন 1 gm.। কাজেই বরফের কোন টুকরো উহার সম-আয়তন জল অপেক্ষা হালকা ; সেই জন্যই বরফ জলে ভাসে।

(2) **জাহাজ জলে ভাসে কেন?** একটি লোহখণ্ড জলে ফেলিয়া দিলে উহা ডুবিয়া যায়, কিন্তু লোহার তৈয়ারী বিরাট জাহাজ জলে ভাসে। ইহার কারণ কি?

এখন লোহখণ্ডকে যদি এরূপ আকৃতি দেওয়া সম্ভব হয় যাহার ফলে অপসারিত জলের ওজন লোহখণ্ডের ওজন অপেক্ষা বেশী হয়—তাহা হইলে, ভাসনের শর্তানুযায়ী, লোহখণ্ড জলে ভাসিবে। যেমন আমরা জানি, লোহার কড়াই জলে ভাসে। জাহাজ জলে ভাসিবার কারণও একই। জাহাজের খোলের আকৃতি এরূপভাবে নির্মাণ করা হয় যে, মাল বোঝাই জাহাজের ওজন জাহাজের নিমজ্জিত অংশের দ্বারা অপসারিত জলের ওজনের চাইতে কম হয়।

উদাহরণ ঃ

(1) একটি ব্লক কোন তরলে এক-পঞ্চমাংশ আয়তন বাহিরে রাখিয়া ও জলে এক-দশমাংশ আয়তন বাহিরে রাখিয়া ভাসে। তরলের ঘনত্ব কত?

মনে করা যাক, ব্লকের আয়তন = V c.c.

$\therefore$ তরলে নিমজ্জিত অংশের আয়তন $= V - \frac{1}{5}V = 0·8V$ c.c.। যদি তরলের ঘনত্ব ρgm/c.c. হয় তবে ব্লকের নিমজ্জিত অংশের দ্বারা অপসারিত তরলের ওজন $= 0·8V\rho$ gm.

ভাসনের শর্তানুসারে বস্তুর ওজন $= 0·8V\rho$ gm.

ব্লকের জলে নিমজ্জিত অংশের আয়তন $= V - \frac{1}{10}V = 0·9V$ c.c.। জলের ঘনত্ব 1 gm/c.c. ধরিলে অপসারিত জলের ওজন $= 0·9V$ gm.

$\therefore$ বস্তুর ওজন $= 0·9V$ gm.

$\therefore \quad 0{\cdot}8V\rho = 0{\cdot}9V$

$\therefore \quad \rho = \frac{0{\cdot}9}{0{\cdot}8} = 1{\cdot}125$ gm/c.c.

(2) একটি 18 cm. দীর্ঘ চোঙাকৃতি পেনসিল জলের বাহিরে 6 cm. রাখিয়া লম্বভাবে ভাসে। 0·8 আপেক্ষিক গুরুত্ববিশিষ্ট তরলে পেনসিলটি কতটা বাহিরে রাখিয়া ভাসিবে ?

মনে করা যাক, পেনসিলের প্রস্থচ্ছেদ $= \alpha$ cm.^{2}

অপসারিত জলের আয়তন $= (18-6)\alpha$ c.c.

$\therefore$ অপসারিত জলের ওজন $= (18-6)\alpha$ gm.

মনে করা যাক, পেনসিলটি x cm. তরলের বাহিরে রাখিয়া ভাসিবে।

$\therefore$ অপসারিত তরলের ওজন $= (18-x)\alpha \times 0{\cdot}8$ gm.

$\therefore \quad (18-x).\alpha \times 0{\cdot}8 = (18 \times 6)\alpha$

$\therefore \quad x = 3$ cm.

$\therefore$ পেনসিলটি 3 cm. তরলের বাহিরে রাখিয়া ভাসিবে।

(3) একটি ফাঁপা গোলকের ভিতরের ও বাহিরের ব্যাস যথাক্রমে 8 cm. ও 10 cm. ; গোলকটি 1·5 gm/c.c. ঘনত্ববিশিষ্ট তরলে ঠিক ডুবিয়া ভাসে। গোলকটির উপাদানের ঘনত্ব নির্ণয় কর।

এখানে গোলকটির বাহিরের ও ভিতরের ব্যাসার্ধ যথাক্রমে 5 ও 4 cm.

$\therefore$ গোলকটির বাহিরের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi 5^3$ c.c.

এবং গোলকটির ভিতরের ফাঁপা অংশের আয়তন $= \frac{4}{3}\pi 4^3$ c.c.

$\therefore$ গোলকটির নিরেট অংশের আয়তন

$= \frac{4}{3}\pi(5^3 - 4^3) = \frac{4}{3}\pi.61$ c.c.

মনে করা যাক, গোলকের উপাদানের ঘনত্ব $= \rho$ gm/c.c.

অতএব গোলকের ভর = নিরেট অংশের আয়তন × উপাদানের ঘনত্ব

$= \frac{4}{3}\pi.61.\rho$ gm.

গোলকটি ঠিক ডুবিয়া ভাসে বলিয়া অপসারিত তরলের ভর

= গোলকটির বাহিরের আয়তনের সম-আয়তন তরলের ভর

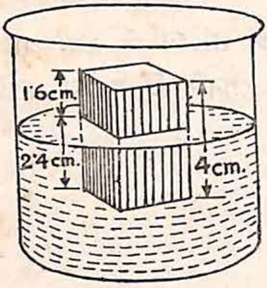
$= \frac{4}{3}\pi.5^3 \times 1{\cdot}5$ gm.

ভাসনের শর্ত অনুসারে, গোলকের ভর = অপসারিত তরলের ভর

$\therefore \quad \frac{4}{3}\pi.61.\rho = \frac{4}{3}\pi.5^3 \times 1{\cdot}5$

$\therefore \quad \rho = \frac{125 \times 1{\cdot}5}{61} = 3{\cdot}07$ gm/c.c. (প্রায়)

(4) একটি কাঠের ঘনকের প্রত্যেক পাশের দৈর্ঘ্য 4 cm. এবং উহার ওজন 48 gm. ; গ্লিসারিনে ঐ ঘনকটি ভাসাইলে ঘনকটির উপরিস্থ অনুভূমিক তল তরলের মুক্ত-তল হইতে 1·6 cm. ঊর্ধ্বে থাকে। গ্লিসারিনের ঘনত্ব নির্ণয় কর।



চিত্র 19

ঘনকটির ভাসমান অবস্থায় 1·6 cm. তরলের বাহিরে থাকে (চিত্র 19); সুতরাং, ঘনকটির নিমজ্জিত অংশের আয়তন $=4\times4\times(4-1{\cdot}6)$ c.c.

$\therefore$ বস্তুর নিমজ্জিত অংশের দ্বারা অপসারিত গ্লিসারিনের ওজন $=4\times4\times(4-1{\cdot}6)\times\rho$ gm. (ρ = গ্লিসারিনের ঘনত্ব)

ভাসনের শর্তানুসারে,

বস্তুর নিমজ্জিত অংশের দ্বারা অপসারিত গ্লিসারিনের ওজন = বস্তুর ওজন

$\therefore\ 4\times4\times(4-1{\cdot}6)\rho=48.$

$\therefore\ \rho=1{\cdot}25$ gm/c.c.

$\therefore$ গ্লিসারিনের ঘনত্ব $=1{\cdot}25$ gm/c.c.

(5) 100 c.c. আয়তন ও 0·85 gm/c.c. ঘনত্বের একটি বস্তু জলে ভাসিতেছে। জলের উপর 0·8 gm/c.c. ঘনত্বের কেরোসিন তৈল ঢালা হইল যাহাতে বস্তুটি ঠিক সম্পূর্ণভাবে আবৃত হয়। বস্তুটির কত আয়তন এখন জলে ডুবিয়া থাকিবে ?

এখানে বস্তুর ওজন = বস্তুর আয়তন $\times$ ঘনত্ব

$=100\times0{\cdot}85=85$ gms.

মনে করা যাক, বস্তুর V c.c. আয়তন জলের মধ্যে ডুবিয়া আছে ; সুতরাং অবশিষ্ট $(100-V)$ c.c. কেরোসিন তৈলের মধ্যে ডুবিয়া থাকিবে, কারণ কেরোসিন তৈল এরূপে ঢালা হইয়াছে যে উহা ঠিক বস্তুটিকে আবৃত করে।

সুতরাং অপসারিত জলের ওজন $=V\times1$ ($\because$ জলের ঘনত্ব = 1 gm/c.c.)

এবং অপসারিত তৈলের ওজন $=(100-V)\times0{\cdot}8$

ভাসনের শর্ত হইতে অপসারিত জল ও তৈলের ওজন = বস্তুর ওজন

$\therefore\ V\times1+(100-V)\times0{\cdot}8=85$

$\therefore\ V=25$ c.c.

(6) একটি বয়ার আয়তন 1000 litre ও ওজন 950 kgm.। সমুদ্রতলে লম্বভাবে আটকানো শিকলের সাহায্যে বয়াটিকে জলের মধ্যে নিমজ্জিত অবস্থায় রাখিলে শিকলের উপর কত টান পড়িবে ? সমুদ্রজলের ঘনত্ব 1·02 gm/c.c.

অপসারিত সমুদ্রজলের আয়তন = বয়ার আয়তন = 1000 litre = 10^6 c.c.

এখন এই অপসারিত সমুদ্রজলের ওজন = জলের আয়তন × ঘনত্ব

$= (10^6 \times 1{\cdot}02)$ gm.

$= 1020$ kgm.

∴ বয়ার উপর প্লবতা = অপসারিত জলের ওজন

$= 1020$ kgm.

∴ শিকলের উপর টান = $(1020 - 950)$ kgm. wt.

$= 70$ kgm. wt.

(7) 2 cm. বর্গের প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট এবং 20 cm. দীর্ঘ একটি সুষম কাষ্ঠদণ্ডের একপ্রান্তে 1 c.c. সীসা আটকানো আছে। দণ্ডটিকে জলে ভাসাইলে দণ্ডটি উহার দৈর্ঘ্যের 7·4 cm. জলের বাহিরে রাখিয়া স্থির হইয়া ভাসিতে থাকে। সীসার ঘনত্ব 11·4 gm./c.c. হইলে কাষ্ঠের ঘনত্ব কত?

এখানে দণ্ডটির $20 - 7{\cdot}4 = 12{\cdot}6$ cm. জলে নিমজ্জিত থাকিতেছে। দণ্ডটির প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল $= (2 \times 2)$ cm.$^2 = 4$ cm.^{2}

দণ্ডের নিমজ্জিত অংশের আয়তন $= 4 \times 12{\cdot}6 = 50{\cdot}4$ c.c. = দণ্ড কর্তৃক অপসারিত জলের আয়তন ; সীসার আয়তন = 1 c.c. ; সুতরাং মোট অপসারিত জলের আয়তন $= 50{\cdot}4 + 1 = 51{\cdot}4$ c.c. এবং মোট অপসারিত জলের ওজন $= 51{\cdot}4$ gm.

এখন ধরা যাক, কাষ্ঠখণ্ডের ঘনত্ব = ρ gm./c.c.

সুতরাং কাষ্ঠখণ্ডের ওজন = উহার আয়তন × ঘনত্ব

= প্রস্থচ্ছেদ × দৈর্ঘ্য × ঘনত্ব

$= (4 \times 20 \times \rho)$ gm. $= 80\rho$ gm.

আর 1 c.c. সীসার ওজন 11·4 gm. ; সুতরাং দণ্ড ও সীসার মোট ওজন $= (80\rho + 11{\cdot}4)$ gm. এবং ভাসনের শর্তানুসারে,

$$80\rho + 11{\cdot}4 = 51{\cdot}4$$

$$\therefore \quad \rho = 0{\cdot}5 \text{ gm./c.c.}$$

∴ কাষ্ঠখণ্ডের ঘনত্ব = 0·5 gm./c.c.

(8) 1000 kgm. বরফের স্তূপ সমুদ্রজলে নিক্ষেপ করা হইল। নিমজ্জিত অংশের আয়তন কত? সমুদ্রজলের ঘনত্ব = 1·03 gm/c.c.

ধরা যাক বরফের নিমজ্জিত অংশের আয়তন = V c.c.

সুতরাং অপসারিত জলের আয়তন $= V$ c.c. এবং এই অপসারিত জলের ওজন $= V \times 1{\cdot}03$

বরফস্তূপের ওজন $= 1000$ kgm. $= 10^6$ gms.

ভাসনের শর্তানুসারে, $V \times 1{\cdot}03 = 10^6$

$$\therefore \quad V = \frac{10^6}{1{\cdot}03} = 970874 \text{ c.c.}$$

(9) একটি কঠিন বস্তু তিনটি বিভিন্ন তরলে নিজ আয়তনের $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ এবং $\frac{1}{4}$ অংশ তরল অপসারিত করিয়া ভাসে। উক্ত তিনটি তরলের সম-আয়তনের মিশ্রণে বস্তুটি নিজ আয়তনের কত অংশ অপসারিত করিয়া ভাসিবে ?

ধরা যাক, বস্তুটির আয়তন ও ঘনত্ব যথাক্রমে V ও ρ ; তরল তিনটির ঘনত্ব যথাক্রমে ρ_1, ρ_2 ও ρ_3.

যেহেতু তিনটি তরলেই বস্তুটি ভাসে, কাজেই শর্তানুসারে,

$$V\rho = \tfrac{1}{2}V\rho_1 = \tfrac{1}{3}V\rho_2 = \tfrac{1}{4}V\rho_3$$

$$\therefore \quad \rho = \tfrac{1}{2}\rho_1 = \tfrac{1}{3}\rho_2 = \tfrac{1}{4}\rho_3$$

এখন মনে করা যাক, প্রত্যেক তরলের v আয়তন লইয়া উহাদের মিশ্রণ তৈয়ারি করা হইল। সেক্ষেত্রে মিশ্রণের ভর $= v\rho_1 + v\rho_2 + v\rho_3$

$$= v\rho_1 + \tfrac{3}{2}v\rho_1 + \tfrac{4}{2}v\rho_1 = \tfrac{9}{2}v\rho_1$$

সুতরাং মিশ্রণের ঘনত্ব $= \dfrac{\frac{9}{2}v\rho_1}{3.v} = \frac{3}{2}\rho_1$

এখন ধরা যাক, বস্তুটি নিজ আয়তনের $\dfrac{1}{n}$ অংশ মিশ্রণে নিমজ্জিত করিয়া ভাসে। সুতরাং শর্তানুসারে,

$$V\rho = \frac{1}{n}.V.\frac{3}{2}\rho_1$$

$$\therefore \quad V.\frac{\rho_1}{2} = \frac{1}{n}.V.\frac{3}{2}\rho_1$$

$$\therefore \quad n = 3$$

অর্থাৎ বস্তুটি নিজ আয়তনের $\frac{1}{3}$ অংশ মিশ্রণে নিমজ্জিত করিয়া ভাসিবে।

3.8. চাপ (Pressure) :

কোন বস্তুকে কোন অবলম্বনের উপর রাখিলে বস্তু ঐ অবলম্বনের উপর নিজ ওজনের সমান বল প্রয়োগ করে। ইহাতে ঐ অবলম্বন যে চাপ অনুভব করিবে তাহা দুইটি বিষয়ের উপর নির্ভর করে—একটি হইল ঐ বস্তুর ওজন কর্তৃক মোট বল বা **ঘাত**

(**thrust**), আর দ্বিতীয়টি হইল অবলম্বনের সহিত বস্তুর সংস্পর্শযুক্ত ক্ষেত্রফল। কোন পাত্রে তরল পদার্থ রাখিলে তরলও অনুরূপভাবে ঐ পাত্রের গায়ে বল প্রয়োগ করে। **প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর তরল কর্তৃক লম্বভাবে প্রযুক্ত বলকে বলা হয় তরলের চাপ।** অতএব,

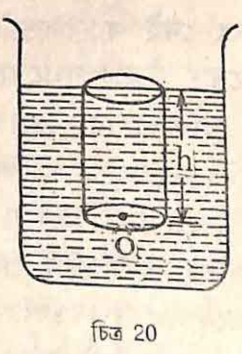
$$\text{চাপ} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল বা ঘাত}}{\text{ক্ষেত্রফল}} \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

তরল যে চাপ প্রদান করে তাহা খুব সহজেই দেখানো যাইতে পারে। যেমন, গায়ে ছিদ্র আছে এরূপ একটি পাত্র জলপূর্ণ করিলে দেখা যাইবে, ছিদ্র দিয়া জল তীরের মত বাহিরে আসিতেছে। ছিদ্রের আকারের সমান একটি চাকতি ছিদ্রের মুখে রাখিয়া জলপ্রবাহ বন্ধ করা যায় বটে, কিন্তু চাকতিকে স্থির রাখিতে হইলে উহার উপর বাহির হইতে জলপ্রবাহের বিপরীতদিকে বল প্রয়োগ করিতে হইবে। ইহা হইতে বোঝা যায়, পাত্রে জল রাখিলে ঐ জল পাত্রের গায়ে চাপ দেয়। এই চাপকে পার্শ্বচাপ বলে। জলের পরিবর্তে অন্য যে-কোন তরল পদার্থ লইলেও একই ব্যাপার ঘটে। তরল পদার্থ যে শুধুমাত্র পার্শ্ব বা নিম্নমুখী চাপ দেয় তাহা নয়, উর্ধ্বমুখী চাপও দেয়। এই উর্ধ্বমুখী চাপ দেয় বলিয়াই কোন বস্তু তরলে নিমজ্জিত হইলে উহার ওজনের আপাত-হ্রাস ঘটে (আর্কিমিডিসের নীতি)। তরলের মধ্যে যে-কোন বিন্দুতে এই পার্শ্ব, উর্ধ্ব ও নিম্ন, সকল অভিমুখেই চাপ সমান।

সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে বলের একক dynes, আর ক্ষেত্রফলের একক $cm.^2$। এখন যেহেতু $\text{চাপ} = \frac{\text{প্রযুক্ত বল}}{\text{ক্ষেত্রফল}}$, সুতরাং চাপের একক হইবে $dynes/cm.^2$

3.9. তরলের মধ্যে যে-কোন বিন্দুতে চাপের পরিমাণ (Pressure at a point in a liquid) :

মনে করা যাক, একটি পাত্রে খানিকটা তরল আছে এবং ρ ঐ তরলের ঘনত্ব। তরলের মুক্তভল (free surface) হইতে h গভীরতায় একটি যে-কোন বিন্দু O লওয়া যাক (চিত্র 20)। এখন এই O-বিন্দুকে ঘিরিয়া অনুভূমিকভাবে একটি একক ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট তল কল্পনা করিয়া উহার উপর একটি চোঙ কল্পনা করা যাক। এই কাল্পনিক চোঙের ভিতর যে-তরল থাকিবে তাহার ওজনকেই বলা হয় O-বিন্দুতে তরলের চাপ।



চিত্র 20

সংজ্ঞা : তরলের মধ্যে কোন বিন্দুতে চাপ বলিতে একক ক্ষেত্রফলের সমান

প্রস্থচ্ছেদ ও তরলের মুক্ততল হইতে ঐ বিন্দুর গভীরতার সমান দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট কাল্পনিক চোঙের মধ্যে অবস্থিত তরলের ওজনকে বুঝায়।

এখন কাল্পনিক চোঙটির আয়তন $= h \times 1$

(কারণ চোঙটির দৈর্ঘ্য $= h$ এবং প্রস্থচ্ছেদ $= 1$)

সুতরাং ঐ কাল্পনিক চোঙটির মধ্যে অবস্থিত তরলের ভর

= আয়তন × ঘনত্ব $= h\rho$

ও উহার ওজন = ভর × অভিকর্ষজ ত্বরণ $= h\rho g$

এবং সংজ্ঞানুযায়ী ইহাই O-বিন্দুতে তরলের চাপ P ;

সুতরাং $\mathbf{P = h\rho g}$ ... ... (4)

অতএব **তরলের মধ্যে যে-কোন বিন্দুতে চাপ**

= বিন্দুর গভীরতা × তরলের ঘনত্ব × অভিকর্ষজ ত্বরণ

সমীকরণ (4) হইতে স্পষ্টতঃই দেখা যাইতেছে, গভীরতা বৃদ্ধি পাইলে চাপও সমানুপাতে বৃদ্ধি পাইবে। এইজন্যই চাপকে গভীরতা দ্বারা প্রকাশ করিবার একটি বিকল্প ব্যবস্থা আছে। যেমন বলা হয়, বায়ুর চাপ = 76 cms. পারদের চাপ ; ইহার অর্থ পারদের মধ্যে 76 cms. গভীরে পারদের যে-চাপ তাহা বায়ুর চাপের সমান।

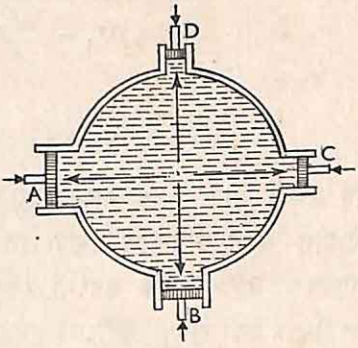
3.10. তরলের মধ্যে চাপ সঞ্চালন, প্যাস্কেলের সূত্র (Transmission of pressure in a liquid, Pascal's law) ঃ

জল অথবা যে-কোন তরল পদার্থের উপর চাপ প্রয়োগ করিলে ঐ চাপ কিভাবে সঞ্চালিত হইবে সে সম্বন্ধে একটি মূল্যবান তথ্য আবিষ্কার করেন বিজ্ঞানী **প্যাস্কেল**। তাঁহার নাম অনুসারে এই তথ্যকে বলা হয় **প্যাস্কেলের সূত্র**।

আবদ্ধ তরলের যে-কোন অংশের উপর চাপ প্রয়োগ করিলে সেই চাপ তরলের মধ্য দিয়া সকলদিকে অপরিবর্তিত মাত্রায় সঞ্চালিত হয় এবং সেই সঞ্চালিত চাপ তরলসংলগ্ন পাত্রের উপর লম্বভাবে ক্রিয়া করে। ইহাই প্যাস্কেলের সূত্র।

প্যাস্কেলের সূত্রের সত্যতা নির্ণয়—একটি জলপূর্ণ আবদ্ধ পাত্রের গায়ে চারিটি বিভিন্ন প্রস্থচ্ছেদের ছিদ্র আছে এবং ঐ ছিদ্রগুলি জলরোধক (water tight) গতিশীল পিস্টন A, B, C, D দ্বারা বন্ধ করা হইয়াছে (চিত্র 21)। মনে করা যাক, এই ছিদ্র বা পিস্টনগুলির প্রস্থচ্ছেদ যথাক্রমে a_1, a_2, a_3 ও a_4। এখন যে-কোন পিস্টনে চাপ দিয়া ভিতরের দিকে ঠেলিলে দেখা যাইবে, অপর পিস্টনগুলি বাহিরের দিকে সরিয়া যাইতেছে। অর্থাৎ প্রমাণিত হইল, **প্রযুক্ত চাপ সকলদিকে সঞ্চালিত হয়।**

ধরা যাক, A পিস্টনটির উপর F_1 বল প্রয়োগ করিয়া পিস্টনটিকে ভিতরের দিকে ঠেলা হইল। ইহার ফলে অন্যান্য পিস্টনগুলি বাহিরের দিকে সরিয়া যাইবে ; কিন্তু এই পিস্টনগুলিকে স্থির অবস্থায় রাখিতে হইলে উহাদের উপর বল প্রয়োগ করিয়া ভিতরের দিকে ঠেলিতে হইবে। মনে করা যাক, B, C ও D পিস্টনের উপর যথাক্রমে F_2, F_3 ও F_4 বল প্রয়োগ করিয়া উহাদের স্থির অবস্থায় রাখা হইল। এই পরীক্ষা করিলে দেখা যাইবে,



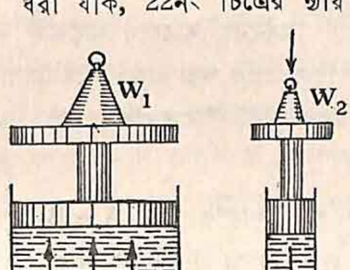
চিত্র 21

$$\frac{F_1}{a_1}=\frac{F_2}{a_2}=\frac{F_3}{a_3}=\frac{F_4}{a_4}$$

এখন $\frac{F_1}{a_1}$ হইল আবদ্ধ জলের উপর প্রযুক্ত চাপ ; $\frac{F_2}{a_2}$, $\frac{F_3}{a_3}$ ও $\frac{F_4}{a_4}$ জলের বিভিন্ন বিন্দুতে সঞ্চালিত চাপের মান নির্দেশ করিতেছে। যেহেতু ইহারা সব সমান, অতএব প্রমাণিত হইল, **প্রযুক্ত চাপ অপরিবর্তিত মাত্রায় সকল দিকে সঞ্চালিত হয়।**

3.11. প্যাস্কেলের সূত্র অনুসারে ঘাত-বৃদ্ধির নীতি (Principle of multiplication of thrust from Pascal's law) :

ধরা যাক, 22নং চিত্রের ন্যায় একটি মোটা ও একটি সরু চোঙ একটি নল দ্বারা সংযুক্ত করা হইয়াছে। এই চোঙ দুইটির প্রস্থচ্ছেদ যথাক্রমে α ও β। উভয় চোঙেই একটি করিয়া পিস্টন জলনিরুদ্ধভাবে আটকানো আছে এবং পিস্টনের মাথায় ওজন বসাইবার পাটাতনও আছে। এই পরস্পর-সংযুক্ত চোঙ দুইটি জলপূর্ণ করিয়া সরু পিস্টনের মাথায় পাটাতনের উপর W_2 ওজন রাখা হইয়াছে। তাহা হইলে এই পাটাতনের উপর প্রযুক্ত চাপ = প্রযুক্ত বল/ক্ষেত্রফল = W_2/β এবং এই চাপ ঐ পিস্টনসংলগ্ন জলের উপর পড়িতেছে। প্যাস্কেলের সূত্র অনুযায়ী, এই চাপ সবদিকে অপরিবর্তিত মাত্রায় সঞ্চালিত হইবে। সুতরাং মোটা পিস্টনের পাটাতনের প্রতি একক ক্ষেত্রফলের উপর সঞ্চালিত চাপ = W_2/β ; এবং ঐ পাটাতনের উপর মোট



চিত্র 22

ঘাত = চাপ × ক্ষেত্রফল = $\frac{W_2}{\beta}.\alpha$.

ইহার ফলে মোটা পিস্টনটি উপরের দিকে উঠিতে থাকিবে। ধরা যাক, মোটা পিস্টনটি স্থির রাখিবার জন্য উহার উপর W_1 ওজন চাপাইতে হইল। তাহা হইলে,

$$W_1 = \frac{W_2}{\beta}.\alpha.$$

$$\text{অথবা, } \frac{W_1}{W_2} = \frac{\alpha}{\beta} \qquad \cdots \qquad \cdots \qquad (5)$$

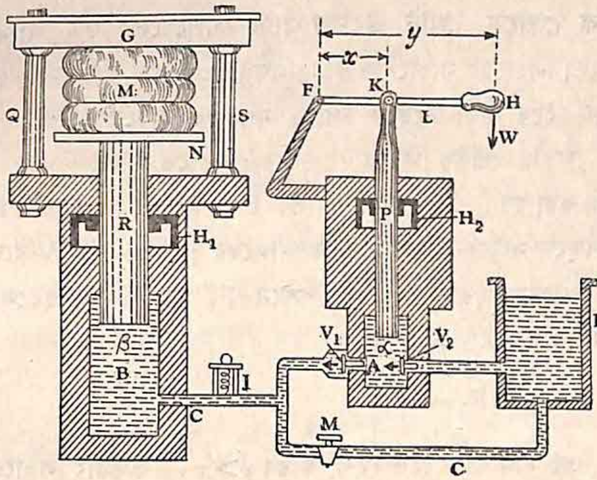
যদি α-এর মান β-এর মানের 100 গুণ হয়, তবে সরু পিস্টনের পাটাতনে এক কুইণ্টাল ওজন চাপাইলে মোটা পিস্টনের পাটাতনে 100 কুইণ্টালের সমান বল পড়িবে। এইভাবে বদ্ধ তরলের একস্থানে অল্প বল প্রয়োগ করিয়া অন্যস্থানে বহুগুণ বল উৎপন্ন করা যায়। ইহাকেই ঘাত-বৃদ্ধির নীতি বলে।

3.12. হাইড্রলিক প্রেস (Hydraulic Press) ঃ

অপরিবর্তিত মাত্রায় চাপ সঞ্চালনের দ্বারা ঘাত-বৃদ্ধির নীতির উপর ভিত্তি করিয়া হাইড্রলিক প্রেস নামক যন্ত্রটি তৈয়ারী হইয়াছে। ব্রিটিশ এঞ্জিনিয়ার **ব্রামা (Bramah)** এই যন্ত্রের কিছু উন্নতি সাধন করেন বলিয়া এই যন্ত্রকে অনেক সময় **ব্রামা প্রেস** বলা হয়। এই যন্ত্রের সাহায্যে প্রচণ্ড ঘাত উৎপন্ন করিয়া তূলা, পাট, কাপড় প্রভৃতি গাঁট চাপিয়া ছোট করা, বীজ হইতে তৈল নিষ্কাশন প্রভৃতি বিভিন্ন কাজ করা হইয়া থাকে। গাড়ির হাইড্রলিক ব্রেকের পাদানির সঙ্গে ছোট পিস্টনের সংযোগ থাকে। এই পাদানিতে অল্প বল প্রয়োগ করিয়া প্রচণ্ড বলের সহিত ব্রেক কষা যায়। মোটরগাড়ি মেরামতের কারখানায় হাইড্রলিক প্রেসের সাহায্যে গাড়ি উঁচুতে তোলা হয়। এই ধরনের ব্যবস্থাকে হাইড্রলিক গ্যারাজ লিফ্‌ট বলে।

যন্ত্রের বিবরণ—হাইড্রলিক প্রেসে দুইটি শক্ত লোহার চোঙ (**A** ও B) একটি নল (C) দ্বারা সংযুক্ত (চিত্র 23)। A-চোঙের মুখে পিস্টন P ও B-চোঙের মুখে পিস্টন R জলনিরুদ্ধভাবে উঠানামা করিতে পারে। উভয় পিস্টন নিরেট ও লোহার তৈরী। R-পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ P-পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ হইতে অনেক বেশী। ব্রামা চোঙের গায়ে গর্ত করিয়া ঐ গর্তে মোটা চামড়ার বেষ্টনী H_1 ও H_2 বসাইয়া দেন। চামড়া তরলে ভিজিয়া ফুলিয়া উঠিলে পিস্টনের গায়ে শক্তভাবে আঁটিয়া বসে ও পিস্টন দুইটিকে জলরোধক করে। R-পিস্টনের মাথায় একটি শক্ত পাটাতন (N) থাকে ও এই পাটাতনের উপর তূলা, পাট, কাপড় প্রভৃতি জাতীয় বস্তু (M) চাপিয়া ছোট করিবার জন্য রাখা হয়। G—একটি শক্ত লোহার পাত—চারিটি থামের মাথায় পাটাতনের উপর দৃঢ়ভাবে আটকানো থাকে। A-চোঙের নীচে V_1 ও V_2 দুইটি

ভাল্‌ব আছে। উহারা একমাত্র তীরচিহ্নিত অভিমুখে জলকে যাইতে দেয়। জল বিপরীত দিকে যাইতে চেষ্টা করিলে জলের চাপে ভাল্‌ব বন্ধ হইয়া জল যাইবার রাস্তা বন্ধ করিয়া দেয়। সরু পিস্টনটি (P) একটি লিভারের (L) সঙ্গে সংযুক্ত ও এই



চিত্র 23

লিভারের হাতলে (H) বল প্রয়োগ করিয়া ঐ পিস্টনটিকে উঠানো বা নামানো যায়। R একটি জলাধার। F লিভারের আলম্ব।

কার্যপ্রণালী—H-হাতলের সাহায্যে L-লিভারটিকে চালু করিয়া P-পিস্টনকে উপরে উঠাইলে A-চোঙে বায়ুর চাপ কমিয়া যায়। তখন R-জলাধারে জলের উপর বাহিরের বায়ুর চাপ বেশী হইয়া যায় ও তাহার ফলে জল V_1-ভাল্‌ব খুলিয়া A-চোঙে প্রবেশ করে। এই সময়ে V_2-ভাল্‌ব বন্ধ থাকে। এইবার ঐ লিভারের সাহায্যে P-পিস্টনের উপর বল প্রয়োগ করিয়া উহাকে নীচে নামাইলে A-চোঙে জলের উপর চাপ বৃদ্ধি পায়। প্যাস্কেলের সূত্র অনুসারে, A-চোঙের জলের উপর এই প্রযুক্ত চাপ অপরিবর্তিত মাত্রায় জলের মধ্য দিয়া সঞ্চালিত হইয়া V_1-ভাল্‌ব বন্ধ করিয়া দেয় এবং জল V_2-ভাল্‌ব খুলিয়া B-চোঙে প্রবেশ করে ও R-পিস্টনকে উপরের দিকে ঠেলিয়া তোলে। R-পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ P-পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ অপেক্ষা অনেক বেশী হওয়ার জন্য R-পিস্টনের উপর প্রচণ্ড উর্ধ্বমুখী ঘাত প্রযুক্ত হয়। ফলে R-পিস্টনটি প্রচণ্ড বলের সহিত উপরে ওঠে এবং ইহার পাটাতনের উপর রক্ষিত বস্তু লোহার পাত G ও পাটাতনের মধ্যে পড়িয়া প্রচণ্ড চাপ খায়। এক দফা কাজ শেষ হইবার পর M-প্যাচকল খুলিয়া দিলে B-চোঙ হইতে জল D-নল দিয়া R-জলাধারে ফিরিয়া আসে।

কোন যান্ত্রিক ত্রুটির জন্য R কাজ না করিলে B-চোঙে জলের চাপ বিপজ্জনকভাবে বৃদ্ধি পায়। তখন নিরাপত্তা ভাল্‌ব (safety valve) J খুলিয়া জল বাহির হইয়া যায়।

হাইড্রলিক প্রেসে মোট উৎপন্ন ঘাত—প্যাস্কেলের সূত্র অনুসারে ঘাত-বৃদ্ধির নীতি ছাড়া লিভারের সাহায্যেও হাইড্রলিক প্রেসে ঘাত বৃদ্ধি করা হয়। মোট কত ঘাত উৎপন্ন হইবে তাহা নিম্নোক্ত উপায়ে নির্ণয় করা যাইতে পারে :—

L একটি দ্বিতীয় শ্রেণীর লিভার। উহার একপ্রান্তে আলম্ব F এবং অপরপ্রান্তে বল W প্রয়োগ করা হয়। P-পিস্টনটি আলম্ব F ও W-এর মধ্যবর্তী কিন্তু আলম্বের নিকটতর K-বিন্দুতে সংযুক্ত। পিস্টন হইতে আলম্বের দূরত্ব x এবং W-বলের প্রয়োগ-বিন্দু H হইতে আলম্বের দূরত্ব y এবং পিস্টনে F_1 বল উৎপন্ন হইলে, লিভারের কার্যনীতি অনুসারে, $F_1 \times x = W \times y$

$$\therefore \quad F_1 = W.\frac{y}{x}.$$

তাহা হইলে F_1-এর মান W হইতে বেশী, কারণ $y > x$। সুতরাং লিভারের সাহায্যে কিছু ঘাত বৃদ্ধি করা হইল।

এখন মনে করা যাক, P-পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ α, R-পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ β ; যদি R-পিস্টনের উপর মোট উৎপন্ন ঘাত F_2 হয়, তবে

$$F_2 = F_1 \times \frac{\beta}{\alpha}$$

কিন্তু α অপেক্ষা β বড়, সুতরাং F_1 অপেক্ষা F_2 বেশী হইবে। **মোট উৎপন্ন ঘাত F_2 এবং প্রযুক্ত বল W—ইহাদের অনুপাতকে বলা হয় যন্ত্রের যান্ত্রিক সুবিধা (Mechanical advantage)**। সুতরাং,

হাইড্রলিক প্রেসের **যান্ত্রিক সুবিধা** $= \frac{F_2}{W} = \frac{F_1}{W}.\frac{\beta}{\alpha} = \frac{Wy}{x}.\frac{1}{W}.\frac{\beta}{\alpha}$

$$= \frac{y}{x}.\frac{\beta}{\alpha} \quad \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

যেহেতু $y > x$ ও $\beta > \alpha$, সুতরাং অল্প বল W প্রয়োগ করিয়া প্রচণ্ড ঘাত F_2 সৃষ্টি করা যাইবে।

উদাহরণ :

(1) একটি কূপের জলের 2 ft. গভীরতায় যে চাপ উহার তলদেশে তার দ্বিগুণ চাপ। যদি বায়ুর চাপ 30 ft. জলস্তম্ভের সমান হয় তবে কূপে জলের গভীরতা কত ?

ধরা যাক, কূপের জলের গভীরতা $= h$ ft.

$\therefore$ কূপের তলদেশে চাপ $= (h+30)\rho g$

($\rho =$ জলের ঘনত্ব, $g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ)

2 ft. গভীরতায় চাপ $= (2+30)\rho g$

প্রদত্ত শর্তানুসারে, $(h+30)\rho g = 2.(2+30)\rho g$

$\therefore \quad h+30 = 2(2+30) = 64$

$\therefore \quad h = 34$ ft.

$\therefore$ কূপে জলের গভীরতা $= 34$ ft.

(2) একটি হাইড্রলিক প্রেসে লিভারের দুই বাহুর দৈর্ঘ্য 4 inches ও 2 ft.। উহার ছোট ও বড় পিস্টনের ব্যাস যথাক্রমে 2 inches ও 20 inches। যদি লিভারের প্রান্তে 25 lbs বল প্রয়োগ করা হয় তবে বড় পিস্টনের উপর কত ঘাত ক্রিয়া করিবে?

আমরা জানি, $F_2 = F_1 \frac{\beta}{\alpha} = W.\frac{y}{x}.\frac{\beta}{\alpha}$.

এখানে $W = 25$ lbs, $y = 2$ ft., $x = 4$ inches $= \frac{1}{3}$ ft.

$\alpha = \pi(\frac{2}{12})^2$ ft.^{2}, $\beta = \pi(\frac{20}{12})^2$ ft.^{2}

$$\therefore \quad F_2 = \frac{25 \times 2 \times \pi \times (\frac{20}{12})^2}{\frac{1}{3}.\pi \times (\frac{2}{12})^2} = \frac{25 \times 2 \times \pi \times 20 \times 20 \times 3 \times 12 \times 12}{12 \times 12 \times \pi \times 2 \times 2}$$

$$= 15{,}000 \text{ lbs.}$$

(3) একটি বাড়ীর তলায় নলে জলের চাপ 34 lbs wt/inch^2। আবার চারতলায় জলের চাপ 18 lbs wt/inch^2। তেতলার উচ্চতা কত?

মনে করা যাক, তেতলার উচ্চতা $= h$ ft.। বাড়ীর তলায় ও তেতলায় জলের চাপের পার্থক্য $= h$ ft. জলস্তম্ভের সমান

$$= \frac{h \times 62{\cdot}5}{144} \text{ lbs wt/inch}^2$$

$= (34 - 18)$ lbs wt/inch (প্রদত্ত শর্তানুসারে)

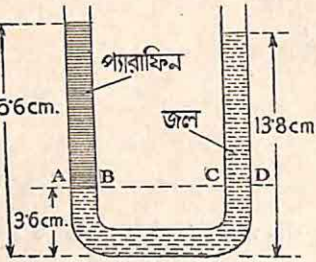
$$\therefore \quad h = \frac{(34 - 18 \times 144}{62{\cdot}5} \text{ ft.}$$

$$= 36{\cdot}86 \text{ ft.}$$

(4) একটি U-নলের এক বাহুতে প্যারাফিন ও অপর বাহুতে জল রাখিয়া নলকে উল্লম্বভাবে টেবিলের উপর স্থাপন করা হইল। টেবিলের উপর হইতে

প্যারাফিন-স্তম্ভের শীর্ষ ও তলদেশ যথাক্রমে 15·6 ও 3·6 cm. এবং জলস্তম্ভের শীর্ষ 13·8 cm. হইলে প্যারাফিনের আপেক্ষিক গুরুত্ব কত?

জল ও প্যারাফিনের স্পর্শতল হইতে প্যারাফিনের উচ্চতা (চিত্র 24) = 15·6 cm. − 3·6 cm. = 12·0 cm. ; এই স্পর্শতল হইতে জলস্তম্ভের উচ্চতা = 13·8 cm. − 3·6 cm. = 10·2 cm.। স্পর্শতলের ABCD অনুভূমিক রেখায় চাপ সর্বত্র সমান।



চিত্র 24

$\therefore$ AB-তে চাপ $= 12 \times \rho \times 980$

[ρ = প্যারাফিনের ঘনত্ব]

CD-তে চাপ $= 10{\cdot}2 \times 1 \times 980$

[জলের ঘনত্ব = 1 gm/c.c.]

$$\therefore \quad 12 \times \rho \times 980 = 10{\cdot}2 \times 1 \times 980$$

$$\therefore \rho = \frac{10{\cdot}2}{12} = 0{\cdot}85$$

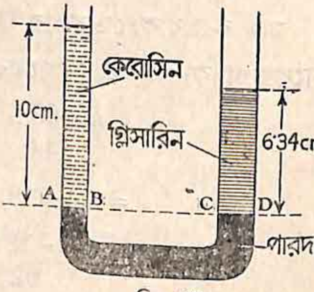
$\therefore$ প্যারাফিনের ঘনত্ব = 0·85 gm/c.c.

এবং প্যারাফিনের আপেক্ষিক গুরুত্ব = 0·85.

[**দ্রষ্টব্য :** যে-সকল তরল জলের সহিত মিশিয়া যায় না তাহাদের আপেক্ষিক গুরুত্ব এই পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়।]

(5) একটি U-নলের তলায় কিছু পারদ আছে। নলের এক বাহু দিয়া কেরোসিন তৈল এবং অপর বাহু দিয়া গ্লিসারিন ঢালা হইল। দেখা গেল যে কেরোসিন তৈলের উচ্চতা যখন 10 cm. এবং গ্লিসারিনের উচ্চতা 6·34 cm. হইল তখন উভয় বাহুতেই পারদ এক লেভেলে রহিল। কেরোসিনের ঘনত্ব 0·8 gm/c.c. হইলে গ্লিসারিনের ঘনত্ব কত?

তরলমধ্যে একই অনুভূমিক রেখা ABCD-এর সকল বিন্দুতে চাপ সমান।



চিত্র 25

কেরোসিন-স্তম্ভের উচ্চতা = 10 cm. ও উহার ঘনত্ব = 0·8 gm/c.c.

গ্লিসারিন-স্তম্ভের উচ্চতা = 6·34 cm.

AB-তে চাপ (চিত্র 25) $= (10 \times 0{\cdot}8 \times 980)$ dynes/cm^2

CD-তে চাপ $=(6{\cdot}34\times\rho\times980)$ dynes/cm^2

(ρ = গ্লিসারিনের ঘনত্ব)

$\therefore\quad 10\times0{\cdot}8\times980=6{\cdot}34\times\rho\times980$

$$\therefore\quad \rho=\frac{10\times0{\cdot}8}{6{\cdot}34}=1{\cdot}26$$

সুতরাং গ্লিসারিনের ঘনত্ব $=1{\cdot}26$ gms/c.c.

[**দ্রষ্টব্য** ঃ যে-সকল তরল সহজেই জলের সহিত মিশিয়া যায়, যেমন দুধ, গ্লিসারিন প্রভৃতি, তাহাদের ঘনত্ব ও আপেক্ষিক গুরুত্ব এই পদ্ধতিতে নির্ণয় করা যায়।]

প্রশ্নাবলী

1. ঘনত্ব ও আপেক্ষিক গুরুত্ব কাহাকে বলে? প্রমাণ কর, সি. জি. এস্. পদ্ধতিতে ঘনত্ব ও আপেক্ষিক গুরুত্বের মান সমান।

কোন পদার্থের আপেক্ষিক গুরুত্ব 0·8 হইলে এফ্. পি. এস্. পদ্ধতিতে উহার ঘনত্ব কত? [উঃ 50 lbs/c. ft.]

2. আর্কিমিডেসের নীতি কি? এই নীতির সত্যতা প্রমাণ করিবার জন্য একটি পরীক্ষা বর্ণনা কর।

একটি পিতলের ঘনককে 4°C উষ্ণতার জলে ডুবাইলে উহার 8 gm. ওজনের হ্রাস ঘটে। ঘনকটির বাহুর দৈর্ঘ্য কত? ঐ ঘনকটিকে এইবার 25°C উষ্ণতার জলে ডুবাইলেও কি সমান ওজনের আপাতহ্রাস ঘটিবে?—ব্যাখ্যা কর। [উঃ 2 cm.]

3. একটি বস্তুর বায়ুতে ওজন 50 gms, জলে 42 gms। উহার আয়তন ও ঘনত্ব নির্ণয় কর। [উঃ 8 c.c. ; 6·25 gm/c.c.]

4. 8 gms/c.c. ও 12 gms/c.c. ঘনত্বের দুইটি ধাতুর সংকরের বায়ুতে ওজন 52 gms ও জলে ওজন 46 gms ; সংকরে ধাতুদ্বয়ের ভর নির্ণয় কর। [উঃ 40 gms ও 12 gms]

5. দুইটি তরলকে সমান আয়তনে মিশ্রিত করিলে ঐ মিশ্রণের আপেক্ষিক গুরুত্ব হয় 4 ; কিন্তু সমান ওজনে মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের আপেক্ষিক গুরুত্ব হয় 3 ; তরল দুইটির আপেক্ষিক গুরুত্ব কত? [উঃ 6 ও 2]

6. একটি বস্তুর বায়ুতে ওজন 121·5 gms, একটি তরলে 106·11 gms এবং অপর একটি তরলে 102·35 gms ; তরল দুইটির সমান আয়তনের মিশ্রণে বস্তুর আপাত ওজন কত হইবে? [উঃ 104·23 gms]

7. একখণ্ড কাঠের বায়ুতে ওজন 72 gms ; 57 gms ওজনের একখণ্ড সীসার

সহিত উহাকে ধরিলে উহা জলে ডুবিয়া যায় এবং ঐ অবস্থায় ওজন 34 gms হইলে কাঠের আপেক্ষিক গুরুত্ব নির্ণয় কর। সীসার আপেক্ষিক গুরুত্ব = 11·4. [উঃ 0·8]

8. প্লবতা কাহাকে বলে? কখন বস্তু তরলে ভাসে এবং ডোবে বুঝাইয়া দাও। সাম্য অবস্থায় ভাসনের শর্তগুলি ব্যাখ্যা কর।

সামান্য একখণ্ড লোহা জলে ডুবিয়া যায় কিন্তু জাহাজ জলে ভাসে কেন?

9. একটি 8 inch দীর্ঘ চোঙাকৃতি পেনসিল জলের বাহিরে 3 inch রাখিয়া উল্লম্বভাবে ভাসে। 0·8 আপেক্ষিক গুরুত্ব-বিশিষ্ট তরলে কতটা বাহিরে রাখিয়া ভাসিবে? [উঃ 6·25 inch]

10. 22 c.c. আয়তনের এক টুকরো মোম 2 c.c. জলের বাহিরে রাখিয়া ভাসে। মোমের ওজন ও ঘনত্ব নির্ণয় কর।

11. একটি পুতুলের ওজন 150 gms., কর্কের ঘনত্ব 0·25 gm/c.c.; জলের ঘনত্ব 1 gms/c.c. হইলে কমপক্ষে কত ওজনের কর্কের উপর পুতুলটিকে বসাইলে উহা জলের উপর থাকিয়া ভাসিবে? [উঃ 50 gms.]

12. একখণ্ড লোহার ওজন 275 gms; পারদে উহা নিজ আয়তনের $\frac{5}{9}$ ভাগ নিমজ্জিত করিয়া ভাসিতে থাকে। লোহার আয়তন ও ঘনত্ব নির্ণয় কর। (পারদের ঘনত্ব 13·6 gms/c.c.) [উঃ আয়তন 36·4 c.c.; ঘনত্ব 7·55 gm/c.c.]

13. বরফের ঘনত্ব 0·917 gm/c.c. হইলে উহার আয়তনের কত অংশ জলের বাহিরে রাখিয়া ভাসিবে? [উঃ 0·083]

14. একটি আয়তাকার কাঠের ব্লকের দৈর্ঘ্য 4 ft., প্রস্থ 4 ft., উচ্চতা 18 inches ও ওজন 600 lbs.; ব্লকের উপর কমপক্ষে কত ওজন বসাইলে উহা সমুদ্রজলে ডুবিবে? (সমুদ্রজলের আঃ গুঃ = 1·04) [উঃ 960 lbs.]

15. একটি ফাঁপা গোলকের বাহিরের এবং ভিতরের ব্যাস যথাক্রমে 12 cm. ও 10 cm.; 1·32 gm/c.c. ঘনত্বের তরলে গোলকটি ডুবিয়া ভাসে। গোলকটির উপাদানের ঘনত্ব নির্ণয় কর। [উঃ 2·84 gm/c.c.]

16. 0·9 gm/c.c. ঘনত্বের মোম জলে ভাসে। 0·87 gm/c.c. ঘনত্বের টারপেনটাইন জলের উপর ঢালা হইল যাহাতে মোম সম্পূর্ণ নিমজ্জিত হয়। জলে নিমজ্জিত ও টারপেনটাইনে নিমজ্জিত মোমের আয়তনের অনুপাত বাহির কর। [উঃ 3/10]

17. 11·2 gm/c.c. ঘনত্বের সীসা ও 0·88 gm/c.c. ঘনত্বের 90 c.c. আয়তনের মোমের সহিত যুক্ত করিয়া একসঙ্গে 1·2 gm/c.c. ঘনত্বের তরলে নিমজ্জিত করিলে মনে হয় উহাদের ওজন নাই। সীসাখণ্ডের আয়তন কত? [উঃ 2·88 c.c.]

18. একটি লোহার চোঙ কোন পাত্রের পারদ ও জলের মধ্যে সম্পূর্ণ নিমজ্জিত অবস্থায় খাড়াভাবে ভাসে। জলে ও পারদে চোঙের নিমজ্জিত দৈর্ঘ্যের অনুপাত বাহির কর। পারদের আঃ গুঃ = 13·6 ও লোহার আঃ গুঃ = 7·78. [উঃ 97 : 113]

19. একখণ্ড কর্কের বায়ুতে ওজন 19 gms. ; কর্কটিকে একটি রৌপ্যখণ্ডের সহিত যুক্ত করিয়া ওজন করিলে ওজন হয় 63 gms. এবং উহা ঠিক জলে ডুবিয়া ভাসে। কর্কের আঃ গুঃ 0·32 হইলে রৌপ্যের আঃ গুঃ কত ? [উঃ 10·5]

20. তরলের মধ্যে কোন বিন্দুতে চাপ বলিতে কি বুঝায় ? ρ ঘনত্ববিশিষ্ট তরলে h গভীরতায় চাপ নির্ণয় কর।

কোন বাড়ীর ছাদের উপর ট্যাংকে জলের চাপ 18·4 lbs/sq. inch এবং এক-তলার জলাধারে চাপ 34 lbs/sq. inch হইলে বাড়ীর উচ্চতা কত ? [উঃ 36 ft. প্রায়]

21. তরলের চাপ ও ঘাতের মধ্যে পার্থক্য কি ? উহাদের সম্পর্ক বাহির কর। উহাদের একক কি হইবে ?

একটি ঘনকের প্রত্যেক বাহুর দৈর্ঘ্য 2 cm. ; 1·2 gm/c.c. ঘনত্ববিশিষ্ট তরলে ঘনকটিকে নিমজ্জিত করা হইল। ঘনকের উপরিতল তরলপৃষ্ঠ হইতে 3 cm. গভীরতায় থাকিলে ঘনকের প্রত্যেক তলে কত ঘাত পড়িবে ?

[উঃ ঘনকের উপরিতলে নিম্নঘাত = 14·4 gm. wt., ঘনকের খাড়াতলে পার্শ্বঘাত = 19·2 gm. wt., ঘনকের নিম্নতলে ঊর্ধ্বঘাত = 34 gm. wt.]

22. প্যাস্কালের সূত্রটি বল এবং তাহা ব্যাখ্যা করিয়া বুঝাইয়া দাও। ঘাত-বৃদ্ধি করিবার জন্য এই সূত্রটি কিরূপে তুমি প্রয়োগ করিবে ?

23. একটি U-নলের বাহুদ্বয়ের প্রস্থচ্ছেদ 2 sq. cm. ; U-নলটিকে উল্লম্বভাবে রাখিয়া 13·65 gm/c.c. ঘনত্বের কিছু পারদ উহার মধ্যে ঢালা হইল। এখন 52 c.c. জল মোটা বাহুতে ঢালিলে পারদ কতখানি সেই বাহুতে নামিবে ? [উঃ 0·95 cm.]

24. একটি U-নলে কিছু পারদ ঢালা হইল যাহাতে নলের দুই বাহুতেই পারদ প্রবেশ করিল। তারপর একবাহু দিয়া এমন পরিমাণ গ্লিসারিন (আপেক্ষিক গুরুত্ব = 1·26) ঢালা হইল যাহাতে দুই বাহুর পারদস্তম্ভের উচ্চতার পার্থক্য হইল 1·5 cm.। গ্লিসারিন-স্তম্ভের উচ্চতা নির্ণয় কর। পারদের আঃ গুঃ = 13·6. [উঃ 16·19 cm.]

25. একটি বাঁধের লক গেট 1000 ft. দীর্ঘ ও বাঁধে জলের গভীরতা 100 ft. ; বাঁধের উপর পার্শ্বঘাত কত ? [উঃ 3125×10^5 lbs]

26. কোন জল-সরবরাহ ব্যবস্থায় জলাধার ভূমি হইতে 100 ft. উঁচুতে অবস্থিত ; ঘর্ষণ ইত্যাদির জন্য জলের চাপ-হ্রাস যদি 40 ft. হয়, 20 ft. উঁচু একটি কলে জলের চাপ কত হইবে ? [উঃ 2496 lbs/sq. ft.]

27. একটি খালের লক-গেটে 20 ft. নীচে একটি চৌকো ছিদ্র করা হইল যাহার প্রত্যেক বাহু 6 inches ; ঐ খালের জলের আঃ গুঃ 1·02 হইলে পাত দ্বারা ছিদ্র হইতে জলের নির্গমন বন্ধ করিতে হইলে পাতের উপর কত বল প্রয়োগ করিতে হইবে ?

[উঃ 322·575 lbs. wt.]

28. হাইড্রলিক প্রেস কি ? ইহার বিবরণ দাও ও কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর। কি কাজে ইহা ব্যবহার হয় ? ইহাতে মোট কত ঘাত উৎপন্ন হয় ? এই যন্ত্রের যান্ত্রিক সুবিধা কাহাকে বলে ?

একটি হাইড্রলিক প্রেসে ছোট পিস্টনের ব্যাস 1 inch ও বড় পিস্টনের ব্যাস 1 ft. ; ছোট পিস্টনে 56 lbs বল প্রয়োগ করিলে বড় পিস্টনে কত বল উৎপন্ন হইবে ? (পিস্টনের প্রস্থচ্ছেদ গোলাকার)

[উঃ 8034 lbs.]

29. একটি হাইড্রলিক প্রেসে দুইটি পিস্টনের ব্যাস যথাক্রমে 1 inch ও 6 inches হইলে প্রযুক্ত বল কতগুণ হইবে ?

[36 গুণ]

30. একটি হাইড্রলিক প্রেসে পিস্টন দুইটির ব্যাস যথাক্রমে 8 inches ও 30 inches ; 12 ft. দীর্ঘ লিভার-দণ্ডের আলম্ববিন্দু হইতে 2 ft. দূরে সরু পিস্টনটি সংযুক্ত। মোটা পিস্টনে 5000 lbs. wt. বল উৎপন্ন করিতে হইলে লিভার-দণ্ডের প্রান্তে কত বল প্রয়োগ করিতে হইবে ?

[উঃ 8·3 lbs]

চতুর্থ অধ্যায়

বায়ুর চাপ এবং চাপসংক্রান্ত বিভিন্ন পাম্প

(Air pressure and various air pressure pumps)

4.0. সূচনা :

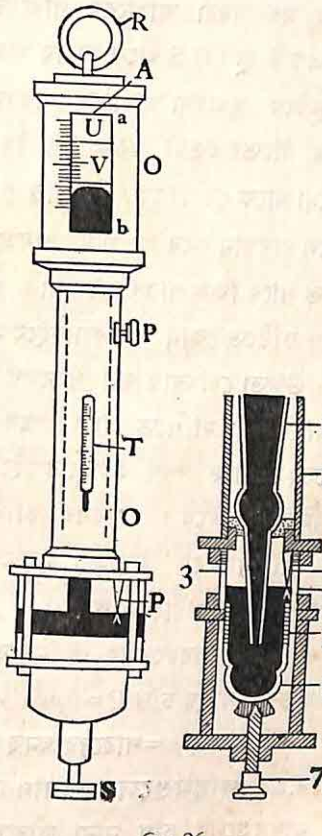
পৃথিবী বায়ুমণ্ডল দ্বারা পরিব্যাপ্ত। এই বায়ুমণ্ডলের ওজন আছে, কাজেই এই বায়ুমণ্ডল ভূপৃষ্ঠের উপর চাপ প্রদান করে। বায়ু অত্যন্ত হালকা পদার্থ হওয়ায় মনে হইতে পারে এই চাপ অতি সামান্য, কিন্তু মোটেই তাহা নয়, কারণ বায়ুমণ্ডল পৃথিবীর চারিদিকে প্রায় 200 মাইল পর্যন্ত পরিব্যাপ্ত। ভূপৃষ্ঠের উপর **প্রতি বর্গ ইঞ্চিতে এই চাপের পরিমাণ প্রায় 14·7 lbs. wt.**। তরলের ন্যায় বায়ুমণ্ডলও সর্বদিকে সমান চাপ প্রদান করে এবং সংলগ্ন তলের উপর এই চাপ লম্বভাবে ক্রিয়া করে। যে-যন্ত্রের সাহায্যে বায়ুর চাপ মাপা হয় তাহাকে **ব্যারোমিটার** (Barometer) বলে। এই সকল যন্ত্রের মধ্যে **ফর্টিনের ব্যারোমিটার** (Fortin's Barometer) অন্যতম।

প্রায় 32 ইঞ্চি লম্বা একমুখ-খোলা ও একমুখ-বন্ধ একটি কাচনল পারদে সম্পূর্ণরূপে

ভরতি করিয়া ঐ নলের খোলা-মুখ আঙ্গুলে চাপিয়া নলটিকে উলটাইয়া কোন পারদপূর্ণ পাত্রের মধ্যে ডুবাইয়া আঙ্গুল সরাইয়া লইলে দেখা যাইবে, পারদ নলের মধ্যে প্রায় 30 ইঞ্চি উচ্চতায় দাঁড়াইয়া আছে। ইহার কারণ স্বরূপ **টরিসেলি** বলেন, বায়ুমণ্ডল সর্বদা পাত্রের পারদের উপর চাপ দিতেছে এবং সেই চাপ পারদের মধ্যে সঞ্চালিত হইয়া ঐ পারদস্তম্ভকে উর্ধ্বে তুলিতেছে। বায়ুর চাপ না থাকিলে পারদ নিজের ওজন বশতঃ অবশ্যই নীচে নামিয়া আসিত। - কাচনলে যে পারদস্তম্ভ দাঁড়াইয়া থাকে তাহার উপরে নলের বদ্ধপ্রান্তটি পর্যন্ত স্থানকে **টরিসেলির শূন্যস্থান** বলে। কিন্তু প্রকৃতপক্ষে ঐ স্থান সম্পূর্ণ শূন্য নহে। খুব সামান্য পরিমাণ পারদ-বাষ্প ঐ স্থানে থাকে। বায়ুর চাপ এবং পারদস্তম্ভের ওজনজনিত চাপ সমান হওয়ায় পারদস্তম্ভ সাম্য অবস্থায় থাকে। কাজেই বায়ুর চাপ কত তাহা পারদস্তম্ভের উচ্চতা হইতে জানা যাইবে। এই তথ্যের উপর ভিত্তি করিয়াই ফর্টিনের ব্যারোমিটার তৈয়ারি করা হয়।

ফর্টিনের ব্যারোমিটার (Fortin's Barometer) :

ফর্টিনের ব্যারোমিটারে (চিত্র 26) প্রায় 90 cm. দীর্ঘ এবং একমুখ-খোলা ও একমুখ-বন্ধ একটি পারদপূর্ণ কাচনলের (1) খোলা-মুখ একটি পারদপূর্ণ আধারের মধ্যে প্রবেশ করাইয়া নলটিকে খাড়াভাবে আটকাইয়া রাখা হয়। কাচনলের উপরাংশের প্রস্থচ্ছেদ মোটা করা হয় যাহাতে পৃষ্ঠটানের জন্য পরিমাপের কোন ভুল না হয় (পরবর্তী অধ্যায়ে এই বিষয়ে আলোচনা করা হইবে) ও নিম্নাংশের প্রস্থচ্ছেদ সরু করা হয় যাহাতে একসঙ্গে বেশী পারদ আধার হইতে নলে বা নল হইতে আধারে না যাইতে পারে এবং ফলে আধারে পারদতলের কম্পন কম হয়। কাচনল যাহাতে বাহিরের আঘাতে ভাঙ্গিয়া না যায় সেইজন্য উহাকে একটি পিতলের নলের (2) মধ্যে রাখা হয়। সাধারণতঃ এই পিতলের নল (2) ও পারদ আধারকে (3) একটি কাঠের ফ্রেমে



চিত্র 26

আটকাইয়া ফ্রেমটিকে একটি আংটার (R) সাহায্যে দেওয়াল হইতে খাড়াভাবে

ঝোলানো হইয়া থাকে। পিতলের নলটির উপরিভাগে প্রায় 20 cm. দীর্ঘ ও 1 cm. প্রস্থের দুইটি পরস্পর-বিপরীত লম্ব-ছিদ্র (ab) কাটা থাকে। এই ছিদ্রের মধ্য দিয়া কাচনলের পারদতল দেখিতে পাওয়া যায় ও নলের গায়ে এই ছিদ্রের দুইপাশে দুইটি মূল-স্কেল—একটি সেন্টিমিটারে ও অপরটি ইঞ্চিতে অঙ্কন করা থাকে। পারদস্তম্ভের উচ্চতার সূক্ষ্মমাপ লইবার জন্য ভার্নিয়ারের ব্যবস্থাও থাকে। S-স্ক্রুটিকে ঘুরাইয়া ভার্নিয়ার স্কেল V-কে উঠানো-নামানো যায়।

বায়ুর চাপ পরিবর্তিত হওয়ার জন্য পারদস্তম্ভ উঠা-নামা করে, যাহার ফলে পারদ-আধারে পারদের মুক্ততল সবসময় একই তলে থাকিতে পারে না। কাজেই যন্ত্রের সংলগ্ন কোন স্থির স্কেলের সাহায্যে পারদস্তম্ভের উচ্চতা সঠিকভাবে নির্ণয় করা সম্ভব হইবে না। সেইজন্য একটি বিশেষ ধরনের পারদ-আধার লওয়া হয়। পারদ-আধারের উপরাংশ (4) কাচের, মধ্যাংশ (5) কাঠের এবং নিম্নাংশ (6) শ্যাময় চামড়া দ্বারা তৈরী একটি থলি। কাচের মধ্য দিয়া আধারের পারদের মুক্ততল দেখিতে পাওয়া যায়। এই আধারের নীচে একটি স্ক্রু (7) S থাকে যাহার অগ্রবিন্দু চামড়ার থলির তলায় লাগিয়া থাকে এবং এই স্ক্রুটিকে ঘুরাইয়া আধারের পারদতল উঠানো-নামানো যায়। তাছাড়া P একটি হাতীর দাঁতের তৈরী সূচক (8), ইহাকে পারদ-আধারের ঢাকনার সঙ্গে এমনভাবে লাগানো থাকে যে সূচকের নিম্নপ্রান্ত ও নলের গায়ে অংশাঙ্কিত স্কেলের শূন্য পাঠ একই সমতলে অবস্থান করে। শ্যাময় চামড়া সচ্ছিদ্র বলিয়া উহার মধ্য দিয়া বায়ু চলাচল করিতে পারে কিন্তু পারদ পারে না। সুতরাং পারদ-আধারের পারদের উপর বায়ুর চাপ প্রয়োগ করিতে কোন অসুবিধা হইবে না। উষ্ণতার পরিবর্তনের সঙ্গে চাপের পরিবর্তন হয়; উষ্ণতা দেখিবার জন্য পিতলের নলের গায়ে একটি থার্মমিটার T লাগানো থাকে।

বায়ুর চাপ মাপিতে হইলে প্রথমে S-স্ক্রুটিকে ঘুরাইয়া পারদ-আধারের পারদপৃষ্ঠকে P-সূচকের সঙ্গে স্পর্শ করাইতে হইবে; এই অবস্থায় পারদপৃষ্ঠ মূল-স্কেলের শূন্য পাঠের সঙ্গে মিলিয়া যাইবে। তারপর ভার্নিয়ারের শূন্যকে নলমধ্যে পারদস্তম্ভের উত্তল পৃষ্ঠের সঙ্গে স্পর্শিনীভাবে মিলাইয়া মূল-স্কেল ও ভার্নিয়ার স্কেলের পাঠ লইয়া পারদস্তম্ভের উচ্চতা নির্ণয় করা যাইতে পারে।

ধরা যাক, পারদস্তম্ভের এই নির্ণীত উচ্চতা $= h$ cm.

সুতরাং বায়ুর চাপ $P = h\rho g$ dynes/cm^2

($\rho =$ পারদের ঘনত্ব $= 13{\cdot}6$ gms/c.c., $g =$ অভিকর্ষজ ত্বরণ)

4.2. বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপ (Normal atmospheric pressure):

বায়ুমণ্ডলের চাপ নানা কারণে প্রায়ই পরিবর্তিত হয়। চাপ বাড়িতেছে না কমিতেছে তাহা বিচার করিতে হইলে কোন নির্দিষ্ট চাপকে মান (standard) ধরিয়া

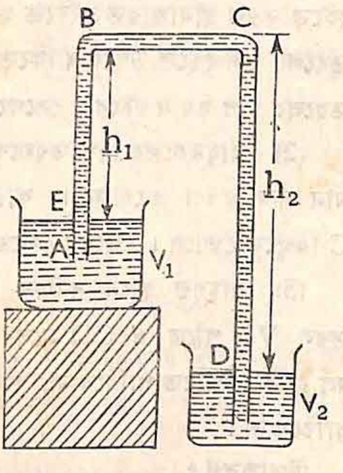
তুলনা করা হয়। এই মানকে বায়ুমণ্ডলের **প্রমাণ চাপ** বলে। সমুদ্রপৃষ্ঠে 45° অক্ষাংশে এবং 0°C উষ্ণতায় 76 cm. উচ্চতাবিশিষ্ট পারদস্তম্ভ যে-চাপ প্রয়োগ করে তাহাকেই বায়ুমণ্ডলের প্রমাণ চাপ ধরা হয়।

0°C উষ্ণতায় পারদের ঘনত্ব = 13·596 gm/c.c. এবং 45° অক্ষাংশে সমুদ্রপৃষ্ঠে $g = 980·6$ cm/sec.^{2}। সুতরাং,

বায়ুর প্রমাণ চাপ $= (76 \times 13·6 \times 980·6)$ dynes/cm.^{2}
$= \mathbf{1·013 \times 10^6}$ **dynes/cm.**^{2}

4.3. সাইফন (Siphon) ঃ

সাইফন হইল দুই অসমান বাহুবিশিষ্ট একটি U-আকৃতির কাচ বা রবারের নল (ABCD)। ইহার সাহায্যে পাত্রকে না নাড়াইয়া এক পাত্র হইতে অন্য পাত্রে তরল যথা কেরোসিন, পেট্রল কিংবা তলানিযুক্ত তরল হইতে উপরের পরিষ্কার তরলকে সহজে স্থানান্তরিত করা যায়। এই ব্যবস্থায় প্রথমে পরীক্ষাধীন তরল দ্বারা নলটি সম্পূর্ণ ভরতি করিতে হয়। তারপর নলের দুইমুখ আঙ্গুলে চাপিয়া বন্ধ করিয়া ছোট বাহুর মুখ উপরের তরলপূর্ণ পাত্রে (V_1) ডুবাইয়া বড় বাহুর মুখ নিয়ে খালি পাত্রে (V_2) রাখিয়া (চিত্র 27) আঙ্গুল সরাইয়া লইলে তরলপূর্ণ পাত্র হইতে তরল নল বাহিয়া খালি পাত্রে চলিয়া যায়।



চিত্র 27

কার্যপ্রণালীর ব্যাখ্যা—U-নলের বাঁকানো অংশে নলমধ্যে একই অনুভূমিক তলে দুইটি বিন্দু B ও C লওয়া যাক। সাইফনের AB বাহুতে নলমধ্যে V_1-পাত্রস্থ তরলের মুক্ততলের অনুভূমিক তলে একটি বিন্দু E কল্পনা করা যাক। এই E-বিন্দুতে তরলের চাপ = মুক্ততলের উপর বায়ুর চাপ, কারণ একই অনুভূমিক তলে সকল বিন্দুতে চাপ সমান।

B-বিন্দুতে তরলের চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ − BE তরলস্তম্ভের চাপ

$= P - h_1 dg$

[P = বায়ুমণ্ডলের চাপ, d = তরলের ঘনত্ব, h_1 = BE তরলস্তম্ভের উচ্চতা]

একইভাবে, C-বিন্দুতে তরলের চাপ $= P - h_2 dg$;

[h_2 = CD তরলস্তম্ভের উচ্চতা]

এখন যেহেতু $h_1 < h_2$, সুতরাং $(P - h_1dg) > (P - h_2dg)$ অর্থাৎ B-বিন্দুতে তরলের চাপ C-বিন্দুতে তরলের চাপ অপেক্ষা বেশী। তরল সবসময় উচ্চমানের চাপের স্থান হইতে নিম্নমানের চাপের স্থানের অভিমুখে প্রবাহিত হয়। সুতরাং তরল B-বিন্দু হইতে C-বিন্দুতে প্রবাহিত হইবে এবং সঙ্গে সঙ্গে বাহিরের বায়ুমণ্ডলের চাপে V_1-পাত্রের তরল নলমধ্যে উঠিয়া B-বিন্দুর শূন্যস্থান পূর্ণ করিবে। আবার এই তরল B হইতে C-তে যাইবে। এইভাবে তরল উপরের পাত্র (V_1) হইতে নীচের পাত্রে (V_2) আসিতে থাকিবে।

সাইফনের ক্রিয়ার শর্ত—

(1) h_1 উচ্চতাকে সর্বদা h_2 উচ্চতা হইতে কম হইতে হইবে, অর্থাৎ যে পাত্র হইতে তরল স্থানান্তরিত করিতে হইবে সেই পাত্রে তরলের তল সর্বদাই অপর পাত্রে তরলের তল হইতে উপরে থাকিতে হইবে। কারণ, $h_1 = h_2$ হইলে B ও C বিন্দুদ্বয়ে তরলের চাপ সমান হইবে ; সেক্ষেত্রে প্রবাহ বন্ধ হইয়া যাইবে।

(2) বায়ুমণ্ডলের চাপ তরলকে যে-উচ্চতায় তুলিতে পারে তাহা অপেক্ষা h_1-এর মান কম হওয়া প্রয়োজন। কারণ এই বায়ুমণ্ডলের চাপই তরলকে ঠেলিয়া নলমধ্যে C-বিন্দুতে তোলে। জলের ক্ষেত্রে h_1-এর মান 34 ft. অপেক্ষা কম হইতে হইবে।

(3) বায়ুশূন্য স্থানে সাইফন ক্রিয়া করে না। কারণ বায়ুশূন্য স্থানে AB নলের তরল V_1 পাত্রে ও CD নলের তরল V_2 পাত্রে পড়িয়া যাইবে ; কোন তরল নল বাহিয়া উঠিতে পারিবে না, ফলে নলমধ্য দিয়া কোন তরলও প্রবাহিত হইতে পারিবে না।

উদাহরণ ঃ

(1) একটি প্রতিবন্ধকের উপর দিয়া কেরোসিন (আপেক্ষিক গুরুত্ব $= 0.8$) সাইফনের সাহায্যে স্থানান্তরিত করিতে হইবে। বায়ুমণ্ডলের চাপ পারদের 30 inches হইলে প্রতিবন্ধকের সর্বোচ্চ কত উচ্চতা পর্যন্ত সাইফন ক্রিয়া সম্ভবপর হইবে ?

ধরা যাক, প্রতিবন্ধকের সর্বোচ্চ উচ্চতা $= h$ ft.

h ft কেরোসিন-স্তম্ভের চাপ $= h \times (0.8 \times 62.5) \times g$ poundals/ft^2

বায়ুমণ্ডলের চাপ $= \frac{30}{12} \times (13.6 \times 62.5) \times g$ poundals/ft^2.

সাইফনের শর্তানুসারে,

$$h \times (0.8 \times 62.5) \times g = \frac{30}{12} \times (13.6 \times 62.5) \times g$$

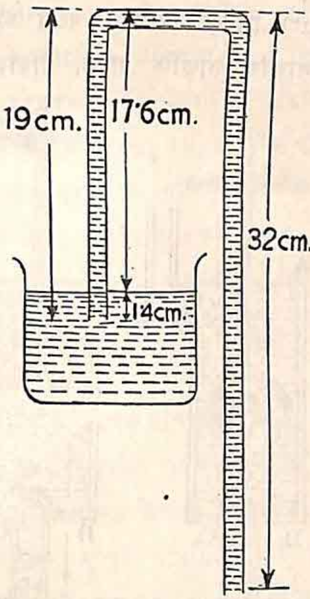
$$\therefore \quad h = \frac{30 \times 13.6}{0.8 \times 12} \text{ ft}$$

$$= 42.5 \text{ ft.}$$

(2) 90 cm. দীর্ঘ একটি চোঙাকৃতি পাত্র পারদপূর্ণ। বায়ুর চাপ পারদের 756 mm. হইলে ঐ চোঙাকৃতি পাত্র হইতে কতটা গভীরতা পর্যন্ত পারদ সাইফন প্রক্রিয়ায় স্থানান্তরিত করা যাইবে?

যতক্ষণ সাইফনের ছোট বাহুতে চোঙাকৃতি পাত্রের পারদের মুক্ততল হইতে পারদ-স্তম্ভের উচ্চতা 756 mm. হইতে বেশী না হইবে ততক্ষণ সাইফন কার্যকর থাকিবে। সুতরাং চোঙের উপর প্রান্তে সাইফনের বাঁকা অংশ রাখিয়া চোঙ হইতে 756 mm. গভীরতা পর্যন্ত পারদ অপসারণ করা যায়।

(3) একটি সাইফনের দুই বাহুর অভ্যন্তরীণ ব্যাসার্ধ 1 cm. এবং দৈর্ঘ্য যথাক্রমে 32 cm. ও 19 cm.; ছোট বাহুটি তরলে 1·4 cm. গভীরে ঢোকানো আছে। তরলের প্রবাহের গতিবেগ নির্ণয় কর এবং প্রতি সেকেণ্ডে কত আয়তনের তরল সাইফন হইতে নির্গত হইবে নির্ণয় কর। $g=980$ cm/sec^2.



চিত্র 28

$h_2-h_1=\{32-(19-1\text{·}4)\}$ cm. $=14\text{·}4$ cm.—এই উচ্চতার উপর তরলের বেগ নির্ভর করে (চিত্র 28)। পতনশীল বস্তুর নিয়মানুসারে, তরলের বেগ $v=\sqrt{2g(h_2-h_1)}$,

$$\therefore\ v=\sqrt{2\times 980\times 14\text{·}4}=168 \text{ cm/sec.}$$

সাইফন হইতে এক সেকেণ্ডে প্রবাহিত তরলের আয়তন

= নলের প্রস্থচ্ছেদের ক্ষেত্রফল × তরল প্রবাহের বেগ

$=(\pi r^2)v$; $r=1$ cm.

$=3\text{·}14\times 1^2\times 168$ c.c.

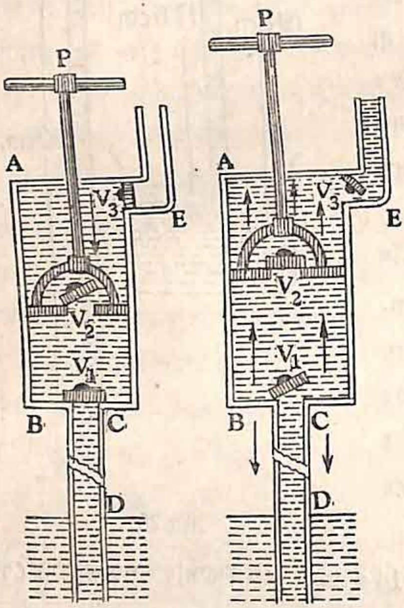
$=527\text{·}52$ c.c.

4.4. উত্তোলক পাম্প (Lift pump):

বাড়ীর ছাদের উপর ট্যাঙ্কে জল তুলিবার জন্য যে-পাম্প ব্যবহার করা হয় তাহাকে **উত্তোলক পাম্প** বলে।

যন্ত্রের বিবরণ—29নং চিত্রে উত্তোলক পাম্পের গঠন দেখানো হইয়াছে। AB একটি শক্ত লোহার চোঙাকৃতি পাত্র। এই চোঙাকৃতি পাত্রের তলায় একটি সরু

শক্ত নল CD লাগানো থাকে এবং যে-স্থান হইতে জল তুলিতে হইবে সেই জলের ভিতর নলের অপর প্রান্ত ডুবানো থাকে। একটি বিশেষ ধরনের জল-নিরুদ্ধ (water tight) পিস্টন চোঙের মধ্যে উঠানামা করিতে পারে। এই পিস্টনের তলায় একটি গোলাকার চাকতি থাকে, যাহার ব্যাস স্বভাবতঃই চোঙের ব্যাসের সমান, এবং এই চাকতিটিই পিস্টনদণ্ডের (P) সাহায্যে উঠানো-নামানো হয়। চাকতির মাঝখানে একটি বড় গোলাকার ছিদ্রপথে জল উপরে যাইতে পারে। চোঙের প্রায় উপরের প্রান্তের কাছাকাছি স্থান হইতে একটি ঊর্ধ্বমুখী নল যেখানে জল তুলিতে হইবে সেই পর্যন্ত চলিয়া গিয়াছে। CD নল ও AB চোঙের সংযোগস্থলে একটি ভাল্‌ব V_1, পিস্টন-চাকতির ছিদ্রের উপর একটি ভাল্‌ব V_2 ও AB চোঙ ও ঊর্ধ্বমুখী নলের সংযোগস্থলে আর একটি ভাল্‌ব V_3 আছে। V_1 ও V_2 ভাল্‌ব দুইটি উপরের দিকে খোলে অর্থাৎ জলকে নীচু হইতে উপরে যাইতে দেয়, কিন্তু জল উপর হইতে নীচে নামিবার চেষ্টা করিলে জলের চাপে উহারা বন্ধ হইয়া যায়। V_3 ভাল্‌বটি বাহিরের দিকে খোলে অর্থাৎ জলকে AB চোঙ হইতে ঊর্ধ্বমুখী নলে প্রবেশ করিতে দেয়, কিন্তু উলটা দিক হইতে জল আসিলেই উহা বন্ধ হইয়া যায়।



চিত্র 29

কার্যপ্রণালী—ধরা যাক, পাম্প যখন ক্রিয়া করিতে শুরু করিল তখন চোঙে কোন জল নাই এবং পিস্টন চোঙের সর্বনিম্নস্থানে এবং V_1 ও V_2 ভাল্‌ব দুইটি বন্ধ আছে। এখন পিস্টনটিকে উপরের দিকে তুলিলে পিস্টনের নিম্নে বায়ুর আয়তন বৃদ্ধি পাইবে ও ফলে ঐ বায়ুর চাপ কমিয়া যাইবে। কিন্তু পিস্টনের উপরে এবং CD নলে সাধারণ বায়ু বর্তমান। কাজেই V_2 ভাল্‌বের উপর নিম্নমুখী চাপ ও V_1 ভাল্‌বের উপর উর্ধ্বমুখী চাপ বাহিরের বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান। ফলে V_2 ভাল্‌ব বন্ধ ও V_1 ভাল্‌ব খুলিয়া যাইবে। এখন জলাধারের উপর বায়ুমণ্ডলের চাপ চোঙের মধ্যে পিস্টনের নীচের বায়ুর চাপ অপেক্ষা বেশী হওয়ায় জলাধার হইতে কিছু জল নলের মধ্য দিয়া চোঙে প্রবেশ করে।

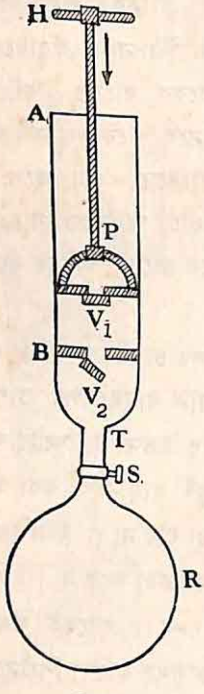
এইবার পিস্টনটিকে নীচের দিকে নামাইতে থাকিলে পিস্টনের নীচের বায়ুর আয়তন কমিতে থাকিবে এবং ফলে উহার চাপ বাড়িতে থাকিবে। যখন ইহার চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা বেশী হইবে তখন V_1 ভাল্‌ব বন্ধ হইয়া যাইবে এবং V_2 ভাল্‌ব খুলিয়া যাইবে ও ঐ পথে বায়ু বাহির হইয়া আসিবে। খানিকটা জলও পিস্টনের উপরে আসিতে পারে। এই প্রকারে পিস্টনকে কয়েকবার উঠা-নামা করাইলে জল চোঙের ঊর্ধ্বমুখী নলের মুখ E পর্যন্ত উঠিবে। পিস্টনের পরের বারের ঊর্ধ্বগতিতে জলের বর্ধিত চাপে V_3 ভাল্‌ব খুলিয়া যায় ও জল ঊর্ধ্বমুখী নলে প্রবেশ করে। ইহার পর পিস্টনের নিম্নগতির সময় ঊর্ধ্বমুখী নলের জল নীচে আসিতে চেষ্টা করে, কিন্তু তখন নলের জলের চাপে ভাল্‌ব বন্ধ হইয়া যায় বলিয়া জল চোঙে আসিতে পারে না। প্রত্যেকবার পিস্টনের ঊর্ধ্বগতির সময় জল ঊর্ধ্বমুখী নলে প্রবেশ করিবে এবং নল বাহিয়া জল ক্রমশঃ উপরে উঠিবে।

পাম্পের কার্যপ্রণালী লক্ষ্য করিলে বোঝা যায়, বায়ুমণ্ডলের চাপই জলাধার হইতে জলকে CD নল দিয়া চোঙে ঢুকাইতেছে। কিন্তু আমরা জানি বায়ুমণ্ডলের চাপ 34 ফুটের উপরে জল তুলিতে পারে না। সুতরাং CD নলের উচ্চতা 34 ফুটের অধিক হইলে এই পাম্পে জল উঠিবে না। কিন্তু চোঙকে সম্পূর্ণ বায়ুনিরুদ্ধ করা যায় না বলিয়া এই নলের উচ্চতা প্রকৃতপক্ষে 30 ফুটের বেশী করা যায় না। ঊর্ধ্বমুখী নল বাহিয়া জল উপরে উঠিবার কাজে বায়ুমণ্ডলের চাপ কোন ক্রিয়া করে না। পিস্টন-দণ্ডকে উপরে টানিবার বল জলকে ঊর্ধ্বমুখী নলে ঢুকাইয়া দেয়। কাজেই ঊর্ধ্বমুখী নলটিকে ইচ্ছামত লম্বা করিয়া এবং V_3 ভাল্‌বকে উচ্চ চাপসহ করিয়া পিস্টনকে খুব জোরে টানিয়া জলকে যে-কোন উচ্চতায় তোলা যায়। বৈদ্যুতিক উত্তোলক পাম্পে বিদ্যুৎশক্তির সাহায্যে পিস্টন উঠা-নামা করানো হয়।

এই প্রসঙ্গে জানা উচিত, মাটির নীচে হইতে জল তুলিবার জন্য টিউব-ওয়েলে যে-পাম্প ব্যবহার করা হয় তাহাকে **সাধারণ পাম্প** বা **শোষণ পাম্প (Common or suction pump)** বলে। এই পাম্প কার্যতঃ উত্তোলক পাম্পের একটি অংশবিশেষ। উত্তোলক পাম্পে ঊর্ধ্বমুখী নলের পরিবর্তে ঐ স্থানে একটি নিম্নমুখী নির্গম নল রাখিলেই যে-পাম্প সৃষ্টি হইবে তাহাই শোষণ পাম্প বা টিউব-ওয়েল। টিউব-ওয়েলে 34 ফুটের অধিক দীর্ঘ নল মাটির মধ্যে বসানো হইয়া থাকে। এখানে মনে রাখিতে হইবে, মাটির ভিতর বিভিন্ন স্তরের জলের সহিত নিকটস্থ পুকুর, নদী ইত্যাদির সংযোগ থাকে। এই সকল স্তরের জল সমোচ্চশীলতা ধর্মের জন্য নল বাহিয়া পুকুর বা নদীর জলতলের সহিত একই উচ্চতায় উঠে। এখন পুকুর বা নদীর জলতল হইতে টিউব-ওয়েলের নলের উচ্চতা 34 ফুটের বেশী নয় বলিয়া টিউব-ওয়েলে জল উঠে।

4.5. বায়ু-সংনমন পাম্প (Air compression pump) :

বায়ু-সংনমন পাম্প দ্বারা কোন আবদ্ধ স্থান বায়ুপূর্ণ করা হয়। সুতরাং এই পাম্পের উদ্দেশ্য নিষ্কাশক পাম্পের ঠিক বিপরীত। 30নং চিত্রে এই পাম্পের গঠন দেখানো হইয়াছে। AB একটি শক্ত লোহার চোঙের মধ্যে P-পিস্টনকে H হাতলের দ্বারা বায়ুনিরুদ্ধভাবে উঠানো-নামানো যায়। পিস্টনের নীচে একটি ভালব V_1 ও চোঙের প্রায় মাঝামাঝি আর একটি ভাল্‌ব V_2 আছে। এই ভাল্‌ব দুইটি কেবলমাত্র নিম্নমুখে খুলিতে পারে। R-পাত্রটির মুখে একটি স্টপকক্‌ আছে ও এই পাত্রটিকে একটি রবার নলের দ্বারা পাম্পের সহিত যুক্ত করিয়া স্টপকক্‌ খুলিয়া দেওয়া হয়। R-পাত্রটিকে রিসিভার (receiver) বলে।



চিত্র 30

কার্য প্রণালী –পিস্টনটি চোঙের মধ্যে সর্বনিম্ন অবস্থানে থাকিলে ভাল্‌ব দুইটি বন্ধ থাকে। পিস্টনকে বাহিরের দিকে টানিলে ভাল্‌ব দুইটির মধ্যবর্তী স্থানে চোঙের মধ্যে বায়ুর আয়তন বাড়ে ও তাহার ফলে ঐ বায়ুর চাপ কমে। এই সময় পিস্টনের উপর বায়ুমণ্ডলের বেশী নিম্নমুখী চাপ থাকায় V_1 ভাল্‌ব খুলিয়া যায় ও বাহির হইতে কিছু বায়ু বায়ুমণ্ডলের চাপে চোঙের মধ্যে প্রবেশ করে। এই সময় R-পাত্রে বায়ুর চাপ বেশী থাকায় V_2 ভাল্‌ব বন্ধ থাকে।

পিস্টনটিকে এইবার ভিতরের দিকে ঠেলিতে থাকিলে ভাল্‌ব দুইটির মধ্যবর্তী স্থানে বায়ুর আয়তন কমে ও চাপ বাড়ে। এই চাপ বাহিরের বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা বেশী হইলেই V_1 ভাল্‌ব বন্ধ হইয়া যায় এবং এই চাপ যখন R-পাত্রের বায়ুর চাপ অপেক্ষা বেশী হয় তখন V_2 ভাল্‌ব খুলিয়া যায় ও এই খোলা পথে বায়ু R-পাত্রে প্রবেশ করে।

প্রত্যেকবার পিস্টনকে বাহিরের দিকে টানিলে বাহিরের বায়ুমণ্ডল হইতে কিছু বায়ু চোঙে প্রবেশ করে এবং পরে পিস্টনকে ভিতরের দিকে ঠেলিলে সেই বায়ু R-পাত্রে প্রবেশ করে। এইভাবে পিস্টনকে ক্রমাগত উপর-নীচ করিলে বাহিরের বায়ু ক্রমশঃ R-পাত্রে প্রবেশ করিতে থাকিবে। R-পাত্র যখন প্রয়োজনমত বায়ুপূর্ণ হয় তখন স্টপককের সাহায্যে উহার মুখ বন্ধ করিয়া উহাকে পাম্প হইতে বিচ্ছিন্ন করা হয়।

সাইকেলের পাম্প, ফুটবলের পাম্প, স্টোভের পাম্প প্রভৃতি সংনমন পাম্পের

দৃষ্টান্ত। পিস্টনের একবার বাহিরের ও পরবর্তী ভিতরের গতিকে একটি **সম্পূর্ণগতি** (**stroke**) বলে।

সংনমনের মাত্রা—

ধরা যাক, R-পাত্র ও সংযোগকারী রবার নলের যুক্ত আয়তন $= V$

বায়ুমণ্ডলে বায়ুর ঘনত্ব $= \rho$

n-সংখ্যক সম্পূর্ণগতির পর R-পাত্রে বায়ুর ঘনত্ব $= \rho_n$

এখন পাম্প ক্রিয়া করিতে শুরু করিবার প্রারম্ভে R-পাত্রে বায়ুর চাপ ও ঘনত্ব বায়ুমণ্ডলের চাপ ও ঘনত্বের সমান। A হইতে B পর্যন্ত চোঙের মধ্যে আয়তন $= v$ হইলে, পিস্টন চোঙের সর্বনিম্ন প্রান্ত হইতে সর্বোচ্চ প্রান্তে গেলে বাহির হইতে যে-বায়ু চোঙে প্রবেশ করে তাহার আয়তন v ও ঘনত্ব ρ হইবে ; সুতরাং ইহার ভর $v\rho$.

প্রাথমিক অবস্থায় পাত্রের বায়ুর ভর $= V\rho$

n-সংখ্যক সম্পূর্ণগতির পর পাত্রে প্রবিষ্ট অতিরিক্ত বায়ুর ভর $= nv\rho$

$\therefore$ " " " " বায়ুর মোট ভর $= V\rho + nv\rho$

পাত্রের আয়তন নির্দিষ্ট থাকে, সুতরাং $V\rho_n = V\rho + nv\rho$

$$\therefore \ \rho_n = \left(1 + \frac{nv}{V}\right)\rho$$

পিস্টনের গতির সময় উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকে মনে করিলে, বয়েলের সূত্রানুসারে, চাপ ও ঘনত্ব সমানুপাতিক। অতএব,

$$P_n = \left(1 + \frac{nv}{V}\right)P$$

$P =$ R-পাত্রে বায়ুর প্রাথমিক চাপ $=$ বায়ুমণ্ডলের চাপ।

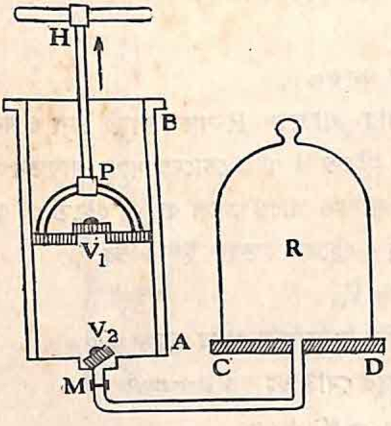
$P_n =$ R-পাত্রে n-সংখ্যক সম্পূর্ণগতির পর চাপ।

4.6. বায়ু-নিষ্কাশক পাম্প (Vacuum pump or Exhaust pump) :

বায়ু-নিষ্কাশক পাম্পের সাহায্যে কোন পাত্র হইতে বায়ু নিষ্কাশন করা হয়। কাজেই এই পাম্পের উদ্দেশ্য বায়ু-সংনমন পাম্পের ঠিক বিপরীত। এই পাম্পের গঠন ঠিক সংনমন পাম্পেরই মত, শুধু ভাল্ব দুইটি বিপরীত দিকে খোলে অর্থাৎ বায়ুকে রিসিভারে প্রবেশ করিতে দেয় না কিন্তু রিসিভার হইতে বাহিরে আসিতে দেয়।

31নং চিত্রে এই পাম্পের গঠন দেখানো হইয়াছে। AB একটি শক্ত ধাতব চোঙের মধ্যে একটি পিস্টন P-কে H-হাতল দ্বারা বায়ুনিরুদ্ধভাবে উঠানো-নামানো যায়। CD—একটি গোল প্লেট। ইহাকে পাম্পের রেকাবি (disc) বলে। রেকাবির মাঝখানে একটি ছিদ্র আছে। পাম্পের মুখ M ও রেকাবির ছিদ্র একটি রবার নলদ্বারা সংযুক্ত।

রেকাবির উপর একটি কাচপাত্র R-কে বায়ুনিরুদ্ধভাবে রাখা আছে। ইহাকে পাম্পের রিসিভার (receiver) বলে। এই পাত্রের অভ্যন্তরস্থ বায়ু নিষ্কাশন করিতে হইবে। পিস্টনের নীচে একটি ভাল্‌ব V_1 ও চোঙের নীচে নির্গমমুখে একটি ভাল্‌ব V_2 আছে। উভয় ভাল্‌বই উপরের দিকে খুলিতে পারে অর্থাৎ বায়ু রিসিভার হইতে চোঙে যাইতে পারে, কিন্তু চোঙ হইতে রিসিভারে যাইতে পারে না।



চিত্র 31

কার্যপ্রণালী—পিস্টনের সর্বনিম্ন অবস্থানে V_1 ও V_2 ভাল্‌ব দুইটি বন্ধ থাকে। পিস্টনটিকে উপরে তুলিলে ভাল্‌ব দুইটির মধ্যবর্তী স্থানে চোঙের মধ্যে আংশিক শূন্যতার সৃষ্টি হয় এবং ঐ স্থানের বায়ুর চাপ বাহিরের বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা কম হইয়া পড়ে। ফলে R-পাত্রের বায়ু (যাহার চাপ প্রাথমিক অবস্থায় বায়ুমণ্ডলের চাপের সমান) V_2 ভাল্‌বকে খুলিয়া AB চোঙে প্রবেশ করে। সুতরাং R-পাত্রে বায়ুর চাপ কমিয়া যায়। অপরদিকে পিস্টনের উপরে বায়ুমণ্ডলের বেশী চাপ থাকায় V_1 ভাল্‌ব বন্ধ থাকে।

এইবার পিস্টনটিকে নীচের দিকে ঠেলিলে ভাল্‌ব দুইটির মধ্যস্থিত বায়ুর আয়তন ক্রমশঃ হ্রাস পায় ও ফলে উহার চাপ ক্রমশঃ বাড়ে। সেইজন্য V_2 ভাল্‌ব বন্ধ হইয়া যায়। যখন চোঙের মধ্যস্থিত বায়ুর ক্রমবর্ধমান চাপ বায়ুমণ্ডলের চাপ অপেক্ষা বেশী হইয়া পড়ে তখন বায়ু V_1 ভাল্‌ব খুলিয়া বাহির হইয়া যায়।

প্রত্যেকবার পিস্টনকে উপরের দিকে টানিলে R-পাত্র হইতে বায়ু চোঙে প্রবেশ করে এবং পরে পিস্টনকে নীচের দিকে ঠেলিলে ঐ বায়ু চোঙ হইতে বাহির হইয়া যায়। এইভাবে পিস্টনকে ক্রমাগত উপর-নীচ করিলে R-পাত্রের বায়ু ক্রমশঃ বাহির হইয়া যাইতে থাকিবে এবং অবশেষে উহা প্রায় বায়ুশূন্য হইয়া পড়িবে।

এখানে বিশেষভাবে মনে রাখা দরকার, এই পাম্প দ্বারা R-পাত্রকে সম্পূর্ণ বায়ুশূন্য করা যায় না। কারণ V_2 ভাল্‌বের কিছু ওজন আছে এবং উহাকে ঠেলিয়া খুলিতে হইলে কিছু ন্যূনতম বলের প্রয়োজন। ক্রমশঃ বায়ু নিষ্কাশিত হইবার পরে রিসিভারে যে-সামান্য বায়ু অবশিষ্ট থাকে তাহা V_2 ভাল্‌বকে খুলিবার মত ন্যূনতম বল প্রয়োগ করিতে পারে না।

নিষ্কাশনের মাত্রা—ধরা যাক, R-পাত্র ও সংযোগকারী রবার নলের যুক্ত আয়তন$=V$, AB চোঙের আয়তন$=v$; এখন পাম্প ক্রিয়া করিতে শুরু করিবার প্রারম্ভে R-পাত্রে বায়ুর চাপ ও ঘনত্ব বায়ুমণ্ডলের চাপ ও ঘনত্বের সমান এবং ধরা যাক, এই চাপ ও ঘনত্ব যথাক্রমে P ও ρ.

প্রত্যেক উর্ধ্বগতির শেষে পিস্টন যখন চোঙের সর্বনিম্ন প্রান্ত হইতে সর্বোচ্চ প্রান্তে পৌছায় তখন R-পাত্র ও সংযোগকারী নলে যে-V আয়তনের বায়ু ছিল তাহা প্রসারিত হইয়া চোঙ অধিকার করে এবং উহার আয়তন $(V+v)$ হয়)। সুতরাং উহার ঘনত্ব হ্রাস পায়। বায়ুর ভর M একই থাকে। ধরা যাক, প্রথম উর্ধ্বগতির শেষে R-পাত্রে বায়ুর ঘনত্ব পরিবর্তিত হইয়া ρ_1 হয়। সুতরাং,

$$M=V\rho=(V+v)\rho_1$$

$$\text{বা } \rho_1=\frac{V}{V+v}\rho$$

পিস্টনের পরবর্তী নিম্নগতির সময় চোঙের বায়ু বহির্গত হয়। R-পাত্র ও সংযোগকারী নলে ρ_1 ঘনত্বের বায়ু থাকিয়া যায়। পিস্টনের পরবর্তী উর্ধ্বগতির শেষে এই বায়ু পুনরায় প্রসারিত হয় এবং $(V+v)$ আয়তন অধিকার করে। সুতরাং আবার ঘনত্ব হ্রাস পায়। মনে করা যাক, উহা ρ_2 হয়। সুতরাং,

$$V\rho_1=(V+v)\rho_2$$

$$\text{বা } \rho_2=\frac{V}{V+v}\rho_1=\left(\frac{V}{V+v}\right)^2\rho$$

এইভাবে দেখান যায় যে n-সংখ্যক সম্পূর্ণগতির পর পাত্রে যে-বায়ু অবশিষ্ট থাকে তাহার ঘনত্ব

$$\rho_n=\left(\frac{V}{V+v}\right)^n\rho$$

পিস্টনের গতির সময় উষ্ণতা অপরিবর্তিত থাকে মনে করিলে, বয়েলের সূত্রানুসারে, চাপ ও ঘনত্ব সমানুপাতিক। অতএব,

$$P_n=\left(\frac{V}{V+v}\right)^n P$$

এই সমীকরণ হইতে দেখা যায় $\left(\frac{V}{V+v}\right)$-এর মান কখনই শূন্য হইতে পারে না। সুতরাং P_n ও ρ_n-এর মান কখনই শূন্য হয় না, অর্থাৎ পাত্রকে একেবারে বায়ুশূন্য করা সম্ভব নয়।

উদাহরণ ঃ

(1) বাইসিকেল পাম্পের সাহায্যে সাইকেলের টায়ারে হাওয়া ভরতি করিতে হইবে। টায়ারের আয়তন 2 litres, পাম্পের প্রস্থচ্ছেদ 5 cm^2 ও পিস্টনের প্রতি গতির দৈর্ঘ্য 20 cm. হইলে 40 বার সম্পূর্ণগতির পর টায়ারের বায়ুচাপ কত হইবে? টায়ারের প্রাথমিক বায়ুচাপ ছিল 75 cm. পারদের চাপ।

আমরা জানি, বাইসিকেল পাম্প একটি সংনমন পাম্প এবং সেক্ষেত্রে

$$P_n = \left(1 + n\frac{v}{V}\right) P$$

P = প্রাথমিক চাপ = 75 cm. পারদের চাপ

n = সম্পূর্ণগতির সংখ্যা = 40

v = পাম্পের চোঙের সেই অংশের আয়তন যাহার মধ্যে পিস্টন ওঠা-নামা করে = (5 × 20) c.c.

V = টায়ারের বা রিসিভারের আয়তন = 2 litres = 2000 c.c.

সুতরাং $P_n = \left(1 + 40 \times \frac{5 \times 20}{2000}\right) \times 75$ cm. পারদের চাপ

= 225 cm. পারদের চাপ।

(2) নিষ্কাশন পাম্পের চোঙের আয়তন রিসিভারের আয়তনের অর্ধেক। প্রাথমিক চাপ 75 cm. পারদের চাপ হইলে চারিটি সম্পূর্ণগতির পর রিসিভারে কত চাপ হইবে?

আমরা জানি, $P_n = \left(\frac{V}{V+v}\right)^n \times P.$

এখানে $v = \frac{1}{2}V$

P = 76 cm. পারদের চাপ

$n = 4.$

$\therefore \quad P_4 = \left(\frac{V}{V+\frac{1}{2}V}\right).76$ cm. পারদের চাপ

$= (\frac{2}{3})^4 \times 76$ cm. পারদের চাপ

= 15 cm. পারদের চাপ (প্রায়)।

প্রশ্নাবলী

1. বায়ুমণ্ডলের চাপ আছে তাহার প্রমাণ কি?

ব্যারোমিটার কাহাকে বলে?

ফর্টিনের ব্যারোমিটার বর্ণনা কর এবং উহার কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর।

জল-ব্যারোমিটারের উচ্চতা 32 ft হইলে গ্লিসারিন-ব্যারোমিটারের উচ্চতা কত হইবে? (গ্লিসারিনের আঃ গুঃ = 1·25) [উঃ 25·6 ft]

2. বায়ুমণ্ডলের চাপ 75·6 cm. পারদের চাপের সমান বলিলে কি বুঝায়? সেক্ষেত্রে (i) চরম এককে বায়ুমণ্ডলের চাপ নির্ণয় কর (পারদের আঃ গুঃ = 13·6) এবং (ii) গ্লিসারিন (আঃ গুঃ = 1·2)-ব্যারোমিটারের উচ্চতা নির্ণয় কর।

[উঃ (i) $1·0076 \times 10^6$ dynes/cm.^{2} ; (ii) 856·8 cm.]

3. সাইফন কি? উহার কার্যকারিতা ব্যাখ্যা কর। উহার ক্রিয়ার শর্ত কি? সাইফনের সাহায্যে একটি চোঙাকৃতি পারদপূর্ণ পাত্র হইতে পারদ স্থানান্তরিত করিবার জন্য সাইফনের ছোট বাহু পাত্রের তলা পর্যন্ত ঢোকানো হইল। পাত্রের গভীরতা 45 inches ; দেখা গেল কিছুক্ষণ করে পারদ আর সাইফন বাহিয়া পড়িতেছে না—ইহার কারণ ব্যাখ্যা কর। পারদ-ব্যারোমিটারের উচ্চতা 30 inches হইলে পাত্রে যে পারদ অবশিষ্ট থাকিবে তাহা পাত্রের আয়তনের কত অংশ? [উঃ 1/3]

4. চিত্রসহ উত্তোলক পাম্প এবং উহার কার্যপ্রণালী বিস্তৃতভাবে বর্ণনা কর। এই পাম্প দ্বারা 30 ft-এর অধিক উঁচুতে জল তোলা যায় না কেন?

5. চিত্রসহ সংনমন পাম্প এবং উহার কার্যপ্রণালী বিশদভাবে বর্ণনা কর ও সংনমনের মাত্রা নির্ণয় কর।

6. একটি সংনমন পাম্পের চোঙের আয়তন 75 c.c.; এই পাম্প দ্বারা 1000 c.c. আয়তনের একটি পাত্রে বায়ু ভরতি করিতে হইবে। পিস্টনের কতগুলি সম্পূর্ণগতির পর পাত্রে বায়ুচাপ 1 atmosphere হইতে 4 atmosphere হইবে? [উঃ 40]

7. একটি সংনমন পাম্পে রিসিভারের আয়তন চোঙের আয়তনের 10 গুণ ; পিস্টনের কতগুলি সম্পূর্ণগতির পরে রিসিভারে বায়ুচাপ প্রাথমিক চাপের 5 গুণ হইবে?

[উঃ 40]

8. চিত্রসহ বায়ু-নিষ্কাশক পাম্প এবং উহার কার্যপ্রণালী বর্ণনা কর ও নিষ্কাশনের মাত্রা নির্ণয় কর।

9. একটি নিষ্কাশক পাম্পে যদি 4টি সম্পূর্ণগতিতে রিসিভারে বায়ুচাপ বায়ুমণ্ডলের চাপের এক-তৃতীয়াংশ হয়, তবে 6টি সম্পূর্ণগতির পর চাপ কত হইবে?

[উঃ প্রাথমিক চাপের ·192]

10. একটি বায়ু-নিষ্কাশক পাম্পের রিসিভারের আয়তন চোঙের আয়তনের 6 গুণ ; পিস্টনের কতগুলি সম্পূর্ণগতির পর রিসিভারে বায়ুর ঘনত্ব প্রাথমিক ঘনত্বের 216/343 ভাগ হইবে? [উঃ 3]

পঞ্চম অধ্যায়
পৃষ্ঠটান ও সান্দ্রতা
(Surface Tension and Viscosity)

5.0. সূচনা ঃ

পদার্থের নানারকম ধর্ম বিদ্যমান। এই সকল ধর্মের মধ্যে কিছু কিছুর সঙ্গে আমাদের পূর্বে পরিচয় ঘটিয়াছে। এই অধ্যায়ে তরল পদার্থের একটি ধর্ম ও প্রবাহী-পদার্থের একটি ধর্ম সম্বন্ধে কিছু আলোচনা করা হইবে। এই ধর্ম দুইটির নাম **পৃষ্ঠটান** ও **সান্দ্রতা**।

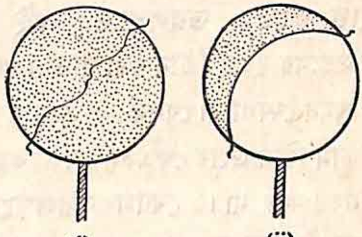
5.1. পৃষ্ঠটান (Surface tension) ঃ

সকল তরলেরই একটি বিশেষ ধর্ম আছে—তরলপৃষ্ঠ সর্বদাই টান টান করা পাতলা রবারের পর্দার (membrane) মত আচরণ করে এবং যতটা সম্ভব একটা ন্যূনতম ক্ষেত্রফলে সংকুচিত হইবার চেষ্টা করে। তরলের এই ধর্মকে **পৃষ্ঠটান** (**Surface tension**) বলে। ইহার স্বপক্ষে অনেক সাধারণ ঘটনার উল্লেখ করা যাইতে পারে। যেমন, সামান্য পরিমাণ পারদ মেঝের উপর পড়িয়া গেলে দেখা যায় পারদ অনেকগুলি ছোট ছোট দানায় বিভক্ত হইয়া ছড়াইয়া পড়ে। এই দানাগুলির প্রত্যেকটিই দেখিতে মোটামুটি গোলাকার হয়। কিন্তু কোন নির্দিষ্ট আয়তনের বস্তুর বেলায় যখন ঐ বস্তু গোলকের আকার ধারণ করে তখন উহার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বাপেক্ষা কম হয়। অর্থাৎ পারদ নিজ হইতেই এমন জ্যামিতিক আকার ধারণ করে যাহাতে উহার পৃষ্ঠের ক্ষেত্রফল সর্বাপেক্ষা কম হয়। একই কারণে, যখন বৃষ্টি পড়ে তখন বৃষ্টির ফোঁটাগুলি সব গোলকের আকার ধারণ করে। নিম্নের পরীক্ষাদ্বারা তরলের পৃষ্ঠটান আরও সুন্দরভাবে প্রদর্শন করান যাইতে পারে।

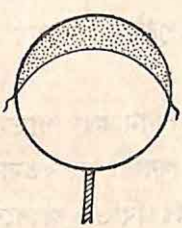
5.2. পৃষ্ঠটান প্রদর্শনের পরীক্ষা (Experiment to demonstrate surface tension) ঃ

একটি তারের গোল রিং-এর সঙ্গে আড়াআড়িভাবে একটু ঢিল করিয়া একগাছি পাতলা সিল্কের সুতা বাঁধা হইল। এইবার রিংটিকে সাবান-গোলা জলে ডুবাইয়া তুলিয়া আনিলে রিং-এর মধ্যে একটি পাতলা সাবানজলের সর (film) আটকাইয়া থাকিবে ও সুতাটিকে ঐ সরের উপর এলোমেলোভাবে থাকিতে দেখা যাইবে [চিত্র 32 (i)]। এখন একটি সরু সূচের সাহায্যে সুতার একপাশের সর ফুটা করিয়া দিলে দেখা যাইবে যে ঐ পাশের সর অদৃশ্য হইয়া গেল এবং সুতাটি যেন অপর পার্শ্ব হইতে টান পাইয়া বৃত্তের

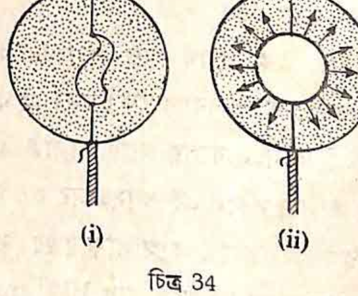
চাপের আকার ধারণ করিল [চিত্র 32(ii)]। ইহার কারণ, যখন সুতার একপাশের সর ছিঁড়িয়া দেওয়া হইল তখন অপর পার্শ্বের সর পৃষ্ঠটানের নিমিত্ত যতটা সম্ভব সর্বনিম্ন ক্ষেত্রফলে সংকুচিত হইয়া পড়ে ও ঐ সময় সুতার উপর টান দেয়, যাহার ফলে সুতাটি বৃত্তের চাপের আকার ধারণ করে। সাবানজলের সর যখন সুতার দুই পার্শ্বেই ছিল, তখন পৃষ্ঠটান সুতার দুই পার্শ্বেই ক্রিয়া করিতেছিল, অর্থাৎ সুতার প্রতি বিন্দুতে সরপৃষ্ঠের স্পর্শকভাবে বিপরীতমুখী সমান বল প্রযুক্ত হইতেছিল এবং উহারা পরস্পরকে প্রশমিত করায় সুতাটি এলোমেলোভাবে ছিল। তারের রিংটিকে উল্লম্বতলে (চিত্র 33) এবং সুতার প্রান্তদ্বয় অনুভূমিক রেখায় রাখিয়া সুতার নিম্নাংশের সর ছিঁড়িয়া দিলে দেখা যায় সুতা অভিকর্ষের বিরুদ্ধে উপর হইতে টান পাইয়া বৃত্তের চাপের আকার ধারণ করিল। ইহা প্রমাণ করে, সুতার উপর যে টান বা বল ক্রিয়া করিতেছে তাহা অভিকর্ষজ বল নয়।



চিত্র 32


চিত্র 33

এইরূপ আর একটি সুন্দর পরীক্ষা করা যাইতে পারে। পূর্বের ন্যায় একটি তারের গোল রিং লওয়া হইল। ঐ রিংটিকে সাবানজলে ডুবাইয়া তুলিয়া আনিলে উহাতে একটি সাবানজলের সর আটকাইয়া থাকিবে। এইবার ছোট এক টুকরা সুতায় গিঁট দিয়া একটি ফাঁস (loop) তৈরি করিয়া উহাকে সাবানজলে ভিজাইয়া রিং-এর সরের উপর রাখা হইল। দেখা যাইবে, ফাঁসটি এলোমেলোভাবে [চিত্র 34(i)] সরের উপর থাকিতেছে। এখন একটি সরু সূচের সাহায্যে ফাঁসের অভ্যন্তরস্থ সর ফুটা করিয়া দিলে দেখা যাইবে, ফাঁসের অভ্যন্তরস্থ সর অন্তর্হিত হইল বটে কিন্তু বাকী অংশের সর পূর্ববৎ অক্ষুণ্ণ রহিল এবং সঙ্গে সঙ্গে সুতার ফাঁসটি আঁট হইয়া একটি পরিপূর্ণ বৃত্তের আকার ধারণ করিল [চিত্র 34(ii)]। ইহা হইতে মনে হইতেছে, সরটি যেন ক্ষেত্রফলের সংকোচনের চেষ্টা করে—অর্থাৎ উহার পৃষ্ঠ-বরাবর একটি টান বা বল ক্রিয়া করে।



চিত্র 34

পৃষ্ঠটানের সংজ্ঞা—উপরের পরীক্ষালব্ধ নিরীক্ষা হইতে ইহা উপলব্ধি করা যায় যে, **কোন তরলের মুক্তপৃষ্ঠ একটি টান টান করা পাতলা পর্দার ন্যায় ব্যবহার করে। তরলপৃষ্ঠের এই টানকে পৃষ্ঠটান বলে।** মনে রাখিতে হইবে, তরলের মুক্তপৃষ্ঠ টান-করা পাতলা পর্দার মত আচরণ করিলেও টান-করা সাধারণ পর্দা (যেমন ফোলানো বেলুন) ও তরলের মুক্তপৃষ্ঠের মধ্যে কিছু পার্থক্য আছে। সাধারণ পর্দায় টান দিলে উহার ক্ষেত্রফল বাড়ে কিন্তু তরলের ক্ষেত্রে টান তরলপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের উপর নির্ভর করে না। **কোন তরলপৃষ্ঠের উপর একটি সরলরেখা কল্পনা করিলে ঐ রেখার প্রতি একক দৈর্ঘ্যে, রেখার অভিলম্বভাবে এবং পৃষ্ঠের স্পর্শকরূপে রেখার উভয় পার্শ্বে যে-বল ক্রিয়া করে তাহা দ্বারা ঐ তরলের পৃষ্ঠটানের পরিমাপ করা হয়।** তরলপৃষ্ঠ কোন অপদ্রব্যের দ্বারা দূষিত হইলে সাধারণতঃ তরলের পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়। আবার উষ্ণতা বৃদ্ধি পাইলেও পৃষ্ঠটান হ্রাস পায়।

5.3. পৃষ্ঠটানের কারণ (Cause of surface tension) :

এখন স্বভাবতঃই আমাদের মনে প্রশ্ন জাগিবে, কেন তরলপৃষ্ঠ টান টান করা পাতলা পর্দার ন্যায় আচরণ করে। ইহার কারণ, একই পদার্থের ভিতর যে অসংখ্য অণু বর্তমান তাহারা সর্বদা পরস্পরকে আকর্ষণ করে। এই আকর্ষণী বলই পদার্থের বিভিন্ন অংশকে একত্র ধরিয়া রাখে এবং ইহাকে বলা হয় **সংসক্তি বল (Force of Cohesion)**। কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে সংসক্তি বল খুব প্রবল, যাহার জন্য কঠিন পদার্থ সর্বদা একটি নির্দিষ্ট আকার বজায় রাখে। তরল পদার্থের ক্ষেত্রে সংসক্তির পরিমাণ খুব কম, তাই তরল পদার্থের নিজস্ব কোন আকার নাই। গ্যাসের ক্ষেত্রে সংসক্তির পরিমাণ আরও কম। এই সংসক্তি বলের জন্যই তরলপৃষ্ঠ টান টান করা পাতলা পর্দার ন্যায় ব্যবহার করে ও পৃষ্ঠটানের উদ্ভব হয়।

আবার এক পদার্থ অন্য পদার্থের সংস্পর্শে আসিলে স্পর্শতলের দুই পাশের দুই-বিভিন্ন প্রকার অণুও পরস্পরকে টানে! এই বলকে **আসঞ্জন বল (Force of Adhesion)** বলে। এই আসঞ্জন বলের জন্যই ঝালাই (soldering) করা সম্ভবপর হয়। কাচকে জলে ডুবাইয়া তুলিয়া লইলে এই আসঞ্জনের জন্যই জলকণা কাচের গায়ে লাগিয়া থাকে, আর সংসক্তির জন্য জলকণাগুলি গোলাকার হয়। সংসক্তি কিংবা আসঞ্জন মহাকর্ষজনিত বল নয় ; ইহাদের ক্রিয়ার পাল্লার মান প্রায় 10^{-7} cm. ; অবশ্য বিভিন্ন বস্তুর ক্ষেত্রে ইহা বিভিন্ন।

5.4. পৃষ্ঠটানের কতকগুলি দৃষ্টান্ত (Some illustrations of surface tension) :

(1) একটি সূচ কিংবা রেজর ব্লেড (razor blade) টিস্যু কাগজে (পাতলা, নরম ও স্বচ্ছপ্রায় কাগজবিশেষ) করিয়া জলের উপর ভাসাইয়া দিলে ঐ কাগজটি কিছুক্ষণ পরে

জলে ভিজিয়া ডুবিয়া যায়, কিন্তু সূচ বা রেজর ব্লেড জলের উপর ভাসিতে থাকে। ইহার কারণ জলের পৃষ্ঠটান বা জলপৃষ্ঠ টান টান করা পাতলা পর্দার ন্যায় ব্যবহার করিতেছে। যখন পোকামাকড় জলের উপর দিয়া হাঁটিয়া যায় তখন ভালভাবে লক্ষ্য করিলে দেখা যায় যে যেখানে উহাদের পা পড়িতেছে, সেখানে জলপৃষ্ঠ একটু অবনমিত হইতেছে—যেন পাতলা রবারের পর্দার ন্যায় জলপৃষ্ঠ টান টান অবস্থায় আছে।

(2) ছাতা, বর্ষাতি এবং তাঁবুর কাপড় এমনভাবে তৈরি করা হয় যাহাতে উহাতে ছিদ্র থাকে। ঐ ছিদ্র দিয়া বায়ু চলাচল করিতে পারে কিন্তু জল পড়িলে ঐ ছিদ্র দিয়া জল ঢুকিতে পারে না, কারণ পৃষ্ঠটানের জন্য জল বিন্দুর আকার ধারণ করিয়া কাপড়ের উপর দিয়া গড়াইয়া পড়িয়া যায়।

(3) জলের উপর খুব অল্প পরিমাণে তৈল ফেলিলে উহা জলের উপর চারিদিকে ছড়াইয়া পড়ে। বিশুদ্ধ জলের পৃষ্ঠটান তৈলের পৃষ্ঠটান অপেক্ষা বেশী হওয়ার দরুন তৈলের উপর একটি টান পড়ে এবং ঐ টানের ফলে তৈল জলপৃষ্ঠের উপর চারিদিকে বিস্তৃত হইয়া পড়ে।

(4) এক টুকরা কর্পূরকে জলে ফেলিলে প্রথমে উহাকে জলের উপর এলোমেলো-ভাবে নড়াচড়া করিতে দেখা যায়। ইহার কারণ পৃষ্ঠটান।

কর্পূর জলে দ্রবণীয়। জলের সংস্পর্শে আসিলে প্রাথমিক অবস্থায় কর্পূরের টুকরার স্থূচালো অংশ হইতে অপেক্ষাকৃত বেশী কর্পূর জলে দ্রবীভূত হয় ও ফলে সেখানে জলের পৃষ্ঠটান খুব হ্রাস পায়, কিন্তু অন্যান্য অংশে তত হ্রাস পায় না। ফলে ঐ কর্পূরের টুকরার উপরে পৃষ্ঠটানের পার্থক্যজনিত একটি অসম বল ক্রিয়া করে। টুকরাটি তখন সেইদিকে সরিয়া যায়। এই রকম বিভিন্ন সময়ে বিভিন্ন দিকে অসম বল ক্রিয়া করায় টুকরাটি ইতস্ততঃ নড়াচড়া করে।

(5) একটি সরু নলের এক প্রান্ত সাবানজলে ভিজাইয়া অপর প্রান্ত হইতে ফুঁ দিলে বাতাসের মধ্যে গোলাকার সাবানজলের বুদবুদ তৈরী হয়। অনেক সময় কৌতুকচ্ছলে ছোট ছোট ছেলেমেয়েদের এইভাবে খেলিতেও দেখা যায়। এই বুদবুদ আর কিছুই নয়—সাবানজলের পাতলা সরের দ্বারা পরিবেষ্টিত কিছু বায়ু। ফুঁ দিবার ফলে অতিরিক্ত চাপের দরুন বুদবুদটি ফুলিয়া উঠিতে চেষ্টা করে কিন্তু পৃষ্ঠটান এই প্রচেষ্টাকে বাধা দেয় এবং যখন দুইটি বিরুদ্ধ বল সমান হয় তখন বুদবুদটিও স্থায়ী হয়।

(6) একটি কাচের কৈশিক নল জলে ডুবাইলে দেখা যাইবে ঐ নলে কিছুদূর পর্যন্ত জল উঠিয়া দাঁড়াইয়া আছে। কৈশিক নলটি যত সরু হইবে জলও তত অধিক উচ্চতায় উঠিবে। আবার যদি কাচের কৈশিক নলকে পারদে ডুবানো যায় তাহা হইলে দেখা যায় নল-বরাবর পারদস্তম্ভ কিছুটা নীচে নামিয়া গিয়াছে। তরলের সংসক্তি বল এবং

কাচ ও তরলের আসঞ্জন বলের পার্থক্যের দরুন এইরূপ ঘটে। কাচের কৈশিক নলকে জলে ডুবাইলে, নলমধ্যে ঠিক জলের উপরে কাচগাত্র হইতে উহার অণুগুলি আসঞ্জনের নিমিত্ত জলের অণুগুলিকে আকর্ষণ করিবে। জলের এই অণুগুলি আবার সংসক্তির নিমিত্ত নিকটবর্তী জলের অণুগুলিকে আকর্ষণ করিয়া উপরে উঠাইবে। যতক্ষণ পর্যন্ত ঊর্ধ্ব টান উত্থিত জলস্তম্ভের ওজনকে প্রশমিত না করে ততক্ষণ জল কৈশিক নলে উঠিতে থাকিবে। জলের ক্ষেত্রে আসঞ্জন সংসক্তি হইতে শক্তিশালী, কিন্তু পারদের ক্ষেত্রে সংসক্তি আসঞ্জন হইতে শক্তিশালী।

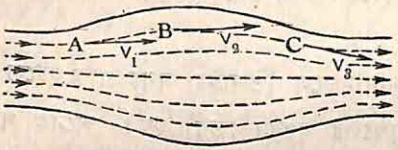
ব্লটিং পেপারের সাহায্যে কালি শুষিয়া লওয়া, লণ্ঠনে পলিতার সাহায্যে কেরোসিন তৈল উঠানো প্রভৃতি ঘটনা কৈশিক নলের ক্রিয়ার দরুন ঘটিয়া থাকে।

5.5. প্রবাহী-পদার্থের গতি (Motion of a fluid) :

তরল ও গ্যাসীয় পদার্থের একটি বিশেষ বৈশিষ্ট্য আছে। যথা—কোন পাত্রে আবদ্ধ না হইলে উহারা নিজ হইতে প্রবাহিত হয়। এইজন্য তরল ও গ্যাসীয় পদার্থসমূহকে একত্রে **প্রবাহী-পদার্থ** (Fluid) বলে। প্রবাহী-পদার্থের গতি কঠিনের তুলনায় অনেক জটিল। প্রবাহী-পদার্থের গতি মোটামুটি দুই প্রকার :—(i) **শান্ত** বা **স্থির প্রবাহ (stream line motion)** এবং **অশান্ত** বা **অবিন্যস্ত প্রবাহ (turbulent motion)**।

5.6. শান্ত প্রবাহ (Stream line motion) :

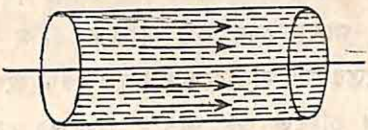
প্রবাহী-পদার্থের প্রবাহকালে প্রবাহপথের প্রত্যেক বিন্দুতে প্রবাহের বেগের মান ও অভিমুখ অপরিবর্তিত থাকিলে তাহাকে শান্ত প্রবাহ বলে। ধরা যাক, কোন একটি নল বা খাতের মধ্য দিয়া একটি তরল প্রবাহিত হইতেছে (চিত্র 35) এবং তরল মধ্যস্থিত A, B, C বিন্দুতে কোন একসময় বেগ যথাক্রমে v_1, v_2, v_3। স্রোতে বাহিত হইয়া যখন



চিত্র 35

যে-কণাই A-তে আসুক না কেন, A-তে সর্বদাই উহার বেগ v_1, B-তে v_2, C-তে v_3 ইত্যাদি হইলে প্রবাহকে শান্ত প্রবাহ বা স্থির প্রবাহ বলা হইয়া থাকে। অর্থাৎ শান্ত প্রবাহ হইলে প্রবাহী-পদার্থের প্রতিটি কণা উহার পূর্বগামী কণার বেগ ও গতিপথকে হুবহু অনুসরণ করে বা এই অবস্থায় প্রবাহ হয় সুবিন্যস্ত (orderly)। শান্ত প্রবাহে কোন কণা যে পথ ধরিয়া চলে তাহাকে **শান্ত প্রবাহরেখা (stream line)** বলে। চিত্রে ভাঙ্গা রেখাগুলিদ্বারা শান্ত প্রবাহরেখা দেখানো হইয়াছে। এই রেখার যে-কোন বিন্দুতে যে কণাই থাকুক না কেন, সকলেই ঐ রেখা বরাবর চলিবে

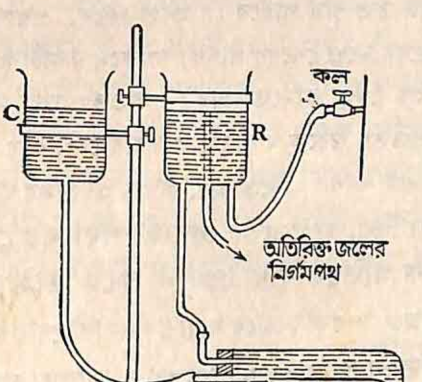
এবং ঐ রেখার কোন বিন্দুতে স্পর্শক টানিলে স্পর্শক ঐ বিন্দুতে গতির অভিমুখ নির্দেশ করিবে। দুইটি শান্ত প্রবাহরেখা কখনই পরস্পর ছেদ করিতে পারে না। কারণ তাহা হইলে ছেদবিন্দুতে কণার দুইটি সম্ভাব্য গতিপথ হইতে পারে, কিন্তু শান্ত প্রবাহে কোন কণা যে-কোন বিন্দুতে মাত্র একটি পথেই চলিতে পারে। সুষম প্রস্থচ্ছেদ-বিশিষ্ট নলে শান্ত প্রবাহরেখাগুলি সব নলের অক্ষের সমান্তরাল হইয়া থাকে (চিত্র 36)। তাহা হইলে, **শান্ত প্রবাহরেখা হইল একটি স্থির বক্র অথবা ঋজু রেখাপথ, যে-পথ বরাবর কণাগুলি সুবিন্যস্তভাবে পর পর চলিয়া যায়।**



চিত্র 36

5.7. অশান্ত প্রবাহ (Turbulent motion) ঃ

সাধারণতঃ বেগ কম এবং প্রবাহের খাত সরু হইলে শান্ত প্রবাহের সৃষ্টি হয়। প্রবাহী-পদার্থের গতিবেগ একটি নির্দিষ্ট সীমা অতিক্রম করিলে প্রবাহ আর শান্ত থাকে না। বেগের এই নির্দিষ্ট সীমাকে **সন্ধিবেগ** বা **সঙ্কটবেগ** (**Critical velocity**) বলে। ইহা তরলের প্রকৃতি, প্রবাহখাতের প্রস্থ ও দেওয়ালের মসৃণতা ইত্যাদির উপর নির্ভর করে। গতিবেগ সন্ধিবেগের বেশী হইলে প্রবাহ আর সুবিন্যস্ত থাকে না। এই সময় প্রবাহপথের যে-কোন বিন্দুতে বেগের মান ও অভিমুখ নির্দিষ্ট না থাকিয়া সময়ের সহিত এলোমেলোভাবে পরিবর্তিত হইতে থাকে। এই প্রকার প্রবাহকে বলা হয় অশান্ত প্রবাহ। পথের কোন বিন্দুতে বিভিন্ন সময়ে আগন্তুক কণা বিভিন্ন পথে চলে—প্রবাহের মধ্যে স্থানে স্থানে আবর্ত (vortices) ও ঘূর্ণির (eddies) সৃষ্টি হয়।



চিত্র 37

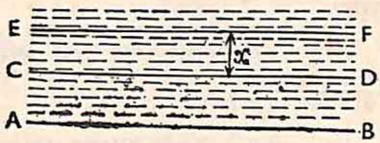
শান্ত ও অশান্ত প্রবাহের প্রভেদ একটি সহজ পরীক্ষা দ্বারা দেখানো যাইতে পারে। 37নং চিত্রের ন্যায় পরীক্ষার ব্যবস্থা করা হইল। A একটি মোটা নল দিয়া পরিষ্কার স্বচ্ছ জল প্রবাহিত হইতেছে। R-পাত্রে একটি বিশেষ ব্যবস্থায় জলতল নির্দিষ্ট তলে রাখা

হইয়াছে। R-পাত্রটিকে উঠাইয়া বা নামাইয়া প্রবাহের বেগ বাড়ানো বা কমানো যায়। C-পাত্রের জলে পটাশ পারমাংগানেট কিংবা নীল দ্রবীভূত করিয়া সরু নল B-এর সাহায্যে A-নলের অক্ষ-বরাবর সরু রঙীন জলের ধারা ছাড়িবার ব্যবস্থা আছে। স্বচ্ছ জলের বেগ কম থাকিলে রঙীন জলের ধারা সোজা এবং অবিচ্ছিন্ন থাকে। স্রোতের বেগ বাড়াইতে থাকিলে রঙীন জলের ধারা প্রথমে কাঁপিতে ও পরে এলোমেলো-ভাবে চলিতে শুরু করে। স্রোতের বেগ খুব বেশী হইলে রঙীন জলের ধারা বিচ্ছিন্ন হইয়া আবর্তের সৃষ্টি করিবে। স্রোতের যে বেগে রঙীন জলের ধারা কাঁপিতে আরম্ভ করিল তাহাই সন্ধিবেগ।

5.8. সান্দ্রতা (Viscosity) :

ধরা যাক, কোন স্থির অনুভূমিক অবলম্বনের উপর দিয়া কোন প্রবাহী-পদার্থ শান্ত প্রবাহে প্রবাহিত হইতেছে। এইবার ঐ প্রবহমান পদার্থের মধ্যে কতকগুলি পাতলা অনুভূমিক স্তর কল্পনা করিলে অবলম্বন ও প্রবাহী-পদার্থের মধ্যে আসঞ্জনের নিমিত্ত অবলম্বনের ঠিক সংস্পর্শের স্তরটি স্থির অবস্থায় থাকিবে। অবলম্বনের সংস্পর্শের স্তরটি আবার তাহার উর্ধ্বতর স্তরটির গতিকে সংসক্তির নিমিত্ত বাধা দেয়, যাহার ফলে দ্বিতীয় স্তরের গতিবেগ কিছুটা হ্রাসপ্রাপ্ত হয়। দ্বিতীয় স্তর আবার তাহার পরবর্তী স্তরের গতিকে একই কারণে বাধা দেয় এবং কার্যতঃ বিভিন্ন অনুভূমিক স্তরের গতিবেগ উক্ত অনুভূমিক তল হইতে স্তরের দূরত্বের সমানুপাতিক হয়। অর্থাৎ অনুভূমিক তল হইতে স্তরের দূরত্ব যত বাড়িবে, স্তরের গতিবেগও তত বৃদ্ধি পাইবে। তাহা হইলে, প্রবহমান তরল অথবা গ্যাসের দুই সমান্তরাল স্তরের মধ্যে বেগের পার্থক্য থাকিলে একটি বলের উদ্ভব হয় যাহার ক্রিয়ায় উহাদের আপেক্ষিক বেগ কমিতে চায়। দ্রুততর স্তর মন্থর স্তরকে ত্বরান্বিত করিবার এবং মন্থর স্তর দ্রুততর স্তরকে মন্দীভূত করিবার চেষ্টা করে বা উহারা পরস্পরের আপেক্ষিক গতিকে নষ্ট করিয়া দিতে চায়, অর্থাৎ স্তরগুলির উপর স্পর্শকীয় ভাবে যেন পিছনদিকে কোন বল ক্রিয়া করিতেছে। **প্রবাহী-পদার্থের যে-ধর্ম উহার বিভিন্ন স্তরের আপেক্ষিক গতিকে বাধা প্রদান করে তাহাকে সান্দ্রতা (viscosity) বলে,** আর এইজন্য স্পর্শকীয় ভাবে বাধাপ্রদানকারী যে কৃন্তন-বলের উদ্ভব হয় তাহাকে বলে **সান্দ্রতা-বল (viscous force)**। সান্দ্রতা সকল প্রবাহী-পদার্থের সাধারণ ধর্ম। কাজেই দুইটি স্তরের মধ্যে আপেক্ষিক গতি বজায় রাখিতে হইলে পশ্চাদ্বর্তী কৃন্তন-বলকে পরাভূত করিয়া বাহির হইতে কোন বল প্রয়োগ করিতে হইব। বাহ্যিক বল প্রযুক্ত না হইলে স্তরগুলির মধ্যে আপেক্ষিক গতি নষ্ট হইয়া যাইবে এবং প্রবাহও বন্ধ হইয়া যাইবে।

মনে করা যাক, AB একটি স্থির অনুভূমিক অবলম্বন চিত্র 38। উহার উপর দিয়া প্রবাহী-পদার্থ শান্ত প্রবাহে প্রবাহিত হইতেছে। CD ও EF দুইটি অনুভূমিক স্তর, যাহাদের মধ্যে দূরত্ব x এবং উহাদের গতিবেগের পার্থক্য v হইলে v/x-কে বলা হয় **গতিবেগের নতিমাত্রা** (velocity gradient)।



চিত্র 38

সান্দ্রতা-বল F হইলে নিউটন প্রমাণ করিয়াছেন, **কোন স্তরের উপর ক্রিয়ারত সান্দ্রতা-বল**

(i) **স্তরপৃষ্ঠের ক্ষেত্রফলের সমানুপাতিক** ($F \propto A$) এবং

(ii) **গতিবেগের নতিমাত্রার সমানুপাতিক** ($F \propto v/x$).

$$\therefore\ F \propto A.\left(\frac{v}{x}\right)$$

অথবা, $$F = \eta . A.\left(\frac{v}{x}\right)$$

এক্ষেত্রে η একটি ধ্রুবক। এই ধ্রুবককে বলা হয় প্রবাহী-পদার্থের **সান্দ্রতাঙ্ক** (**coefficient of viscosity**) এবং ইহা প্রবাহী-পদার্থের প্রকৃতির উপর নির্ভর করে।

এখন যদি স্তরপৃষ্ঠের উপর একক ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট ক্ষেত্র কল্পনা করা যায় তাহা হইলে একক গতিবেগের নতিমাত্রার ফলে উহার উপর ক্রিয়ারত সান্দ্রতা-বল সান্দ্রতাঙ্কের মানের সমান হয়। অর্থাৎ $A=1$ ও $v/x=1$ মনে করিলে $F=\eta$ হইবে। ইহা হইতে আমরা সান্দ্রতাঙ্কের নিম্নোক্ত সংজ্ঞা পাই :—

সংজ্ঞা : গতিবেগের একক নতিমাত্রা—অর্থাৎ প্রবহমান প্রবাহী-পদার্থের মধ্যে একক দূরত্বে অবস্থিত দুইটি স্তরের মধ্যে একক আপেক্ষিক গতিবেগ বজায় রাখিতে প্রতি একক ক্ষেত্রফলে যে কৃন্তন-বল (বা স্পর্শকীয় বল) প্রয়োজন, তাহাকেই ঐ প্রবাহী-পদার্থের সান্দ্রতাঙ্ক বলে।

প্রশ্নাবলী

1. পৃষ্ঠটান কাহাকে বলে? ইহা প্রদর্শনের জন্য উপযুক্ত পরীক্ষা বর্ণনা কর। পৃষ্ঠটানের কারণ কি?

2. নিম্নলিখিত ঘটনাগুলি ব্যাখ্যা কর :—

(i) সূচ কিংবা রেজর ব্লেড জলে ভাসে কেন?

(ii) পোকামাকড় জলের উপর দিয়া কেন হাঁটিয়া যাইতে পারে, ডুবিয়া যায় না কেন ?

(iii) এক টুকরো কর্পূর জলে ফেলিলে উহা এলোমেলোভাবে জলের উপর নড়াচড়া করে কেন ?

(iv) একটি সরু কাচনলের একপ্রান্ত সাবানজলে ভিজাইয়া অপর প্রান্ত হইতে ফুঁ দিলে বাতাসের মধ্যে কতকগুলি বুদবুদ তৈরী হয় কেন ?

(v) কাচের কৈশিক নল জলে ডুবাইলে জল নলমধ্যে উঠিয়া দাঁড়ায়, কিন্তু পারদে ডুবাইলে পারদ নামিয়া যায় কেন ?

3. প্রবাহী-পদার্থ কাহাকে বলে ?

শান্ত প্রবাহ ও অশান্ত প্রবাহ বলিতে কি বুঝায় ?

একটি ছোট পরীক্ষাদ্বারা শান্ত ও অশান্ত প্রবাহের পার্থক্য দেখাও।

সঙ্কট বেগ কি ?

4. সান্দ্রতা ও সান্দ্রতা-বল কি ?

সান্দ্রতাঙ্ক কাহাকে বলে বুঝাইয়া দাও ও উহার সংজ্ঞা লিখ।

তাপ বিজ্ঞান

প্রথম অধ্যায়

[পূর্বপাঠের পুনরালোচনা]

তাপ ও তাপমাত্রা (Heat and Temperature)

1.0. **সূচনা ঃ** আমরা সকলেই ঠাণ্ডা ও গরমের পার্থক্য সহজেই বুঝিতে পারি। বরফের স্পর্শে ঠাণ্ডা বোধ হয়, রোদ্রে দাঁড়াইলে গরম লাগে। **ঠাণ্ডা ও গরমের এই অনুভূতির মূল-কারণ তাপ।**

তাপ সম্পর্কে পূর্বে বিজ্ঞানীদের ধারণা ছিল **'ক্যালরিক'** নামে এক অদৃশ্য ও ভরহীন তরল বা গ্যাসীয় পদার্থই কোন বস্তুর ঠাণ্ডা বা গরম হওয়ার কারণ। ক্যালরিক কোন বস্তু হইতে বাহির হইয়া গেলে বস্তুটি ঠাণ্ডা হইয়া যায় এবং বস্তুতে প্রবেশ করিলে গরম হইয়া উঠে। ক্যালরিক উষ্ণ বস্তু হইতে ঠাণ্ডা বস্তুর দিকে ছুটিয়া যায়। পরবর্তী কালের গবেষণা এই ধারণাকে ভ্রান্ত প্রমাণিত করিয়াছে।

আধুনিক মতানুসারে তাপ একপ্রকার শক্তি। তাপকে কোন বস্তুর মাধ্যমে অনুভব করিতে হয়। যে বাহ্যিক কারণের প্রভাবে ঠাণ্ডা জিনিস গরম বা গরম জিনিস ঠাণ্ডা হয় তাহাকেই বলে তাপ ; অথবা তাপ হইল এমন একপ্রকার শক্তি যাহা গ্রহণে বস্তু গরম হইয়া উঠে এবং বর্জনে ঠাণ্ডা হইয়া যায়। অন্যান্য শক্তি যেমন তাপে পরিবর্তিত হইতে পারে, সেইরূপ তাপও অন্যান্য শক্তিতে রূপান্তরিত হইতে পারে। যথা—স্টীম এঞ্জিনে তাপশক্তি হইতে আমরা পাই যান্ত্রিক শক্তি।

ঠাণ্ডা বা গরম সকল পদার্থের মধ্যে কিছু-না-কিছু তাপ আছে। কোন বস্তুতে কি পরিমাণ তাপ আছে তাহা নির্ভর করে বস্তুর ভর, উপাদান ও উষ্ণতার উপর।

পদার্থমাত্রই অগণিত ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অণুর সমষ্টি। পদার্থের অভ্যন্তরস্থ এই অণুগুলি অবিরাম গতিতে ইতস্ততঃ ছুটিয়া বেড়াইতেছে। তাপ প্রয়োগ করিলে এই অণুগুলির গতিশক্তি বৃদ্ধিপ্রাপ্ত হয় এবং উহাদের মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণের তীব্রতা হ্রাস পায় ; এবং ফলে অণুগুলি পরস্পর হইতে দূরে সরিয়া যাইতে চেষ্টা করে বলিয়াই বস্তুটি আয়তনে বাড়ে

1.1. তাপের কতকগুলি উৎস (Some sources of heat) ঃ

(1) তাপশক্তির মূল এবং প্রধান উৎস সূর্য। সূর্য হইতে যখন পৃথিবীর সৃষ্টি হয়, তখন সূর্যের ন্যায় পৃথিবীও ছিল একটি জ্বলন্ত পিণ্ড। ক্রমে পৃথিবী শীতল হয় এবং জল, বায়ু, মাটি, গাছ ইত্যাদি আবির্ভূত হয়। খাদ্য, জল, কাঠ, কয়লা প্রভৃতি হইতে আমরা যে তাপ পাই তাহা কার্যতঃ সূর্যের দান।

(2) পৃথিবীর অভ্যন্তরে এখনও প্রচুর পরিমাণে তাপ সঞ্চিত আছে।

(3) ঘর্ষণের ফলে তাপের সৃষ্টি হয়। প্রচণ্ড শীতে হাতে হাত ঘষিয়া আমরা গরম অনুভব করিতে চেষ্টা করি।

(4) রাসায়নিক প্রক্রিয়ায় অনেক ক্ষেত্রে তাপের উদ্ভব হয়।

(5) বিদ্যুৎপ্রবাহের দ্বারা তাপ পাওয়া যায়। উদাহরণ—বৈদ্যুতিক হীটার, ইস্ত্রি।

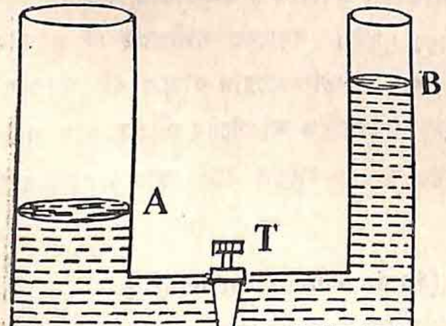
(6) বাষ্প হইতে তরল অথবা তরল হইতে কঠিন—পদার্থের এই অবস্থার পরিবর্তনের সময়েও কিছু তাপের উদ্ভব হয়।

1.2. তাপমাত্রা বা উষ্ণতা (Temperature) : A ও B দুইটি বস্তু পর পর হাত দিয়া স্পর্শ করিলে যদি B বস্তুকে A বস্তুর তুলনায় বেশী গরম মনে হয় তখন আমরা বলি B-এর তাপমাত্রা বা উষ্ণতা A অপেক্ষা বেশী। **উষ্ণতা বা তাপমাত্রা** হইল **বস্তুর তাপীয় অবস্থা**। উল্লিখিত বস্তুদ্বয়কে পরস্পরের সংস্পর্শে রাখিলে B হইতে তাপ A-তে প্রবেশ করিবে। **তাপমাত্রা তাপপ্রবাহের দিক নির্দেশ করে।** তাপ অধিকতর উষ্ণ বস্তু হইতে অপেক্ষাকৃত ঠাণ্ডা বস্তুতে প্রবাহিত হয়।

1.3. তাপ ও তাপমাত্রার পার্থক্য (Difference between heat and temperature) **:**

(1) তাপ প্রয়োগ করিলে বস্তুর তাপমাত্রা বাড়ে এবং নিষ্কাশিত করিলে তাপমাত্রা কমে। তাপ কারণ, তাপমাত্রা ইহার ফল।

(2) দুইটি বস্তু একই তাপমাত্রায় থাকিলেও ইহাদের অভ্যন্তরস্থ মোট তাপের অনেক পার্থক্য থাকিতে পারে। ইহাদের প্রত্যেকের মোট তাপ ও তাপমাত্রা দুইটি পাত্রের জলের পরিমাণ ও জলের উচ্চতার সহিত তুলনা করা যাইতে পারে। ATB (চিত্র 1) একটি U-আকৃতির কাচের পাত্র। A নলটি B-এর তুলনায় অনেক মোটা। T স্টপকক দ্বারা দুই নলের যোগাযোগ স্থাপন বা বন্ধ করা যায়। B নলে জল উঁচুতে থাকিলেও A নলে জলের পরিমাণ অনেক বেশী। T দ্বারা উভয় অংশের জলকে আবদ্ধ রাখা হইয়াছে।



চিত্র 1

T-কে খুলিয়া দিলে জল B নল হইতে A-এর দিকে প্রবাহিত হইবে। জলের প্রবাহ নির্ভর করে উচ্চতার উপর, পরিমাণের উপর নহে। অনুরূপভাবে বলা যায় দুইটি

বস্তুর মধ্যে যাহার তাপমাত্রা বেশী সেই বস্তু হইতে কম তাপমাত্রা বিশিষ্ট বস্তুর দিকে তাপ প্রবাহিত হইবে যদি তাহারা সংস্পর্শে থাকে।

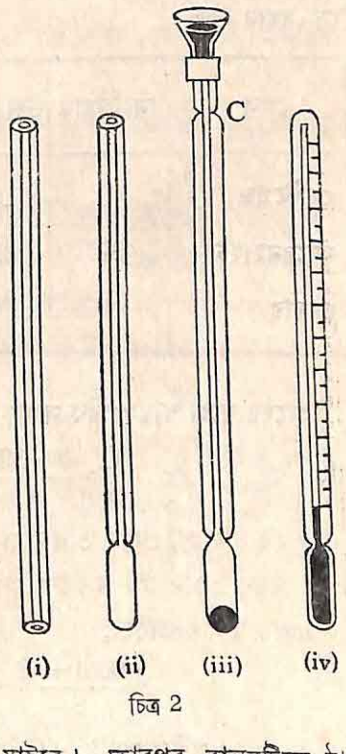
1.4. থার্মমিটার (Thermometer) ঃ

স্পর্শেন্দ্রিয় বা অনুভূতির সাহায্যে আমরা গরম এবং ঠাণ্ডা সম্পর্কে ধারণা করিতে পারিলেও কোনও বস্তুর তাপমাত্রা নির্ধারণে উহা নির্ভরযোগ্য নহে। একই বস্তু একই সময়ে গরম এবং ঠাণ্ডা দুই-ই মনে হইতে পারে। তিনটি পাত্রে তিন রকমের জল (ঠাণ্ডা, ঈষদুষ্ণ ও উষ্ণ) লইয়া প্রথমে বাম হাত ঠাণ্ডা জলে এবং ডান হাত উষ্ণ জলে ডুবাইয়া পরে দুইটি হাত একত্রে ঈষদুষ্ণ জলে রাখা হইল। একই পাত্রস্থিত জল বাম হাতে গরম ও ডান হাতে ঠাণ্ডা মনে হইবে। কাজেই সঠিক তাপমাত্রা অনুভূতির সাহায্যে নির্ণয় করা সম্ভব নহে।

যে যন্ত্রের সাহায্যে কোনও বস্তুর সঠিক তাপমাত্রা মাপা যায় তাহার নাম **থার্মমিটার** বা **তাপমানযন্ত্র**। তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে প্রায় সব পদার্থের আয়তন বাড়ে এবং তাপমাত্রা হ্রাসের সঙ্গে সঙ্গে আয়তন কমে। পদার্থের এই ধর্মের উপর ভিত্তি করিয়াই থার্মমিটার তৈয়ারি করা হয়।

থার্মমিটার নির্মাণপদ্ধতির একটি সংক্ষিপ্ত বিবরণ নীচে দেওয়া হইল।

আগাগোড়া সমান ব্যাসযুক্ত মোটা দেওয়ালের একটি কাচনল (চিত্র 2) লওয়া হইল। ,ইহার ভিতরের সরু পথটি সর্বত্র সমান প্রস্থচ্ছেদবিশিষ্ট। নলটিকে সম্পূর্ণরূপে পরিষ্কার ও শুষ্ক করিয়া এক.প্রান্ত বার্নারের সাহায্যে গরম করিয়া কাচকে নরম করিয়া অন্য প্রান্ত হইতে ফুঁ দিলে উত্তপ্ত প্রান্তে একটি বাল্‌ব (Bulb) তৈয়ারী হইবে। এইবার কাচনলের খোলা প্রান্তে রবার নলের সাহায্যে একটি ফানেল সংযুক্ত করা হইল। ফানেলে পারদ ঢালিলে কাচনলের মধ্যে পথ খুব সরু বলিয়া পারদ প্রবেশ করিবে না। এইবার বাল্‌বটিকে উষ্ণ জলে বসাইয়া উত্তপ্ত করিলে উহার অভ্যন্তরস্থ বায়ু উত্তপ্ত হইয়া কিছুটা পারদের মধ্য দিয়া বুদবুদাকারে বাহির হইয়া যাইবে। তারপর বাল্‌বটিকে ঠাণ্ডা



চিত্র 2

করিলে সংকোচনহেতু ভিতরের চাপ কমিয়া যাইবে ও বাহিরের চাপ বেশী হওয়ার দরুন কিছু পারদ নলমধ্য দিয়া বাল্‌বে প্রবেশ করিবে। এইভাবে বাল্‌বটিকে পর্যায়ক্রমে গরম ও ঠাণ্ডা করিয়া ইহার মধ্যে পারদ ঢুকানো হইল। থার্মমিটারটিকে সর্বোচ্চ যে তাপমাত্রা পর্যন্ত ব্যবহার করিতে হইবে তাহার কিছু অধিক তাপমাত্রায় বাল্‌বকে উত্তপ্ত করিয়া ফানেলটিকে সরাইয়া কাচনলের মুখটি বার্নারের সাহায্যে গলাইয়া বন্ধ করিয়া দেওয়া হইল।

বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপে (76 সেমি. পারদস্তম্ভের চাপে) বিশুদ্ধ বরফ যে তাপমাত্রায় গলিতে শুরু করে তাহাকে নিম্নস্থিরাঙ্ক এবং বিশুদ্ধ জল স্বাভাবিক চাপে যে তাপমাত্রায় ফুটিতে আরম্ভ করে তাহাকে থার্মমিটারের ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ক ধরা হয়। এইবার উপযুক্ত ব্যবস্থার দ্বারা কাচনলকে বরফে এবং পরে স্টীমে বসাইয়া পারদ নলমধ্যে যেখানে স্থির হইয়া দাঁড়ায় সেখানে দাগ কাটা হইল। ঐ দুই বিন্দুর মধ্যবর্তী অংশকে সমান ভাগে ভাগ করিয়া থার্মমিটারের স্কেল প্রস্তুত করা হয়।

থার্মমিটার স্কেল (Thermometric scale) ঃ ব্যবহারিক ক্ষেত্রে দুইটি স্কেল বহুল-প্রচলিত হইলেও তিনটি স্কেল ব্যবহার করা হয়। ইহাদের পারস্পরিক প্রভেদ নীচে দেখান হইল।

স্কেল	নিম্নস্থিরাঙ্ক	ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ক	দুই বিন্দুর মধ্যবর্তী দাগের সংখ্যা	প্রতি দাগের প্রতীক চিহ্ন
সেন্টিগ্রেড	0°	100°	100	1°C
ফারেনহাইট	32°	212°	180	1°F
রেমার	0°	80°	80	1°R

উহাদের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক ঃ

$$\frac{C}{5}=\frac{F-32}{9}=\frac{R}{4} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

(1)-এর সাহায্যে কোন তাপমাত্রা এক স্কেল হইতে অন্য স্কেলে পরিবর্তিত করা যায়। যেমন, কোন সুস্থ ব্যক্তির স্বাভাবিক তাপমাত্রা 98·4°F হইলে, অন্য দুইটি স্কেলে ইহার মান দাঁড়াইবে,

$$\frac{98{\cdot}4-32}{9}=\frac{C}{5}; \quad \frac{98{\cdot}4-32}{9}=\frac{R}{4}$$

∴ সেন্টিগ্রেডে 36·9°C এবং রেমারে 29·5°R.

1.5. থার্মমিটার পাঠে সংশোধন (Corrections for thermometer readings) :

বায়ুমণ্ডলের চাপের পরিবর্তন হইলে নিম্নস্থিরাঙ্ক ও ঊর্ধ্ব স্থিরাঙ্ক বিন্দু দুইটির সংশোধনের প্রয়োজন হয়। অবশ্য নিম্নস্থিরাঙ্কের ক্ষেত্রে এই পরিবর্তন খুবই সামান্য বলিয়া ইহার সংশোধন না করিলেও চলে। বায়ুমণ্ডলের প্রতি 1 সেমি. চাপের পরিবর্তনের ফলে জলের স্ফুটনাঙ্কে 0·37°C পরিবর্তন হয়। কোনও দিন বায়ুর চাপ 74·1 সেমি. হইলে [স্বাভাবিক চাপ অপেক্ষা $76-74·1=1·9$ সেমি. কম] ঊর্ধ্বস্থিরাঙ্ক 100°C-এর পরিবর্তে $\{100-(0·37\times1·9)\}=99·30°C$ হইবে।

দ্বিতীয় অধ্যায়
কঠিন পদার্থের প্রসারণ
(Expansion of Solids)

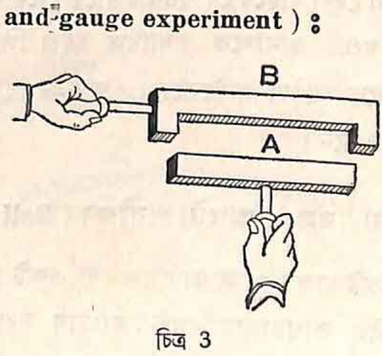
2.0. সূচনা : তাপপ্রয়োগে প্রায় সব কঠিন পদার্থই প্রসারিত হয় এবং ঠাণ্ডা করিলে সংকুচিত হয়। তামা, লোহা ইত্যাদি কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে এই প্রসারণ বিশেষভাবে লক্ষ্য করা যায়।

2.1. কঠিন পদার্থের বিভিন্ন প্রকার প্রসারণ (Different types of expansion of solids) :

তাপের প্রভাবে কঠিন পদার্থের তিন প্রকারের প্রসারণ হইতে পারে। (1) দৈর্ঘ্য-প্রসারণ, (2) ক্ষেত্র-প্রসারণ ও (3) আয়তন-প্রসারণ। নিম্নে বর্ণিত কয়েকটি পরীক্ষার দ্বারা পদার্থের বিভিন্ন রকমের প্রসারণ দেখান হইয়াছে।

(1) **দণ্ড ও গজের পরীক্ষা (Bar and gauge experiment) :**

A কাঠের হাতলসহ একটি ধাতব দণ্ড এবং B খাঁজযুক্ত একটি ধাতব প্লেট (চিত্র 3)। স্বাভাবিক তাপমাত্রায় A দণ্ডটি B প্লেটের খাঁজের মধ্যে ঠিক ঠিক আঁটিয়া যায়। A-কে উত্তপ্ত করিলে দেখা যাইবে যে ইহা আর B-এর খাঁজে প্রবেশ করিতেছে না।

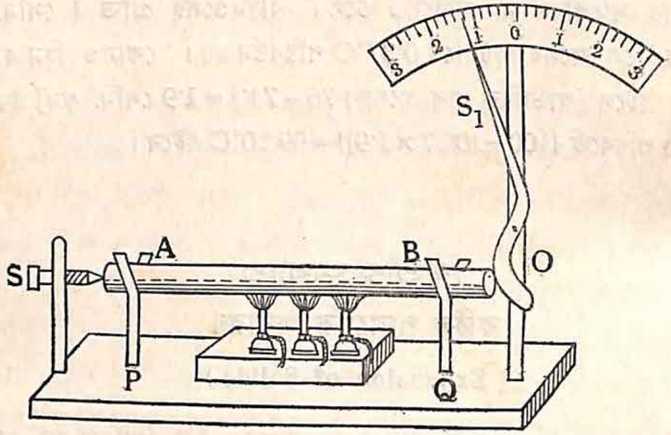


চিত্র 3

ইহার কারণ তাপপ্রয়োগে কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্যের প্রসারণ ঘটিয়াছে।

(2) **ফার্গুসনের পরীক্ষা** (**Ferguson's experiment**) **:**

AB একটি ধাতব দণ্ড P ও Q স্তম্ভ দুইটির উপর অনুভূমিক অবস্থায় রাখা হইয়াছে (চিত্র 4)। দণ্ডটির A প্রান্তে ঠেকাইয়া একটি স্ক্রু S আটকানো আছে, ফলে এই প্রান্ত



চিত্র 4

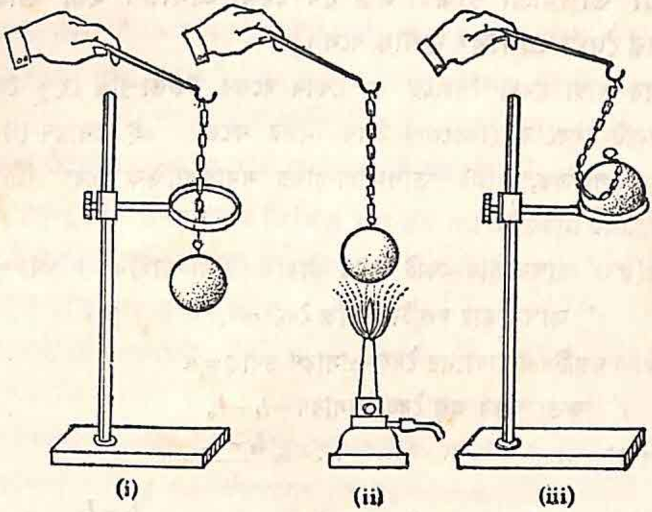
প্রসারিত হইতে পারিবে না। B প্রান্তটি লিভার ব্যবস্থার দ্বারা একটি সূচক S_1-এর সহিত লাগানো আছে। সূচকটি একটি খাড়া দণ্ডের সহিত O বিন্দুতে আটকানো আছে। সূচকটি একটি দাগকাটা স্কেলের গা বাহিয়া যাতায়াত করিতে পারে। দণ্ডটিকে উত্তপ্ত করিবার জন্য দণ্ডের নীচে বার্নারের ব্যবস্থা আছে।

পরীক্ষা আরম্ভ করিবার পূর্বে স্ক্রু S-কে এমনভাবে আঁটিতে হইবে যাহাতে সূচকটি স্কেলের 0-দাগের সহিত মিলিয়া থাকে। এখন দণ্ডটিকে বার্নারের সাহায্যে উত্তপ্ত করিলে দেখা যাইবে যে সূচকটি ধীরে ধীরে বামদিকে সরিয়া যাইতেছে। ইহার কারণ AB দণ্ডটি ডানদিকে প্রসারিত হইয়া লিভারটিকে ঠেলিতেছে যাহার ফলে সূচকটি বামদিকে সরিয়া যাইতেছে। অতএব প্রমাণিত হইল উত্তাপে কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ ঘটে।

(3) **বল ও আংটা পরীক্ষা** (**Ball and ring experiment**) **:**

একটি ধাতব গোলাকার বল এবং একটি গোল আংটা লওয়া হইয়াছে (চিত্র 5)। স্বাভাবিক তাপমাত্রায় বলটি আংটার মধ্য দিয়া কোনমতে গলিয়া যায়। কিন্তু বলটিকে উত্তপ্ত করিয়া আংটার উপর রাখিলে দেখা যাইবে উহা আংটার উপর

আটকাইয়া গিয়াছে। আংটার উপর কিছুক্ষণ থাকিবার পর বলটি যখন ঠাণ্ডা হইবে তখন উহাকে পুনরায় আংটার মধ্য দিয়া গলিয়া যাইতে দেখা



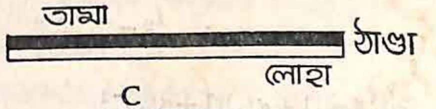
চিত্র 5

যাইবে। এই পরীক্ষা হইতে প্রমাণিত হয়, তাপ দিলে কঠিন পদার্থের আয়তন-প্রসারণ ঘটে।

2.2. বিভিন্ন কঠিন পদার্থের প্রসারণ বিভিন্ন :

তাপ পাইলে প্রায় সব কঠিন পদার্থের প্রসারণ ঘটে, কিন্তু সমপরিমাণ তাপ বিভিন্ন উপাদানের কঠিন পদার্থে প্রয়োগ করিলে প্রসারণ বিভিন্ন হয়।

সমক্ষেত্রফল বিশিষ্ট একটি তামা ও একটি লোহার পাত—দুইটিকে একত্রে রিভেট (rivet) করিয়া দৃঢ়ভাবে আটকান হইয়াছে। ঠাণ্ডা অবস্থায় ইহা সোজা থাকে, কিন্তু গরম করিলে বাঁকিয়া যায়। সমান উষ্ণতা বৃদ্ধিতে যদি দুইটি ধাতুরই প্রসারণ একই হইত তাহা হইলে পাতটি সোজাই থাকিত। কিন্তু বিভিন্ন ধাতুর



চিত্র 6

প্রসারণ বিভিন্ন অথচ পাত দুইটি রিভেট করা আছে সেইজন্য বাঁকিয়া গিয়াছে চিত্র হইতে (চিত্র 6) বোঝা যাইতেছে লোহা অপেক্ষা তামার প্রসারণ বেশী।

2.3. দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক (Coefficient of linear expansion) ঃ

সংজ্ঞা ঃ যে-কোন উপাদানে নির্মিত দণ্ডের প্রতি একক দৈর্ঘ্যে প্রতি এক ডিগ্রী তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য যে দৈর্ঘ্য-প্রসারণ হয়, তাহাকে ঐ উপাদানের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে।

পরীক্ষার দ্বারা দেখা গিয়াছে যে কোন দণ্ডের উষ্ণতা-বৃদ্ধি হেতু দৈর্ঘ্যবৃদ্ধি বা প্রসারণ তিনটি বিষয়ের (factor) উপর নির্ভর করে। এই প্রসারণ (i) প্রারম্ভিক দৈর্ঘ্যের সমানুপাতিক, (ii) তাপমাত্রা-বৃদ্ধির সমানুপাতিক এবং (iii) দণ্ডটির উপাদানের উপর নির্ভরশীল।

মনে করি 0° তাপমাত্রায় একটি দণ্ডের প্রারম্ভিক (বা প্রাথমিক) দৈর্ঘ্য $= l_0$

t° তাপমাত্রায় দণ্ডটির চূড়ান্ত দৈর্ঘ্য $= l_t$

দণ্ডটির উপাদানের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= \alpha$

এখন, t° উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য দৈর্ঘ্য-প্রসারণ $= l_t - l_0$

সুতরাং 1° ... ... $= \dfrac{l_t - l_0}{t}$

এবং 1° উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রতি একক দৈর্ঘ্যের প্রসারণ $= \dfrac{l_t - l_0}{l_0 \times t}$ —ইহাকেই বলা হয় দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক।

∴ সংজ্ঞানুসারে, দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক

$$\alpha = \frac{l_t - l_0}{l_0 \times t} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য-প্রসারণ}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য} \times \text{তাপমাত্রা-বৃদ্ধি}}$$

উপরের সমীকরণ হইতে আমরা পাই—

$$l_t - l_0 = \alpha l_0 t \text{ অথবা, } l_t = l_0 + \alpha l_0 t = l\,(1 + \alpha t).$$

প্রাথমিক তাপমাত্রা 0° না হইয়া যদি t_1° এবং চূড়ান্ত তাপমাত্রা t_2° হয় এবং ঐ দুই তাপমাত্রায় দণ্ডটির দৈর্ঘ্য যথাক্রমে যদি l_1 ও l_2 হয়, তাহা হইলে, $l_2 = l_0(1 + \alpha t_2)$ ও $l_1 = l_0(1 + \alpha t_1)$

$$\therefore \quad \frac{l_2}{l_1} = \frac{1 + \alpha t_2}{1 + \alpha t_1}$$

বা $\dfrac{l_2}{l_1} = (1 + \alpha t_2)(1 + \alpha t_1)^{-1}$

$= (1 + \alpha t_2)(1 - \alpha t_1)$ বাইনোমিয়াল নিয়ম অনুযায়ী

অথবা, $l_2 - l_1 = \alpha\, l_1 (t_2 - t_1)$

$\therefore\ l_2 = l_1 + \alpha l_1 (t_2 - t_1) = l_1\{1 + \alpha(t_2 - t_1)\}$

দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক দুইটি দৈর্ঘ্যের অনুপাত হওয়ায় ইহা দৈর্ঘ্যের এককের উপর নির্ভর করে না, কিন্তু তাপমাত্রার এককের উপর নির্ভর করে।

"লোহার দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·000012 প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে বা 0·000012/°C" বলিতে বুঝায় যে 1 cm. বা 1 ft দৈর্ঘ্যবিশিষ্ট লোহার দণ্ডের 1°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য ইহার দৈর্ঘ্য ·000012 cm. অথবা ·000012 ft বাড়িবে।

তাপমাত্রা ফারেনহাইট স্কেলে মাপিলে ইহার মান পৃথক হইবে। কারণ $1^\circ F = \frac{5}{9}^\circ C$.

∴ ফারেনহাইট স্কেল অনুযায়ী লোহার ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্কের মান হইবে

$$\cdot 000012 \times \tfrac{5}{9} = \cdot 0000067/^\circ F$$

2.4. **ক্ষেত্র-প্রসারণ গুণাঙ্ক (Coefficient of surface expansion) :**

সংজ্ঞা : যে-কোন উপাদানে নির্মিত পাতের প্রতি একক ক্ষেত্রফলের প্রতি ডিগ্রী তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য ক্ষেত্রফলের যতটা বৃদ্ধি হয় তাহাকে ঐ পদার্থের ক্ষেত্র-প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে

মনে করা যাক, 0° তাপমাত্রায় ধাতব পাতের প্রারম্ভিক (বা প্রাথমিক) ক্ষেত্রফল $= s_o$

t° ... ... চূড়ান্ত ক্ষেত্রফল $= s_t$

ধাতব পাতটির উপাদানের ক্ষেত্র-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= \beta$.

এখন t° তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য ক্ষেত্রফলের প্রসারণ $= s_t - s_o$

1° ... ... $= \dfrac{s_t - s_o}{t}$

প্রতি একক ক্ষেত্রফলে 1° ... ... $= \dfrac{s_t - s_o}{t \times s_o}$ এবং সংজ্ঞানুসারে ইহাই ক্ষেত্র-প্রসারণ গুণাঙ্ক।

$$\therefore \quad \beta = \frac{s_t - s_o}{s_o \times t} \qquad \therefore \quad s_t = s_o(1 + \beta t).$$

প্রাথমিক তাপমাত্রা t_1° এবং চূড়ান্ত তাপমাত্রা t_2° এবং ঐ দুই তাপমাত্রায় ক্ষেত্রফল যথাক্রমে s_1 ও s_2 হইলে, পূর্ব অনুচ্ছেদের মত প্রমাণ করা যায়

$$\text{ক্ষেত্র-প্রসারণ গুণাঙ্ক } \beta = \frac{s_2 - s_1}{s_1(t_2 - t_1)} = \frac{\text{ক্ষেত্রফল-প্রসারণ}}{\text{প্রাথমিক ক্ষেত্রফল} \times \text{তাপমাত্রা বৃদ্ধি}}$$

$$\therefore \quad s_2 - s_1 = \beta\{s_1(t_2 - t_1)\} \text{ অথবা } s_2 = s_1\{1 + \beta(t_2 - t_1)\}$$

ক্ষেত্র-প্রসারণ গুণাঙ্ক দুইটি ক্ষেত্রফলের অনুপাত হওয়ায় উহা ক্ষেত্রফলের এককের উপর নির্ভর করে না, কিন্তু তাপমাত্রার এককের উপর নিভর করে।

"লোহার ক্ষেত্র-প্রসারণ গুণাঙ্ক ·000024 প্রতিডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে"—উক্তিটির অর্থ 1 বর্গ সেমি. বা 1 বর্গফুট ক্ষেত্রফলবিশিষ্ট লোহার প্লেটের উষ্ণতা 1°C বর্ধিত করিলে প্লেটটির ক্ষেত্রফল ·000024 বর্গ সেমি. বা ·000024 বর্গফুট বাড়িবে।

কিন্তু তাপমাত্রা ফারেনহাইটে মাপিলে ইহার মান হইবে

$\cdot 000024 \times \frac{5}{9} = \cdot 0000133$ প্রতি ডিগ্রী ফারেনহাইটে বা $\cdot 0000133/^\circ F$.

2.5. আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক (Coefficient of volume expansion) :

সংজ্ঞা : প্রতি একক আয়তনে প্রতি এক ডিগ্রী তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য কোন পদার্থের যে আয়তন-প্রসারণ হয় তাহাকে ঐ পদার্থের আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক বলে।

মনে করা যাক, 0° তাপমাত্রায় ধাতব পদার্থের প্রাথমিক আয়তন $= v_0$

t° ... ... চূড়ান্ত ... $= v_t$

ধাতব পদার্থটির আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= \gamma$

এখন, t° তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য আয়তনের প্রসারণ $= v_t - v_0$

1° ... ... $= \dfrac{v_t - v_0}{t}$

প্রতি একক আয়তনে 1° ... ... $= \dfrac{v_t - v_0}{v_0 \times t}$

$\therefore$ আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক $\gamma = \dfrac{v_t - v_0}{v_0 \times t} = \dfrac{\text{আয়তন-প্রসারণ}}{\text{প্রাথমিক আয়তন} \times \text{তাপমাত্রা-বৃদ্ধি}}$

$$\therefore v_t = v_0(1 + \gamma t).$$

প্রাথমিক তাপমাত্রা t_1 এবং চূড়ান্ত তাপমাত্রা t_2 হইলে এবং ঐ দুই তাপমাত্রায় আয়তন যথাক্রমে v_1 ও v_2 হইলে, $\gamma = \dfrac{v_2 - v_1}{v_1(t_2 - t_1)}$

$\therefore \; v_2 - v_1 = \gamma v_1 (t_2 - t_1)$

অথবা $v_2 = v_1\{1 + \gamma(t_2 - t_1)\}$

দৈর্ঘ্য এবং ক্ষেত্র-প্রসারণের ন্যায় আয়তনের গুণাঙ্কও আয়তনের এককের উপর নির্ভর করে না।

"লোহার আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক ·000036 প্রতিডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে" বলিতে ইহা বুঝায় যে 1 ঘন সেমি. বা 1 ঘন ফুট লোহার গোলকের তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধির ফলে গোলকটির আয়তন যথাক্রমে ·000036 ঘন সেমি. বা ·000036 ঘন ফুট বাড়িয়া যাইবে।

ফারেনহাইট স্কেলে ইহার মান হইবে $\cdot 000036 \times \frac{5}{9} = \cdot 000020^\circ F$.

2.6. তিনটি গুণাঙ্কের সম্পর্ক (Relation between α, β, γ) :

(i) মনে করি একটি প্লেটের দৈর্ঘ্য 1 cm. এবং প্রস্থ 1 cm.। অতএব ইহার ক্ষেত্রফল হইব 1 cm^2।

প্লেটটির তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি করিলে ইহার দৈর্ঘ্য ও প্রস্থ উভয়ই বাড়িয়া $1+\alpha$ হইবে, α হইল দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক।

∴ প্লেটটির ক্ষেত্রফল $=(1+\alpha)^2=1+2\alpha+\alpha^2\simeq 1+2\alpha$ (α-এর মান খুব ছোট বলিয়া α^2-কে উপেক্ষা করা হইল)।

প্রাথমিক ক্ষেত্রফল $=1$ cm^2, তাপপ্রয়োগের পর ক্ষেত্রফল $=1+2\alpha$

∴ ক্ষেত্র-প্রসারণ $=(1+2\alpha)-1=2\alpha$

যেহেতু প্রাথমিক ক্ষেত্রফল 1 cm^2 এবং 1°C তাপমাত্রা বৃদ্ধি করা হইয়াছে, সেইহেতু উক্ত ক্ষেত্র-প্রসারণই হইল ক্ষেত্র-প্রসারণ গুণাঙ্ক β.

∴ $\beta=2\alpha=2\times$ দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক। ··· (A)

(ii) মনে করি একটি ঘনক লওয়া হইল যাহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা প্রত্যেকেরই মান 1 cm.। অতএব ইহার আয়তন $=1$ c.c.।

ঘনকটির তাপমাত্রা 1°C বৃদ্ধি করিলে ইহার দৈর্ঘ্য, প্রস্থ ও উচ্চতা বাড়িয়া প্রত্যেকেই $(1+\alpha)$ হইবে।

∴ প্রসারণের পর ঘনকের আয়তন $=(1+\alpha)^3=1+3\alpha+3\alpha^2+\alpha^3\simeq 1+3\alpha$ (α-এর মান খুব ছোট বলিয়া α^2 এবং α^3-কে উপেক্ষা করা হইল)।

প্রাথমিক আয়তন $=1$ c.c., তাপপ্রয়োগের পর আয়তন $=1+3\alpha$

∴ আয়তন-প্রসারণ $=(1+3\alpha)-1=3\alpha$

যেহেতু প্রাথমিক আয়তন 1 c.c. এবং উষ্ণতা বৃদ্ধি হইয়াছে 1°C সেইহেতু উক্ত আয়তন-প্রসারণই হইল আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক γ.

∴ $\gamma=3\alpha=3\times$ দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক ··· ··· ··· (B)

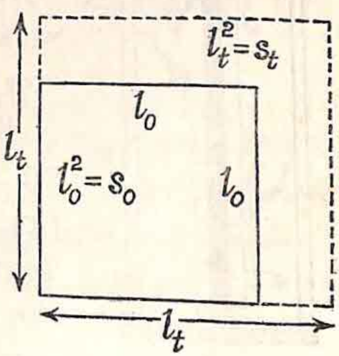
অতএব (A) ও (B) হইতে পাই $\alpha=\frac{\beta}{2}=\frac{\gamma}{3}$.

বিকল্প পদ্ধতি (Alternative method) :

মনে করি 0°C উষ্ণতায় একটি বর্গাকার পাতের বাহু l_o cm.। t°C উত্তপ্ত করিলে উহার প্রত্যেক বাহু বর্ধিত হইয়া l_t হইবে।

∴ প্রাথমিক ক্ষেত্রফল $=l_o^2=s_o$

(চিত্র 7)



চিত্র 7

চূড়ান্ত ক্ষেত্রফল $=l_t^2=s_t$

$$\begin{aligned} s_t &= l_t^2 \\ &= \{l_o(1+\alpha t)\}^2 \\ &= l_o^2(1+2\alpha t+\alpha^2t^2) \\ &= l_o^2(1+2\alpha t) \end{aligned}$$

[α^2t^2-কে উপেক্ষা করা হইল]

$$=s_o(1+2\alpha t)$$

কিন্তু আমরা জানি, $s_t = s_0(1+\beta t)$

$\therefore \quad s_0(1+2\alpha t) = s_0(1+\beta t)$

অর্থাৎ $\quad 1+2\alpha t = 1+\beta t$; সুতরাং $2\alpha = \beta$.

একইভাবে মনে করা যাক্, 0°C উষ্ণতায় কোন ঘনকের বাহু $= l_0$। উহাকে t_0 উত্তপ্ত করিলে প্রতি বাহু বাড়িয়া হইবে l_t।

ঘনকের প্রাথমিক ঘনফল $= v_0$, উত্তপ্ত করার পর ঘনফল $= v_t$

$v_t = l_t^3 = l_0^3(1+\alpha t)^3 = l_0^3(1+3\alpha t)$ [খুব ছোট বলিয়া α^2, α^3 উপেক্ষিত হইল]

আবার $\quad v_t = v_0(1+\gamma t)$

$\therefore \quad v_0(1+\gamma t) = v_0(1+3\alpha t) \quad [\because \quad l_0^3 = v_0]$

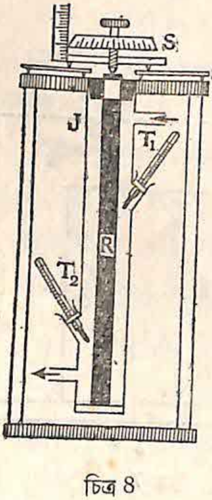
$\therefore \quad 1+\gamma t = 1+3\alpha t$

অর্থাৎ $\quad \gamma = 3\alpha$.

অতএব $\quad \alpha = \dfrac{\beta}{2} = \dfrac{\gamma}{3}$. ইহাই α, β, γ-র পারস্পরিক সম্বন্ধ।

2.7. দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of coefficient of linear expansion of solid) : বিভিন্ন পদ্ধতিতে কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় করা যায়। নিম্নে পুলিঞ্জারের পদ্ধতি বর্ণনা করা হইল।

পুলিঞ্জারের পদ্ধতি (Pullinger's method) : যে কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় করিতে হইবে তাহার একটি দণ্ড R-কে একটি ধাতব নল J-এর মধ্যে খাড়াভাবে রাখা হয় (চিত্র 8)। বাষ্প যাহাতে ধাতব নলে প্রবেশ করিতে ও বাহির হইতে পারে তাহার জন্য নলের গায়ে উপরে ও নীচে দুইটি ছিদ্র আছে। আরও দুইটি ছিদ্র দিয়া দুইটি থার্মমিটার T_1 ও T_2 নলের মধ্যে প্রবেশ করানোর ব্যবস্থা থাকে।



চিত্র 8

R দণ্ডটি প্রায় 1 metre লম্বা। ইহার নিম্ন প্রান্ত একটি কাচ বা মার্বেল প্লেটের উপর রক্ষিত, ফলে ইহা নীচের দিকে প্রসারিত হইতে পারিবে না। আর নলের উপরের প্রান্তে ছিদ্রযুক্ত একটি কর্কের মধ্য দিয়া দণ্ডের কিছু অংশ বাহির হইয়া থাকে। একটি স্ফেরোমিটার (sphero-meter) S একটি ছিদ্রযুক্ত কাচের প্লেট G-এর উপরে এমনভাবে বসানো আছে যাহাতে স্ফেরোমিটারের মাঝখানের পা দণ্ডটির উপরের প্রান্ত স্পর্শ করিয়া থাকিতে পারে।

প্রথমে দণ্ডটির দৈর্ঘ্য মাপিয়া নলের মধ্যে খাড়াভাবে রাখা হইল। T_1, T_2 থার্মমিটারের সাহায্যে প্রাথমিক তাপমাত্রা লওয়া হয়। এখন স্ফেরোমিটারের স্ক্রু ঘুরাইয়া মাঝখানের পা যখন দণ্ডের উপরের প্রান্ত স্পর্শ করিবে তখন উহার পাঠ লইয়া স্ক্রু-কে উলটাদিকে ঘুরাইয়া মাঝের পা-কে আবার দণ্ড হইতে উপরে তুলিয়া রাখা হইল, যাহাতে দণ্ডকে উত্তপ্ত করিলে উপরের দিকে প্রসারণ হইতে পারে। এইবার স্টীম চালনা করা হইল। যতক্ষণ পর্যন্ত T_1 ও T_2 থার্মমিটারের পারদ উঠিয়া উহাদের পাঠ স্থির না হয় ততক্ষণ পর্যন্ত স্টীম চালনা করিতে হইবে। পারদ উঠিয়া স্থির হওয়ার পর T_1 ও T_2-এর পাঠ লওয়া হইল। যদি থার্মমিটারদ্বয়ের পাঠ ভিন্ন হয়, তাহা হইলে উহাদের গড় পাঠ নিতে হইবে। স্ক্রু-র সাহায্যে স্ফেরোমিটারের মাঝের পা-টিকে পুনরায় দণ্ডের সংস্পর্শে আনিয়া পুনরায় উহার পাঠ লওয়া হইল। এই পাঠ হইতে প্রথম পাঠ বিয়োগ করিলে দণ্ডের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ পাওয়া যাইবে। মনে করা যাক, এই দৈর্ঘ্য-প্রসারণ $=x$ cm.। দণ্ডের প্রাথমিক দৈর্ঘ্য $=l$ cm. মিটার স্কেলের সাহায্যে, এবং প্রাথমিক তাপমাত্রা $=t_1$°C ও অন্তিম তাপমাত্রা $=t_2$°C থার্মমিটারের সাহায্যে মাপা হইয়া থাকে।

$$\text{তাহা হইলে, দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য-প্রসারণ}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য} \times \text{তাপমাত্রা-বৃদ্ধি}}$$

$$= \frac{x \text{ cm.}}{l \text{ cm.} \times (t_2 - t_1)^\circ\text{C}} = \frac{x}{l(t_2 - t_1)} \Big/ {}^\circ\text{C}.$$

2.8. কঠিন পদার্থের প্রসারণের প্রয়োগ (Application of expansion of solids) : তাপ প্রয়োগ করিলে কঠিন পদার্থের প্রসারণ ঘটে। আবার তাপ বাহির করিয়া লইলে ইহার সংকোচন হয়। কঠিন পদার্থের এই প্রসারণ ও সংকোচন ব্যবহারিক সুবিধা এবং অসুবিধা দুই-ই সৃষ্টি করে। নিম্নে উদাহরণ দ্বারা সুবিধা এবং অসুবিধা সম্বন্ধে আলোচনা করা হইল।

সুবিধার দৃষ্টান্ত (Cases of advantages) :

(1) দুইটি লোহার পাতকে রিভেট (rivet) দ্বারা দৃঢ়ভাবে আটকাইবার জন্য পাত দুইটিকে পর পর রাখিয়া একটি ছিদ্র করা হয়। একটি রিভেট উত্তপ্ত করিয়া ঐ ছিদ্রের মধ্যে প্রবেশ করানো হয়। হাতুড়ির সাহায্যে পিটাইয়া রিভেটের উপরের অংশ লোহার পাতের সঙ্গে মিশাইয়া দেওয়া হয়। রিভেট ঠাণ্ডা হইলে সংকুচিত হয় এবং পাত দুইটিকে শক্তভাবে ধরিয়া রাখে।

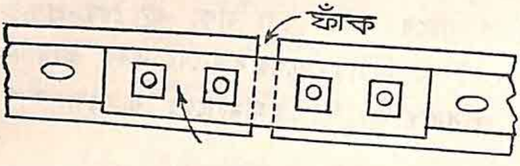
(2) গরুর গাড়ির চাকায় লোহার বেড় লাগাইবার সময়ে কঠিন পদার্থের প্রসারণ ও সংকোচন উভয়কে কাজে ব্যবহার করা হয়। লোহার বেড়ের ব্যাস চাকার

ব্যাস অপেক্ষা সামান্য কম থাকে। বেড়টিকে উত্তপ্ত করলে উহার ব্যাস বাড়ে এবং তখন উহাকে সহজেই চাকায় পরানো যায়। ঠাণ্ডা হইলে উহার ব্যাস পুনরায় কমিয়া যায় এবং চাকার উপর শক্তভাবে আঁটিয়া বসে।

(3) কখনও কখনও কাচের ছিপি শিশিতে আটকাইয়া যায়। শিশির মুখ একটু গরম করিলে ছিপি খুলিয়া যায়। ইহার কারণ হইল তাপ পাওয়ায় শিশির মুখ প্রসারিত হয়, কিন্তু কাচ কুপরিবাহী বলিয়া ছিপি গরম হয় না এবং প্রসারিত হইতে পারে না।

অসুবিধার দৃষ্টান্ত (Cases of disadvantages) :

(1) রেল লাইন পাতিবার সময় দুইটি লাইনের মধ্যে কিছু ফাঁক রাখা হয়। বায়ুমণ্ডলের তাপের জন্য বা চাকার ঘর্ষণে লোহার দৈর্ঘ্যের প্রসারণ হয়। লাইনগুলি পরস্পরের সংস্পর্শে থাকিলে লোহার প্রসারণের ফলে লাইন বাঁকিয়া যাওয়ার সম্ভাবনা থাকে। সেইজন্য দুইটি রেলের মধ্যে কিছু ফাঁক রাখা হয়।

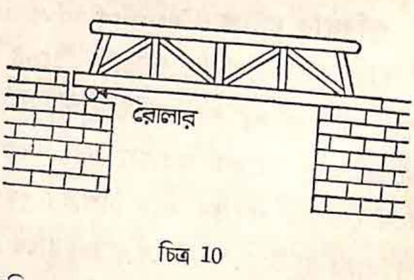


চিত্র 9

দুইটি লোহার পাত (ফিশ প্লেট) ও চারটি বল্টুর সাহায্যে লাইন দুইটি যুক্ত করা হয় (চিত্র 9)। পাত দুইটির ছিদ্রগুলি রেলের দিকে কিছু লম্বা রাখা হয়। ফলে রেল লাইনের প্রসারণ বা সংকোচন হইলে রেল লাইন দৈর্ঘ্যের দিকে বাড়িতে বা কমিতে পারে।

কিন্তু ট্রাম লাইন বসাইবার সময় দুইটি লাইনের মধ্যে ফাঁক রাখা হয় না। বিদ্যুৎপ্রবাহ চালু রাখার জন্য লাইনগুলি পরস্পরের সংস্পর্শে রাখিয়া যোগ করা হয়। লাইনগুলি মাটির ভিতরে থাকার ফলে খুব বেশী উত্তপ্ত হইতে পারে না এবং লাইন বাঁকিবার সম্ভাবনা থাকে না।

(2) লোহার সেতু ইটের গাঁথনির দ্বারা উভয়দিকে শক্তভাবে আটকান থাকে না। এক প্রান্ত শক্তভাবে আটকান হয় এবং অপর প্রান্ত একটি রোলারের উপর বসান থাকে। লোহার সেতুর প্রসারণ বা সংকোচন হইলে সেতুটি রোলারের উপর নড়াচড়া করিতে পারে এবং ইটের গাঁথনি ভাঙ্গিয়া যায় না (চিত্র 10)।



চিত্র 10

(3) মোটা কাচের গ্লাসে গরম জল ঢালিলে গ্লাসটি ফাটিয়া যায়। কাচ ভাল তাপ-পরিবাহী নহে। সেইজন্য গরম জল ঢালিলে গ্লাসের ভিতরের দিক গরম হইয়া প্রসারিত হয়, অথচ তাপ পরিবাহিত না হওয়ায় গ্লাসের বাহিরের দিক ঠাণ্ডাই থাকে। ভিতরের এবং বাহিরের অসম প্রসারণের ফলেই গ্লাস ফাটিয়া যায়।

(4) চুল্লী (Furnace) তৈয়ারি করিবার সময় লোহার দণ্ডগুলি ইটের গাঁথনির মধ্যে দৃঢ়ভাবে আটকান থাকে না। কারণ চুল্লী উত্তপ্ত হইলে লৌহদণ্ডগুলির প্রসারণ হয়। যদি লোহার দণ্ডগুলি গাঁথনির মধ্যে শক্তভাবে আটকান থাকিত তাহা হইলে উহাদের প্রসারণের ফলে যে বলের সৃষ্টি হইত তাহাতে গাঁথনি ভাঙ্গিয়া যাইত।

(5) আমরা জানি সরল দোলকের দোলনকাল উহার কার্যকর দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। গ্রীষ্মকালে দোলকের দৈর্ঘ্য বাড়ে, সেইসঙ্গে দোলনকালও বাড়ে। ফলে ঘড়ি ধীরে ধীরে চলে বা স্লো যায়। একই কারণে শীতকালে দোলকের দৈর্ঘ্য কমে এবং ঘড়ি দ্রুত চলে বা ফাস্ট যায়।

2.9. প্রতিবিহিত দোলক (Compensated pendulum) :

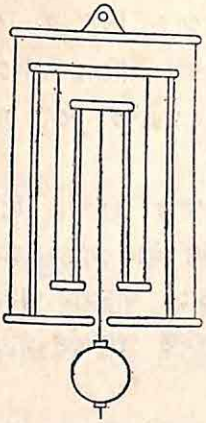
আমরা জানি সরল দোলকের দোলনকাল $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, এইখানে l হইল কার্যকর দৈর্ঘ্য এবং g হইল অভিকর্ষজ ত্বরণ।

তাপমাত্রার পরিবর্তনের সঙ্গে কার্যকর দৈর্ঘ্যের পরিবর্তন হয়। তাপমাত্রা বাড়িলে কার্যকর দৈর্ঘ্য বাড়ে এবং ঘড়ি ধীরে চলে। তাপমাত্রা কমিলে দৈর্ঘ্য কমে এবং ঘড়ি দ্রুত চলে। কাজেই দোলক ঘড়ির সাহায্যে সময় মাপিতে হইলে দোলকের দোলন-দণ্ড এরূপভাবে তৈয়ারি করা প্রয়োজন যাহাতে তাপমাত্রার পরিবর্তন হইলেও কার্যকর দৈর্ঘ্যের কোন পরিবর্তন না হয়, অর্থাৎ সরল দোলকের দোলনকাল অপরিবর্তিত থাকে। এইরূপ দোলককে **প্রতিবিহিত দোলক** বলে। প্রতিবিহিত দোলক তৈয়ারি করিতে হ্যারিসনের লৌহ-গ্রীড দোলক-নীতি অথবা গ্রাহামের পারদ দোলক-নীতি ব্যবহার করা হয়। নিম্নে হ্যারিসনের লৌহ-গ্রীড দোলক-নীতি বর্ণনা করা হইল।

হ্যারিসনের লৌহ-গ্রীড দোলক (Harrison's grid-iron pendulum) :

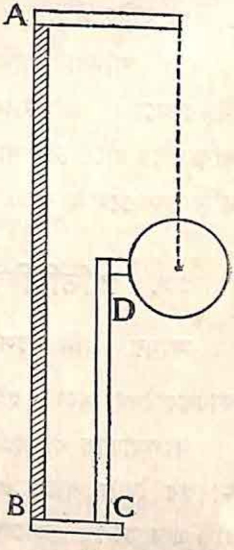
এই দোলকে একটি ইস্পাতনির্মিত দোলকপিণ্ড কেন্দ্রীয় দোলকদণ্ড হইতে ঝুলানো থাকে। ইহাতে মোট 9টি সমান্তরাল দণ্ড থাকে। তন্মধ্যে 4টি হইল তামার দণ্ড

(চিত্র 11, দুইটি লাইন দ্বারা দেখান হইয়াছে) এবং 5টি হইল ইস্পাতের দণ্ড (চিত্রে একটি লাইন দ্বারা দেখান হইয়াছে) একটা অন্তর একটা লোহা ও তামার দণ্ডগুলিকে এমনভাবে সাজানো হয় যাহাতে ইস্পাতের দণ্ডগুলি নীচের দিকে এবং তামার দণ্ডগুলি উপরের দিকে প্রসারিত হইতে পারে। দণ্ডগুলির দৈর্ঘ্য এরূপ লওয়া হয় যাহাতে মোট নিম্নপ্রসারণ মোট উর্ধ্বপ্রসারণের সমান হয়। ইহার ফলে তাপমাত্রার পরিবর্তন হইলেও দোলকের কার্যকর দৈর্ঘ্যের কোন পরিবর্তন হইবে না এবং সর্বদা সঠিক সময় নির্দেশ করিবে।



চিত্র 11

ইহার নীতি বুঝিবার জন্য চিত্র 12 দেখা যাক। ধরা যাক AB একটি ইস্পাতের দণ্ড এবং CD একটি তামার দণ্ড। AB দণ্ডটি নীচের দিকে এবং CD দণ্ডটি উপরের দিকে প্রসারিত হইতে পারে। কিন্তু দণ্ড দুইটির ধাতব পদার্থ এরূপভাবে লওয়া হয় যাহাতে উর্ধ্ব ও নিম্নপ্রসারণ দুইটি পরস্পর সমান হয়। ফলে কার্যকর দৈর্ঘ্য অপরিবর্তিত থাকে।



চিত্র 12

মনে করি 0°C তাপমাত্রায় AB ও CD দণ্ডের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l_1 ও l_2। ইহাদের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক α_1 এবং α_2। উষ্ণতা-বৃদ্ধি t°C হইলে AB দণ্ডের নিম্নপ্রসারণের পরিমাণ হইবে $l_1\alpha_1 t$ এবং CD দণ্ডের উর্ধ্বপ্রসারণ হইবে $l_2\alpha_2 t$.

যেহেতু দুই প্রসারণের মান সমান,

$$\therefore \quad l_1\alpha_1 t = l_2\alpha_2 t$$

$$\therefore \quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{\alpha_2}{\alpha_1}.$$

অর্থাৎ, $\dfrac{\text{ইস্পাতদণ্ডের দৈর্ঘ্য}}{\text{তামার দণ্ডের দৈর্ঘ্য}} = \dfrac{\text{তামার দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক}}{\text{ইস্পাতের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক}}$।

অতএব দণ্ডদ্বয়ের দৈর্ঘ্য উহাদের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্কের সহিত ব্যস্তানুপাতিক। ইহাই হ্যারিসনের প্রতিবিহিত দোলকের কার্যনীতি।

চিত্র 11 লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে মাঝের দোলকসহ ইস্পাতদণ্ডের উভয় পার্শ্বে দুইটি করিয়া ইস্পাত ও তামার দণ্ড আছে। মাঝের ইস্পাতদণ্ড সহ মোট

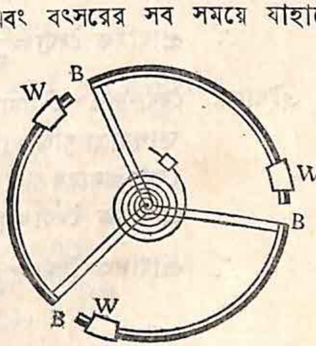
তিনটি ইস্পাতের দণ্ড নীচের দিকে প্রসারিত হয় এবং মোট দুইটি তামার দণ্ড উপরের দিকে প্রসারিত হয়। প্রত্যেকটি ইস্পাতদণ্ডের গড় দৈর্ঘ্য l_1 ও দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক α_1 এবং প্রত্যেক তামার দণ্ডের গড় দৈর্ঘ্য l_2 ও দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক α_2 হইলে প্রতিবিহিত দোলকের ক্ষেত্রে, $3l_1\alpha_1 t = 2l_2\alpha_2 t$ [∵ মোট নিম্নপ্রসারণ = মোট ঊর্ধ্বপ্রসারণ]

$$\text{অথবা}\quad \frac{l_1}{l_2} = \frac{2\alpha_2}{3\alpha_1}.$$

আজকাল **ইন্‌ভার** (Invar) নামক একপ্রকার সংকরধাতু (64% ইস্পাত এবং 36% নিকেল) ব্যবহার করা হয়। এই সংকর ধাতুর দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক ·0000009, অর্থাৎ ইহার মান খুবই ক্ষুদ্র। সুতরাং তাপমাত্রার পরিবর্তনে ইন্‌ভার-নির্মিত দোলকের দৈর্ঘ্য প্রায় অপরিবর্তিত-ই থাকে।

2.10. হাতঘড়ির প্রতিবিহিত চক্র (Compensated balance wheel of a wrist watch) :

হাতঘড়িতে দোলকের পরিবর্তে চক্র ব্যবহার করা হয়। তাপমাত্রার পরিবর্তনের সহিত যাহাতে দোলনকালের পরিবর্তন না হয় এবং বৎসরের সব সময়ে যাহাতে সঠিক সময় নির্দেশ করিতে পারে ইহার জন্য প্রতিবিহিত চক্র (compensated wheel) ব্যবহার করা হয়।



চিত্র 13

চক্রটি তিন অংশে বিভক্ত (চিত্র 13)। দুইটি স্বতন্ত্র ধাতু রিভেট করিয়া শক্তভাবে আটকাইয়া চক্রটির পরিধি বা বেড় তৈয়ারি করা হয়। সাধারণতঃ পিতল এবং ইস্পাত ব্যবহার করা হয়। পিতলের প্রসারণ-ক্ষমতা বেশী বলিয়া ইহা বাহিরের দিকে থাকে। প্রতিটি অংশের এক প্রান্তে স্ক্রুর আকারের একটি ওজন যুক্ত থাকে এবং অপর প্রান্ত একটি দণ্ডের সাহায্যে কেন্দ্রের সহিত যুক্ত থাকে।

তাপমাত্রা বাড়িলে তিনটি অংশের B প্রান্ত অর্থাৎ চক্রের ব্যাসার্ধ বাড়িতে চেষ্টা করে। কিন্তু বেড়টির বাহিরের পাতটির প্রসারণ হওয়ায় মুক্তপ্রান্ত বাঁকিয়া ভিতরের দিকে চলিয়া আসে, ফলে B প্রান্তের প্রসারণ প্রতিবিহিত হয়।

উদাহরণ

1. একটি ইস্পাতের দণ্ড 15°C তাপমাত্রায় 30 ইঞ্চি দীর্ঘ। উহাকে 90°C তাপমাত্রা পর্যন্ত উত্তপ্ত করিলে দৈর্ঘ্য 30·027 ইঞ্চি হয়। ইস্পাতের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক কত ?

$$\text{দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক } \alpha = \frac{\text{দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য} \times \text{তাপমাত্রা-বৃদ্ধি}}$$

$$= \frac{30{\cdot}027 - 30}{30(90-15)} = \frac{{\cdot}027}{30 \times 75}$$

$$= \frac{{\cdot}0027}{3 \times 75} = \frac{{\cdot}0009}{75} = {\cdot}000012 = 12 \times 10^{-6} \text{ per}^\circ\text{C}.$$

2. 59°F হইতে 100°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য একটি দস্তাদণ্ডের দৈর্ঘ্য 5mm. প্রসারিত হইল। দণ্ডটির প্রাথমিক দৈর্ঘ্য কত ছিল ? (দস্তার দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক = ·000029 per °C.)

আমরা জানি, $\frac{C}{5} = \frac{F-32}{9}$ $\quad \therefore \quad C = \frac{(F-32)5}{9} = \frac{(59-32)5}{9} = 15^\circ$

দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি = প্রাথমিক দৈর্ঘ্য × তাপমাত্রা-বৃদ্ধি × দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক।

$$\therefore \text{ প্রাথমিক দৈর্ঘ্য} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি}}{\text{তাপমাত্রা-বৃদ্ধি} \times \text{দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক}}।$$

এইখানে, দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি = 5 mm. = ·5 cm.
তাপমাত্রা-বৃদ্ধি = (100 − 15) = 85°C
দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক = ·000029 per °C
প্রাথমিক দৈর্ঘ্য = ?

$$\therefore \text{ প্রাথমিক দৈর্ঘ্য} = \frac{{\cdot}5}{85 \times 29 \times 10^{-6}} = \frac{{\cdot}5 \times 10^6}{29 \times 85}$$

$$= 202{\cdot}9 \text{ cm.}$$

3. 0°C তাপমাত্রায় একটি ঘনকের প্রত্যেকটি বাহু 100 cm. দীর্ঘ। ইহার তাপমাত্রা 100°C করিলে প্রত্যেকটি বাহু প্রসারিত হইয়া দাঁড়ায় 101 cm.। ঘনকটির দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক এবং আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

$$\text{দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য} \times \text{উষ্ণতা-বৃদ্ধি}}$$

$$= \frac{1 \text{ cm.}}{100 \times 100}$$

$$= \frac{1}{10^4} = {\cdot}0001 \text{ per }^\circ\text{C}$$

এইক্ষেত্রে,
দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি = 101 − 100
= 1 cm.
প্রাথমিক দৈর্ঘ্য = 100 cm.
তাপমাত্রা-বৃদ্ধি = 100 − 0
= 100°C

আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 3 \times$ দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 3 \times {}^{\cdot}0001 = {}^{\cdot}0003$ per °C.

4. 0°C তাপমাত্রায় একটি চাকার ব্যাসার্ধ 3 ft. এবং একটি লোহার বেড়ের ব্যাসার্ধ 2·992 ft.। কত তাপমাত্রায় ঐ বেড়টি চাকায় পরান যাইবে? [লোহার দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 12 \times 10^{-6}$ per °C.]

চাকার পরিধি $= 2\pi.3$ ft. $= 6\pi$ ft.

বেড়ের পরিধি $= 2\pi.2{\cdot}992 = 2\pi.2{\cdot}992$ ft.

চাকায় পরাইতে হইলে বেড়ের প্রয়োজনীয় দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি ঘটাইতে হইবে

$$2\pi(3 - 2{\cdot}992) = 2\pi({}^{\cdot}008) \text{ ft.} = {}^{\cdot}016\pi \text{ ft.}$$

আমরা জানি, দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি = প্রাথমিক দৈর্ঘ্য × দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক × উষ্ণতা-বৃদ্ধি।

মান বসাইয়া, $\quad {}^{\cdot}016\pi = 2\pi.2{\cdot}992 \times 12 \times 10^{-6} \times t$

$\therefore$ উষ্ণতা-বৃদ্ধি, $t = \dfrac{{}^{\cdot}016 \times 10^6}{12 \times 2{\cdot}992 \times 2} = 222{\cdot}8$°C.

5. কিছু ফাঁক রাখিয়া টুকরা টুকরা ইস্পাতের লাইন দ্বারা একটি রেলপথ তৈয়ারী। 10°C তাপমাত্রায় প্রত্যেক টুকরার দৈর্ঘ্য 66 ft. এবং প্রত্যেক ফাঁকের দৈর্ঘ্য 0·5 inch। কত তাপমাত্রায় লাইন দুইটি ঠিক স্পর্শ করিবে? [ইস্পাতের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 11 \times 10^{-6}$ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে।]

মনে করি নির্ণেয় তাপমাত্রা t°C ; দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি $= 0{\cdot}5$ inch $= \dfrac{{}^{\cdot}5}{12}$ ft.

$$\text{দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক} = \frac{\text{দৈর্ঘ্য-বৃদ্ধি}}{\text{প্রাথমিক দৈর্ঘ্য} \times \text{তাপমাত্রা-বৃদ্ধি}}$$

$\therefore$ তাপমাত্রা-বৃদ্ধি $= \dfrac{{}^{\cdot}5/12}{66 \times 11 \times 10^{-6}} = \dfrac{{}^{\cdot}5 \times 10^6}{12 \times 11 \times 66} \simeq 57{\cdot}4$°C

$\therefore$ নির্ণেয় তাপমাত্রা $= 57{\cdot}4° + 10° = 67{\cdot}4$°C.

6. 0°C তাপমাত্রায় একটি ইস্পাতের মিটার স্কেল ত্রুটিহীন। 15°C উষ্ণতায় ঐ স্কেল দ্বারা দৈর্ঘ্য মাপিলে কতটুকু ত্রুটি হইবে? [ইস্পাতের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= {}^{\cdot}000012$ per°C]

আমরা জানি, দৈর্ঘ্য-প্রসারণ = প্রাথমিক দৈর্ঘ্য × উষ্ণতা-বৃদ্ধি × দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক

$$= 100 \times 15 \times {}^{\cdot}000012 = {}^{\cdot}018 \text{ cm.}$$

$\therefore$ 15 C তাপমাত্রায় 100 cm. দৈর্ঘ্য প্রকৃতপক্ষে হইবে 100·018 cm.

7. 0°C তাপমাত্রায় লোহ ও দস্তা-দণ্ড দুইটির প্রত্যেকের দৈর্ঘ্য 2 মিটার। 50°C উষ্ণতায় দেখা যায় দস্তা-দণ্ডের 0·181 cm. বেশী দৈর্ঘ্যের প্রসারণ হয়। যদি দস্তার

দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক 0·0000298 হয় তাহা হইলে লোহার দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

মনে করি লোহার দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $=\alpha$.

50°C উষ্ণতায় ইহার মোট দৈর্ঘ্যের পরিমাণ $200(1+50\alpha)$

50°C উষ্ণতায় দস্তা-দণ্ডের মোট দৈর্ঘ্যের পরিমাণ $200(1+50\times \cdot 0000298)$.

প্রশ্নানুসারে, $200(1+50\times \cdot 0000298)-200(1+50\alpha)=\cdot 181$

অথবা, $200\{(1+50\times \cdot 0000298)-(1+50\alpha)\}=\cdot 181$

অথবা, $1+50\times \cdot 0000298-1-50\alpha=\frac{\cdot 181}{200}=\cdot 000905$

অথবা, $50(\cdot 0000298-\alpha)=\cdot 000905$

$\therefore \quad \cdot 0000298-\alpha=\frac{\cdot 000905}{50}=\cdot 0000181.$

$\therefore$ লোহার দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক α

$=\cdot 0000298-\cdot 0000181=\cdot 0000117$ per °C.

প্রশ্নাবলী

1. কয়েকটি পরীক্ষা দ্বারা কঠিন পদার্থের প্রসারণ ব্যাখ্যা কর। পরীক্ষা দ্বারা দেখাও যে বিভিন্ন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ বিভিন্ন।

2. কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক কাহাকে বলে? ইহা কি দৈর্ঘ্যের একক বা তাপমাত্রার এককের উপর নির্ভর করে?

3. কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক কাহাকে বলে? একই কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য, ক্ষেত্রফল ও আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্কের ভিতর সম্পর্ক নির্ণয় কর।

4. পুলিঞ্জারের পদ্ধতি দ্বারা কঠিন পদার্থের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক কিরূপে নির্ণয় করা হয় বর্ণনা কর।

5. প্রতিবিহিত দোলক কাহাকে বলে? কোন প্রতিবিহিত দোলক বর্ণনা কর।

6. এলাহাবাদ ও দিল্লীর মধ্যে দূরত্ব 390 মাইল। তাপমাত্রার পরিবর্তন 36°F হইতে 117°F হইলে রেললাইনের ভিতর মোট কত ফাঁক রাখিতে হইবে? [লোহার দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $=12\times 10^{-6}$ per °C] [উঃ 0·21 miles nearly]

7. 230 cm. দীর্ঘ একটি ধাতবদণ্ডের তাপমাত্রা 0°C হইতে 100°C বৃদ্ধি করিলে ইহার 2·75 mm. দৈর্ঘ্য-প্রসারণ হয়। ঐ ধাতুর দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

উঃ $11\cdot 9\times 10^{-6}$ per °C]

8. একটি লৌহ-গ্রীড দোলকে 5টি লৌহদণ্ড ও 4টি পিতলের দণ্ড আছে। প্রত্যেকটি পিতলের দণ্ডের দৈর্ঘ্য 50 cm.। প্রত্যেকটি লৌহদণ্ডের দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। লোহার ও পিতলের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে 0·000012 এবং 0·000018.

[উঃ 50 cm.]

9. একটি ব্যারোমিটারের পিতলের স্কেল 0°C তাপমাত্রায় ত্রুটিহীন। 30°C তাপমাত্রায় স্কেলটি 76·4 cm. নির্দেশ করে। ঠিক উচ্চতা কত হইবে নির্ণয় কর। পিতলের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক = 0·0000189. [উঃ 76·44 cm.]

10. একটি কাচের দণ্ডকে 20°C তাপমাত্রায় একটি দস্তা-নির্মিত স্কেল দ্বারা মাপিলে 1 metre দেখায়। যদি স্কেলটি 0°C তাপমাত্রায় ত্রুটিহীন হয় তাহা হইলে 0°C উষ্ণতায় কাচদণ্ডটির সঠিক দৈর্ঘ্য নির্ণয় কর। কাচ ও দস্তার দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক যথাক্রমে ·0000085 এবং ·000028. [উঃ 100·036 cm.]

11. পিতলের একটি পাতের দৈর্ঘ্য 50 cm. এবং প্রস্থ 10 cm. যখন উষ্ণতা 0°C। পাতটিকে 100°C তাপমাত্রা পর্যন্ত উত্তপ্ত করিলে ইহার ক্ষেত্রফল 1·9 বর্গ সেমি. বৃদ্ধিপ্রাপ্ত হয়। পিতলের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উঃ 19×10^{-6} per °C]

তৃতীয় অধ্যায়

তরল পদার্থের প্রসারণ

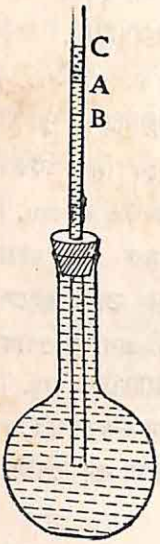
(Expansion of Liquids)

3.0. সূচনা :

উত্তপ্ত করিলে কঠিন পদার্থের ন্যায় তরল পদার্থেরও প্রসারণ হয়। তরলের নিজস্ব কোন আকার নাই তবে আয়তন আছে, সেইজন্য তরলের ক্ষেত্রে দৈর্ঘ্য বা ক্ষেত্র-প্রসারণ সম্ভব নহে। তরলের শুধুমাত্র আয়তন-প্রসারণ হয়। তরলকে কোন পাত্রে রাখিয়া উত্তপ্ত করিতে হয় বলিয়া তরলের প্রসারণ আলোচনা করিতে হইলে তাহা পাত্রের প্রসারণের পরিপ্রেক্ষিতে করিতে হইবে।

3.1. তরলের প্রকৃত ও আপাত প্রসারণ (Real and apparent expansion of a liquid) : তরলপূর্ণ একটি কাচের ফ্লাস্ক লওয়া হইল। ইহার গলা সরু, লম্বা এবং সমান ব্যাসবিশিষ্ট। স্বাভাবিক তাপমাত্রায় তরল আছে A

দাগ পর্যন্ত (চিত্র 14)। ফ্লাস্কটিকে উষ্ণ জলপূর্ণ একটি পাত্রে বসাইয়া লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে জলের তল A দাগ হইতে B দাগ পর্যন্ত নামিয়া আসিয়াছে। কিছুক্ষণ পর পুনরায় জলের তল B দাগ হইতে উঠিতে থাকিবে এবং A-কে অতিক্রম করিয়া C দাগ পর্যন্ত উঠিবে। ইহার কারণ—



চিত্র 14

ফ্লাস্কটিকে গরম জলে বসাইলে প্রথমে কাচের প্রসারণ হয় এবং কাচ কুপরিবাহী বলিয়া তাপ সঙ্গে সঙ্গে ফ্লাস্কের অভ্যন্তরস্থ জলে পৌছিতে পারে না। সেই কারণে প্রথমে জলের তল A দাগ হইতে নামিয়া আসে। কিন্তু তাপ যখন জলকে উত্তপ্ত করিতে শুরু করে তখন জলের প্রসারণ হইতে থাকে এবং জলের আয়তন-প্রসারণ পাত্রের আয়তন-প্রসারণ অপেক্ষা বেশী হওয়ায় তরল A দাগ অতিক্রম করিয়া C দাগ পর্যন্ত পৌছায়।

সুতরাং জলের প্রকৃত প্রসারণ হইল BC, কিন্তু আপাত-দৃষ্টিতে মনে হইবে জলের তল A হইতে C পর্যন্ত উঠিয়াছে, অর্থাৎ AC হইল জলের আপাত প্রসারণ। কিন্তু চিত্র 14 হইতে আমরা পাই,

$$BC = BA + AC$$

অর্থাৎ প্রকৃত প্রসারণ = পাত্রের প্রসারণ + আপাত প্রসারণ।

3.2. তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক (Coefficient of real expansion of liquid) ঃ

সংজ্ঞা ঃ 0°C তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট তরলের আয়তনের প্রতি একক সেন্টিগ্রেড উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য ঐ আয়তনের প্রতি এককে যে প্রকৃত প্রসারণ হয় তাহাকে উক্ত তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক বলে।

সাধারণতঃ γ দ্বারা এই গুণাঙ্ক প্রকাশ করা হয়।

ধরা যাক, 0°C তাপমাত্রায় কিছু তরলের আয়তন $= V_0$

t°C তাপমাত্রায় ঐ তরলের প্রকৃত আয়তন $= V_t$

∴ t°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য তরলের প্রকৃত আয়তন-প্রসারণ $= V_t - V_0$

1°C " " " " " $= \dfrac{V_t - V_0}{t}$

প্রতি একক আয়তনে 1°C " " " $= \dfrac{V_t - V_0}{V_0 \times t}$.

কিন্তু সংজ্ঞানুসারে ইহাই তরলের প্রকৃত আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক

অর্থাৎ, $\gamma = \frac{V_t - V_0}{V_0 \times t} = \frac{\text{আয়তনের প্রকৃত প্রসারণ}}{0^\circ\text{C তাপমাত্রায় আয়তন} \times \text{উষ্ণতা-বৃদ্ধি}}$

$\therefore \quad V_t - V_0 = \gamma V_0 t$ অথবা $V_t = V_0(1+\gamma t)$.

কঠিন পদার্থের ন্যায় তরলের প্রসারণের ক্ষেত্রেও এই গুণাঙ্ক আয়তনের এককের উপর নির্ভর করে না, এবং তাপমাত্রার এককের উপর নির্ভর করে। তাপমাত্রা ফারেনহাইটে মাপিলে γ-র মান সেণ্টিগ্রেড-এর মানের $\frac{5}{9}$ অংশ হইবে।

তরলের প্রাথমিক তাপমাত্রা t_1 এবং অন্তিম তাপমাত্রা t_2 এবং ঐ দুই তাপমাত্রায় আয়তন যথাক্রমে V_1 ও V_2 হইলে $V_2 = V_1\{1+\gamma(t_2 - t_1)\}$

3.3. তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক (Coefficient of apparent expansion of a liquid) ঃ

সংজ্ঞা ঃ 0°C তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ তরলের যে আয়তন হয় প্রতি ডিগ্রী সেণ্টিগ্রেড উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য ঐ আয়তনের প্রতি এককে যে আপাত প্রসারণ হয় তাহাকে উক্ত তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক বলে।

সাধারণতঃ γ' দ্বারা এই গুণাঙ্ক প্রকাশ করা হয়।

মনে করা যাক, 0°C তাপমাত্রায় কিছু তরলের আয়তন $= V_0$

t°C তাপমাত্রায় উহার আপাত আয়তন $= V_t$

$\therefore$ t°C তাপমাত্রা-বৃদ্ধির জন্য আপাত আয়তন-প্রসারণ $= V_t - V_0$

1°C " " " " " $= \frac{V_t - V_0}{t}$

প্রতি একক আয়তনে 1°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য আপাত আয়তন-প্রসারণ

$= \frac{V_t - V_0}{V_0 \times t} = \gamma'$ (ধরা যাক)

এই γ'-কেই তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক বলে।

সুতরাং $\gamma' = \frac{V_t - V_0}{V_0 \times t} = \frac{\text{আয়তনের আপাত প্রসারণ}}{0^\circ\text{C তাপমাত্রায় আয়তন} \times \text{উষ্ণতা-বৃদ্ধি}}$

অতএব, $V_t - V_0 = \gamma' V_0 t$

অতএব, $V_t = V_0(1+\gamma' t)$

γ'-এর মান আয়তনের এককের উপর নির্ভর করে না, তবে তাপমাত্রার এককের উপর নির্ভর করে। তাপমাত্রা ফারেনহাইটে মাপা হইলে সেণ্টিগ্রেডের মানের $\frac{5}{9}$ অংশ হইবে।

তরলের প্রাথমিক তাপমাত্রা t_1, অন্তিম তাপমাত্রা t_2 হইলে এবং ঐ দুই তাপমাত্রায় যথাক্রমে আয়তন V_1 এবং আপাত আয়তন V_2 হইলে,

$$V_2 = V_1\{1+\gamma'(t_2-t_1)\}$$

3.4. প্রকৃত ও আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্কের পারস্পরিক সম্পর্ক (Relation between the coefficients of real and apparent expansion) :

মনে করি 0°C তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ তরলের আয়তন $=V_0$

t°C " " " " প্রকৃত " $=V_t$

t°C " " " " আপাত " $=V'_t$

তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক $=\gamma$

" আপাত " $=\gamma'$

এবং পাত্রের আয়তন " $=\gamma_g$

অতএব, তরলের প্রকৃত প্রসারণ $=V_t-V_0=V_0\gamma_t$

" আপাত " $=V'_t-V_0=V_0\gamma'_t$

পাত্রের প্রসারণ $=V_0\gamma_g t$.

কিন্তু আমরাজানি, তরলের প্রকৃত প্রসারণ = তরলের আপাত প্রসারণ + পাত্রের প্রসারণ

সুতরাং, $V_0\gamma t = V_0\gamma' t + V_0\gamma_g t$

উভয়পক্ষকে $V_0 t$ দ্বারা ভাগ করিয়া আমরা পাই,

$$\gamma = \gamma' + \gamma_g.$$

অর্থাৎ, তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক = তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক + পাত্রের আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক।

3.5. তাপের প্রভাবে তরল পদার্থের ঘনত্বের পরিবর্তন (Change in density of a liquid with rise of temperature) :

আমরা জানি, কোন পদার্থের ঘনত্ব $(\rho) = \dfrac{\text{ভর (mass)}}{\text{আয়তন (volume)}}$

অর্থাৎ ভর = ঘনত্ব × আয়তন।

পদার্থের তাপমাত্রা-বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে আয়তন বাড়িতে থাকে, এবং যেহেতু পদার্থটির ভর অপরিবর্তিত থাকে, তাহা হইলে আয়তন বড়িলে ঘনত্ব অবশ্যই কমিবে।

যদি 0°C ও t°C তাপমাত্রায় কোন পদার্থের আয়তন ও ঘনত্ব যথাক্রমে v_0, v_t এবং ρ_0, ρ_t হয়, তাহা হইলে,

$$m = v_0\rho_0 = v_t\rho_t \text{ হইতে পাই,}$$

$$\frac{\rho_t}{\rho_0} = \frac{v_0}{v_t} = \frac{v_0}{v_0(1+\gamma t)}$$

এইখানে γ তরল পদার্থের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক।

$$\therefore \quad \frac{\rho_t}{\rho_0}=\frac{1}{(1+\gamma t)}=(1+\gamma t)^{-1}=1-\gamma t.$$

অতএব $\rho_t=\rho_0(1-\gamma t)=\rho_0-\rho_0\gamma t$

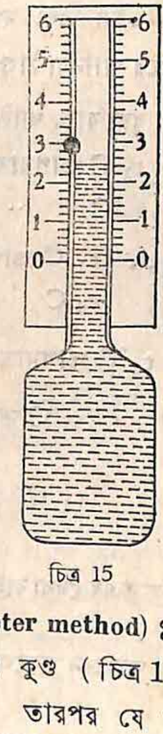
$$\therefore \quad \gamma=\frac{\rho_0-\rho_t}{\rho_0 \times t}$$

তাপমাত্রা t_1°C এবং t_2°C ($t_2 > t_1$) এবং ঘনত্ব যথাক্রমে ρ_1 ও ρ_2 হইলে,

$$\gamma=\frac{\rho_1-\rho_2}{\rho_1(t_2-t_1)}$$

36. তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of the coefficient of apparent expansion of a liquid) :

(1) **আয়তন থার্মমিটার বা ডিলাটোমিটার পদ্ধতি (Volume thermometer or Dilatometer method) :** এই যন্ত্রে একটি লম্বা কাচের কুণ্ড ও কুণ্ডের সঙ্গে সরু ও সমান ব্যাসযুক্ত একটি কাচনল যুক্ত আছে (চিত্র 15)। তরলের আয়তন মাপিবার জন্য নলের গায়ে একটি স্কেল অংশাঙ্কিত আছে। যে তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় করিতে হইবে তাহা দ্বারা কুণ্ড ও নলের কিয়দংশ পূর্ণ করিয়া কুণ্ডটি বরফে ডুবাইয়া রাখা হইল। স্কেল হইতে 0°C তাপমাত্রায় তরলের আয়তন মাপা হইল। ধরা যাক্ এই আয়তন V_0। কুণ্ডটিকে একটি জলপূর্ণ পাত্রে রাখিয়া জলকে নির্দিষ্ট তাপমাত্রা t°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হইল। এই তাপমাত্রায় তরলের আয়তনও, মনে করা যাক্, V_t মাপা হইল। জলের তাপমাত্রা থার্মমিটারের সাহায্যে মাপা হইয়া থাকে।



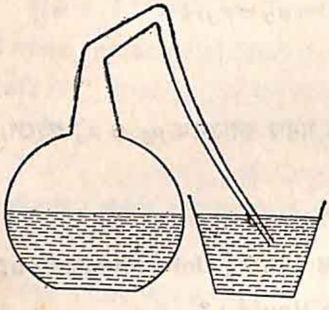
চিত্র 15

তাহা হইলে তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক $\gamma' = \frac{V_t - V_0}{V_0 . t}$

(2) **ভার থার্মোমিটার পদ্ধতি (Weight thermometer method) :**

ভার থার্মমিটার হইল সরু ও বাঁকা-নলযুক্ত একটি কাচের কুণ্ড (চিত্র 16)। উহাকে পরিষ্কার করিয়া খালি অবস্থায় ওজন করা হইল। তারপর যে তরল পদার্থের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় করিতে হইবে তাহার মধ্যে কুণ্ডের

খোলা-মুখটি ডুবাইয়া রাখিয়া কুণ্ডটিকে জলে ডুবাইয়া গরম করা হইল। কুণ্ডমধ্যস্থিত বায়ু প্রসারিত হইয়া বাহির হইয়া যাইবে। এখন কুণ্ডটিকে ঠাণ্ডা করিলে কিছু তরল সরু নল দিয়া কুণ্ডের মধ্যে প্রবেশ করিবে। এইভাবে পর্যায়ক্রমে গরম ও ঠাণ্ডা করিয়া কুণ্ডটিকে তরল দ্বারা পূর্ণ করা হইল। নলের মুখটি পরীক্ষাধীন তরলে থাকা অবস্থায় ঘরের তাপমাত্রায় ফিরিয়া আসা পর্যন্ত অপেক্ষা করা হইল। ধরা যাক্ এই তাপমাত্রা t_1°C। এইবার ভার থার্মমিটারের ওজন লওয়া হইল।



চিত্র 16

কুণ্ডটিকে একটি জলপূর্ণ পাত্রে রাখিয়া জলকে নির্দিষ্ট তাপমাত্রা (t_2°C) পর্যন্ত গরম করা হইল। কুণ্ডস্থিত তরল গরম হওয়ায় আয়তনে বাড়িবে এবং নল দিয়া বাহির হইয়া যাইবে। ঐ উষ্ণতায় কুণ্ডটিকে কিছুক্ষণ রাখা হইল এবং যখন দেখা যাইবে যে আর তরল বাহির হইতেছে না তখন উহাকে বাহিরে আনিয়া ঠাণ্ডা করা হইল, এবং পুনরায় উহার ওজন লওয়া হইল।

ধরা যাক্, খালি অবস্থায় ভার থার্মমিটারের ওজন $= W$

t_1°C তাপমাত্রায় তরলপূর্ণ ভার থার্মমিটারের ওজন $= W_1$

t_2°C ... আংশিক তরলপূর্ণ ... ... $= W_2$

$\therefore$ t_1°C তাপমাত্রায় কুণ্ডস্থিত তরলের ভর $= W_1 - W = m_1$ gm.

t_2°C " " " " $= W_2 - W = m_2$ gm.

t_1°C তাপমাত্রায় যদি তরলের ঘনত্ব ρ হয়, তাহা হইলে,

t_1°C তাপমাত্রায় m_1 ভরের তরলের আয়তন $= \dfrac{m_1}{\rho}$

t_1°C " m_2 " " " $= \dfrac{m_2}{\rho}$.

অতএব দেখা যাইতেছে t_1°C তাপমাত্রায় $\frac{m_2}{\rho}$ আয়তন তরল t_2°C তাপমাত্রায় $\frac{m_1}{\rho}$ আয়তন তরলের সমান।

$$\therefore \text{ তরলের আপাত প্রসারণ} = \frac{m_1}{\rho} - \frac{m_2}{\rho}.$$

তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক

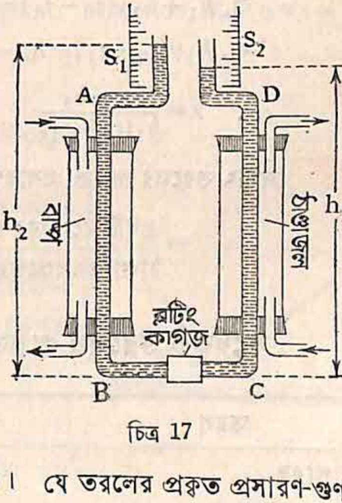
$$\gamma' = \frac{\frac{m_1}{\rho} - \frac{m_2}{\rho}}{\frac{m_2}{\rho}(t_2 - t_1)} = \frac{\frac{1}{\rho}(m_1 - m_2)}{\frac{1}{\rho}m_2(t_2 - t_1)} = \frac{m_1 - m_2}{m_2(t_1 - t_2)}$$

$$= \frac{\text{বহিষ্কৃত তরলের ভর}}{t_2\,^\circ\text{C তাপমাত্রায় অবশিষ্ট তরলের ভর} \times \text{উষ্ণতা-বৃদ্ধি}}$$

এই পরীক্ষা দ্বারা তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় করিতে তরলের ওজন বাহির করিতে হয় বলিয়া এই যন্ত্রকে ভার থার্মমিটার বলে। আবার, যদি তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক জানা থাকে, তাহা হইলে এই পরীক্ষার সাহায্যে তরলের তাপমাত্রা নির্ণয় করা যায় বলিয়া ইহার নাম থার্মমিটার।

3.7. তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determinaion of the coefficient of real expansion of a liquid) ঃ

ডুলং ও পেটিট পদ্ধতি (Dulong and Petit's method) ঃ চিত্র 17 অনুযায়ী একটি কাচের নলকে বাঁকাইয়া একটি কাঠের ফ্রেমের সহিত আটকানো হইয়াছে। নলের AB ও CD অংশ খাড়া এবং BC অংশ অনুভূমিকভাবে আছে। A ও D হইতে নলটি আবার খানিকটা অনুভূমিকভাবে বাঁকিয়া পুনরায় খাড়া হইয়া উঠিয়াছে। ইহাদের উভয় পাশে একটি করিয়া স্কেল S_1 ও S_2 আছে। AB ও CD অংশদ্বয় দুইটি বহিরাবরণ দ্বারা আবৃত। এই বহিরাবরণের উভয় প্রান্ত কর্ক দ্বারা আটকান। AB অংশের বহিরাবরণের মধ্য দিয়া বাষ্প এবং CD অংশের বহিরাবরণের মধ্য দিয়া ঠাণ্ডা জল প্রবাহের জন্য প্রবেশ ও



চিত্র 17

নির্গম পথের ব্যবস্থা আছে (চিত্র 17 লক্ষ্য কর)। যে তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় করিতে হইবে তাহা কাচনলে লওয়া হইল। BC অনুভূমিক অংশের মধ্যভাগ ব্লটিং কাগজ দ্বারা আবৃত করিয়া অনবরত ঠাণ্ডা জল দিয়া ব্লটিং কাগজ সিক্ত অবস্থায় রাখা হয়। ব্লটিং কাগজের উভয় পার্শ্বে উষ্ণতা এক থাকায় AB ও CD-এর মধ্যে তরল চলাচল করে না।

স্বাভাবিক তাপমাত্রায় AB ও CD উভয় অংশে তরলের উচ্চতা একই থাকিবে। এইবার CD অংশে ঠাণ্ডা জল এবং AB অংশে বাষ্প প্রবাহিত করা হইলে, AB অংশের তরল প্রসারিত হইবে এবং CD অংশের তুলনায় বেশী উচ্চতায় থাকিবে।

ধরা যাক্, BC অনুভূমিক তল হইতে AB ও CD অংশে তরলের উচ্চতা যথাক্রমে h_2 ও h_1.

ঠাণ্ডা তরলস্তম্ভের উষ্ণতা $= t_1\,^\circ C$; উষ্ণ তরলস্তম্ভের উষ্ণতা $= t_2\,^\circ C$.

$t_1\,^\circ C$ তাপমাত্রায় তরলের ঘনত্ব $= \rho_1$; $t_2\,^\circ C$ তাপমাত্রায় তরলের ঘনত্ব $= \rho_2$; তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক $= \gamma$; বায়ুমণ্ডলের চাপ $= \rho$.

যেহেতু B ও C একই অনুভূমিক তলে আছে,

B বিন্দুতে চাপ = C বিন্দুতে চাপ

$\therefore\ P + h_2\rho_2 g = P + h_1\rho_1 g$ অথবা $h_2\rho_2 = h_1\rho_1$

অতএব $\dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{\rho_2}{\rho_1}$ কিন্তু $\rho_1 = \rho_2\{1+\gamma(t_2 - t_1)\}$

ρ_1-এর মান বসাইয়া, $\dfrac{h_1}{h_2} = \dfrac{\rho_2}{\rho_2\{1+\gamma(t_2-t_1)\}} = \dfrac{1}{1+\gamma(t_2-t_1)}$

বা, $h_1 + h_1\gamma(t_2 - t_1) = h_2$

বা, $h_1\gamma(t_2 - t_1) = h_2 - h_1$

$$\therefore\ \gamma = \frac{h_2 - h_1}{h_1(t_2 - t_1)}$$

অর্থাৎ তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক

$$= \frac{\text{দুইটি নলে তরলস্তম্ভদ্বয়ের উচ্চতার প্রভেদ}}{\text{ঠাণ্ডা তরলস্তম্ভের উচ্চতা} \times \text{উষ্ণতার প্রভেদ}}$$

কয়েকটি তরলের প্রকৃত প্রসারণের গুণাঙ্কের তালিকা

তরল	প্রতি °C	প্রতি °F
পারদ	·00018	·00010
জল (15°C—100°C)	·00037	·00021
গ্লিসারিন	·00053	·00029
তার্পিন তৈল	·00094	·00052
কোহল	·00110	·00061

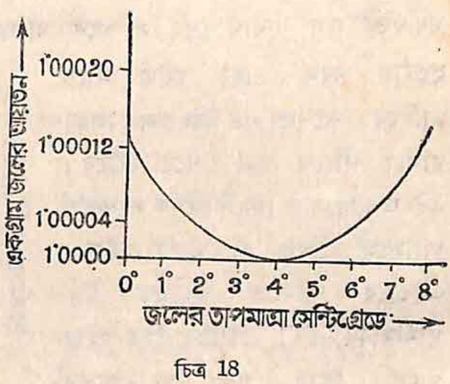
3.8. জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ (Anomalous expansion of water) :

কঠিন বা তরল পদার্থে তাপপ্রয়োগে উহাদের প্রসারণ এবং তাপ নিষ্কাশন করিলে সংকোচন হয়। কিন্তু জল ইহাদের মধ্যে ব্যতিক্রম। 0°C হইতে জলকে ধীরে ধীরে উত্তপ্ত করিলে দেখা যাইবে যে 4°C পর্যন্ত ইহার আয়তন না বাড়িয়া কমিতে থাকে। জলের আয়তন 4°C-এ সর্বাপেক্ষা কম। তাপপ্রয়োগ চলিতে থাকিলে 4°C হইতে অন্যান্য তরলের ন্যায় জলের আয়তন বাড়িতে থাকে।

উষ্ণ জলকে ঠাণ্ডা করিবার সময়েও উষ্ণতার সঙ্গে সঙ্গে জলের আয়তন কমিতে থাকে। 4°C পর্যন্ত এইভাবে চলে। তাপমাত্রা 4°C অতিক্রম করিয়া কমিতে থাকিলে জলের আয়তন বাড়িতে থাকে। আয়তন প্রসারণ বা সংকোচন, 0°C হইতে 4°C, জলের ক্ষেত্রে অন্যান্য তরলের তুলনায় সম্পূর্ণ ব্যতিক্রম। ইহাকে বলা হয় জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ।

উপরের আলোচনা হইতে স্পষ্টতঃই দেখা যাইতেছে যে **4°C তাপমাত্রায় জলের আয়তন সর্বাপেক্ষা কম**। অতএব **4°C তাপমাত্রায় জলের ঘনত্ব সর্বাপেক্ষা বেশী**।

এক গ্রাম জলের আয়তন তাপমাত্রার সহিত কিভাবে পরিবর্তিত হয় তাহা লেখচিত্র (চিত্র 18) লক্ষ্য করিলে বুঝিতে পারিবে। আয়তনকে উল্লম্ব অক্ষ (vertical axis) এবং তাপমাত্রাকে অনুভূমিক অক্ষ (horizontal axis) বরাবর অঙ্কন করা হইয়াছে। 0° C হইতে 4°C পর্যন্ত জলের আয়তন ধীরে ধীরে কমিতেছে এবং 4°C-এ আয়তন সবচেয়ে কম। আবার 4°C হইতে তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে আয়তনও বাড়িয়া যাইতেছে। লেখচিত্র হইতে ইহাই প্রমাণিত হয় যে 4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সর্বাপেক্ষা বেশী।

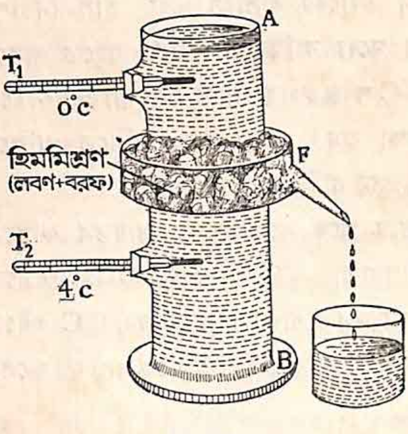


চিত্র 18

3.9. 4°C উষ্ণতায় জলের সর্বোচ্চ ঘনত্ব প্রদর্শনের জন্য পরীক্ষা (Experiment to demonstrate the maximum density of water at 4°C) :

জলের সর্বোচ্চ ঘনত্ব প্রদর্শনের জন্য টি. সি. হোপ এই পরীক্ষাটি করেন। AB একটি লম্বা কাচের চোঙ, নীচের প্রান্ত বন্ধ ও উপরের প্রান্ত খোলা। চোঙের

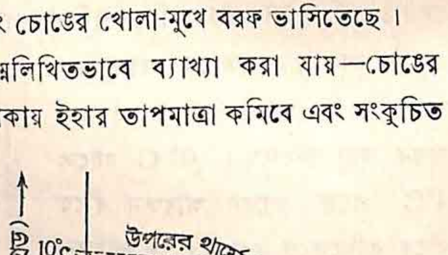
গায়ে দুইটি ছিদ্র করিয়া থার্মমিটার T_1 ও T_2 ঢুকান আছে। চোঙের মাঝামাঝি একটি পাত্র F চোঙকে চতুর্দিক পরিবেষ্টন করিয়া আছে (চিত্র 19)।



চিত্র 19

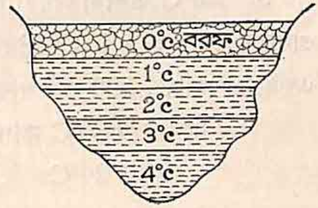
10°C উষ্ণতার কাছাকাছি জলদ্বারা চোঙকে ভরতি করা হইল। এই অবস্থায় উভয় থার্মমিটার একই উষ্ণতা নির্দেশ করিবে। F পাত্রে চারিভাগ বরফ ও একভাগ লবণের হিমমিশ্রণ রাখা হইল। এই মিশ্রণ দ্বারা জলের তাপমাত্রা −20°C পর্যন্ত নামানো যায়। কিছুক্ষণ পর দেখা যাইবে যে নীচের থার্মমিটারের তাপমাত্রা ক্রমশঃ হ্রাস পাইতেছে, ।কন্ত উপরের থার্মমিটারের কোন পরিবর্তন হইতেছে না। নীচের থার্মমিটারের তাপমাত্রা কমিয়া 4°C-এ স্থির হইয়া আছে। এইবার লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে উপরের থার্মমিটারের তাপমাত্রা ক্রমশঃ হ্রাস পাইতেছে এবং কমিতে কমিতে 0°C পর্যন্ত নামিয়া আসিয়াছে এবং চোঙের খোলা-মুখে বরফ ভাসিতেছে।

যাহা পর্যবেক্ষণ করা হইল তাহাকে নিম্নলিখিতভাবে ব্যাখ্যা করা যায়—চোঙের মধ্যবর্তী জল হিমমিশ্রণের সংস্পর্শে থাকায় ইহার তাপমাত্রা কমিবে এবং সংকুচিত হওয়ার ফলে ভারী হইয়া নীচে নামিবে। অপেক্ষাকৃত উষ্ণ জল হালকা বলিয়া নীচের জল উপরে উঠিবে। এই জল আবার হিমমিশ্রণের সংস্পর্শে আসিলে ঠাণ্ডা ও ভারী হইবে। এইভাবে কমিতে কমিতে T_2 থার্মমিটার 4°C পৌছিয়া স্থির হইয়া থাকে। ইহার পর হিমমিশ্রণের সংস্পর্শে থাকা জল 4°C উষ্ণতার কম হইয়া আয়তনে বাড়িয়া হালকা হইয়া উপরে উঠিবে এবং T_1 থার্মমিটারের তাপমাত্রা কমিতে থাকিবে এবং কমিতে কমিতে 0°C পৌছিবে। এই পরীক্ষা দ্বারা প্রমাণিত হয় যে জলের সর্বোচ্চ ঘনত্ব 4°C। সময়ের সহিত থার্মমিটারের তাপমাত্রা-পরিবর্তন 20নং চিত্রে (লেখচিত্রে) দেখান হইয়াছে।



চিত্র 20

3.10. সামুদ্রিক জগতে জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের প্রভাব (Effect of anomalous expansion of water on marine life) ঃ জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণের ফলেই শীতের দেশে প্রচণ্ড ঠাণ্ডা সত্ত্বেও সামুদ্রিক জগতে মাছ ও অন্যান্য জলচর প্রাণী বাঁচিয়া থাকিতে পারে। শীতপ্রধান দেশের পুকুর, হ্রদ, নদী ও অন্যান্য জলাশয়ের সমগ্র জল জমিয়া বরফে পরিণত হইত, যদি জলের এই ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ না ঘটিত। ফলে ঐ সব জায়গায় জলচর প্রাণী বলিয়া কিছুই থাকিত না।



চিত্র 21

ঠাণ্ডা বায়ুমণ্ডলের সংস্পর্শে থাকায় জলের উপরিভাগের তাপমাত্রা কমিলে, জল ভারী হইয়া নীচে নামিতে থাকে, নীচের উষ্ণতর জল উপরে উঠিয়া যায়। 4°C উষ্ণতায় জল সর্বাপেক্ষা ভারী বলিয়া ইহা জলাশয়ের তলায় চলিয়া যায়। 21নং চিত্র লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে বিভিন্ন স্তরের জল কিভাবে আছে। 0°C তাপমাত্রার জল সর্বাপেক্ষা হালকা বলিয়া উপরে থাকে এবং ক্রমে বরফে পরিণত হয়।

উদাহরণ

1. কাচের তুলনায় পারদের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক হইল 153×10^{-6} প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড এবং ইহার প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক হইল 180×10^{-6} প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড। কাচের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ কত?

আমরা জানি $\gamma = \gamma' + \gamma_g$;
এবং $\gamma_g = 3 \times$ দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক
$= 3\alpha$.

γ = পারদের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক
γ' = " আপাত "
γ_g = পাত্রের আয়তন "

প্রথম সমীকরণ হইতে $\gamma_g = 3\alpha = \gamma - \gamma' = 180 \times 10^{-6} - 153 \times 10^{-6}$
$= 27 \times 10^{-6}$

∴ কাচের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $\alpha = \dfrac{27 \times 10^{-6}}{3} = 9 \times 10^{-6}$ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড।

2. 0°C এবং 100°C তাপমাত্রায় পারদের ঘনত্ব যথাক্রমে 13.6 gm/c.c. এবং 13.35 gms/c.c.। পারদের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

পারদের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক, $\gamma = \dfrac{\rho_0 - \rho_t}{\rho_0 \times t}$

এইখানে ρ_o এবং ρ_t যথাক্রমে 0°C ও 100°C উষ্ণতায় পারদের ঘনত্ব

$\rho_o = 13{\cdot}6$; $\rho_t = 13{\cdot}35$ এবং $t = 100$

$$\therefore \quad \gamma = \frac{13{\cdot}6 - 13{\cdot}35}{13{\cdot}6 \times 100} = \frac{{\cdot}25}{1360} = 1{\cdot}84 \times 10^{-4}$$ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড।

3. 20°C তাপমাত্রায় পারদের ঘনত্ব 13·546 gms/c.c. এবং ইহার আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক হইল 0·000182। 80°C তাপমাত্রায় 500 c.c. পারদের ভর এবং একই তাপমাত্রায় 500 gm পারদের আয়তন নির্ণয় কর।

মনে করি 80°C তাপমাত্রায় পারদের ঘনত্ব $= \rho$

20°C ,, ,, ,, $= \rho_0$.

পারদের আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক $\gamma = \dfrac{\rho_0 - \rho}{\rho_0 \times t}$

মান বসাইয়া, $${\cdot}000182 = \frac{13{\cdot}546 - \rho}{13{\cdot}546(80-20)}$$

$$\therefore \quad \rho = 13{\cdot}546 - {\cdot}000182 \times 13{\cdot}546 \times 60$$
$$= 13{\cdot}546(1 - {\cdot}000182 \times 60) = 13{\cdot}546(1 - {\cdot}010920)$$
$$= 13{\cdot}546 \times {\cdot}98908 = 13{\cdot}42 \text{ gms/c.c.}$$

$\therefore$ 80°C তাপমাত্রায় 500 c.c. পারদের ভর $= 13{\cdot}42 \times 500$ gm

$= 6710$ gm [ভর = আয়তন × ঘনত্ব]

এবং 80°C তাপমাত্রায় 500 gm পারদের আয়তন

$$= \frac{500}{13{\cdot}42} = 37{\cdot}25 \text{ c.c.}$$ [আয়তন $= \dfrac{\text{ভর}}{\text{ঘনত্ব}}$]

4. 0°C তাপমাত্রায় একটি ভার থার্মমিটারে 100 gm পারদ আছে। একটি জলপূর্ণ পাত্রে ভার থার্মমিটারটি রাখিয়া কত উষ্ণতায় তরলকে উত্তপ্ত করিলে 4 gm পারদ বহিষ্কৃত হইবে? [পারদের আপাত-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 180 \times 10^{-6}$]

ধরি, নির্ণেয় তাপমাত্রা t_2

আমরা জানি, পারদের আপাত-প্রসারণ গুণাঙ্ক

$$= \frac{\text{বহিষ্কৃত তরলের ভর}}{\text{অবশিষ্ট তরলের ভর} \times \text{উষ্ণতা-বৃদ্ধি}}$$

$$\therefore \quad {\cdot}000180 = \frac{4}{(100-4) \times (t_2 - 0)} = \frac{4}{96 \times t_2}$$

$\therefore$ নির্ণেয় তাপমাত্রা $$t_2 = \frac{4}{96 \times {\cdot}00018} = \frac{4}{{\cdot}01728} = 231{\cdot}5°\text{C}.$$

5. ডুলং ও পেটিটের একটি পরীক্ষায় 32°F উষ্ণতায় দুইটি নলে তরলের উচ্চতা 60 cms.। তাপমাত্রা 212°F করিলে দুইটি নলের তরলের উচ্চতার তফাত হয় 5 cms.। 1°C তাপমাত্রার জন্য তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

$32^\circ F = 0^\circ C$ এবং $212^\circ F = 100^\circ C$.

$$\text{তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক} = \frac{\text{তরলস্তম্ভদ্বয়ের উচ্চতার তফাত}}{\text{ঠাণ্ডা তরলস্তম্ভের উচ্চতা} \times \text{উষ্ণতা-বৃদ্ধি}}$$

$$\therefore \quad \gamma = \frac{5}{60 \times 100} = \frac{5}{6000} = \frac{\cdot 005}{6}$$

$= \cdot 000833$ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড।

প্রশ্নাবলী

1. তরলের প্রকৃত ও আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক কাহাকে বলে? এই গুণাঙ্ক দুইটির পারস্পরিক সম্পর্ক কি?

2. দেখাও যে তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক এবং পাত্রের আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্কের সমষ্টি তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্কের সমান।

3. ভার থার্মমিটারের পদ্ধতি দ্বারা তরলের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয়ের পদ্ধতি বর্ণনা কর। ইহার নাম থার্মমিটার কেন রাখা হইয়াছে?

4. ডুলং ও পেটিটের পদ্ধতির সাহায্যে কিভাবে তরলের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক বাহির করিবে তাহা বর্ণনা কর।

5. "4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সর্বোচ্চ"—কথাটির অর্থ বুঝাইয়া দাও। জল ও পারদকে 0°C হইতে 4°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করিলে ইহাদের মধ্যে ব্যবহারের তফাত কি হইবে?

"4°C উষ্ণতায় জলের ঘনত্ব সর্বোচ্চ"—পরীক্ষার দ্বারা প্রমাণ কর।

6. জলের ব্যতিক্রান্ত প্রসারণ বলিতে কি বুঝ? সামুদ্রিক জগতে ইহার প্রভাব কি?

7. 20°C তাপমাত্রায় একটি কাচের ফ্লাস্কের আয়তন 1 লিটার। তাপমাত্রা 40°C বৃদ্ধি করিলে প্রমাণ কর যে পাত্রের আয়তন ·5 মিলিলিটার বাড়িবে। [কাচের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক $= 8 \times 10^{-6}$ per °C]

8. একটি লম্বা, সূক্ষ্ম ও সমব্যাসযুক্ত রন্ধ্র কাচনলে 0°C তাপমাত্রায় 1 মিটার দীর্ঘ একটি পারদসূত্র আছে। তাপমাত্রা 100°C পর্যন্ত বৃদ্ধি করিলে পারদসূত্রের

দৈর্ঘ্য 16·5 মিলিলিটার বৃদ্ধি পায়। পারদের প্রসারণ-গুণাঙ্ক 0·000182 হইলে কাচের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক নির্ণয় কর। [উঃ $8{\cdot}3 \times 10^{-6}$ per °C]

9. একটি কাচের ফ্লাস্কের ভিতরের আয়তনের $\frac{3}{20}$ অংশ পারদ দ্বারা পূর্ণ। কাচের আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক 27×10^{-6} প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড এবং পারদের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক 180×10^{-6} প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড হইলে প্রমাণ কর যে তাপমাত্রার পরিবর্তন করিলেও ফ্লাস্কের ভিতরের অংশের আয়তনের কোন পরিবর্তন হইবে না।

10. একটি ভার থার্মমিটারের খালি অবস্থায় ওজন 1·8760 গ্রাম। ইহাকে 0°C তাপমাত্রায় পারদ দ্বারা পূর্ণ করা হইল এবং ইহাকে 100°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হইল। ফলে 0·235 গ্রাম পারদ থার্মমিটার হইতে বহিষ্কৃত হইল। অবশিষ্ট তরল সমেত থার্মমিটারের ওজন 16·8625 গ্রাম হইলে পারদের আপাত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উঃ 16×10^{-5} per °C]

11. 15°C তাপমাত্রায় একটি কাচের ফ্লাস্কে সম্পূর্ণ ভরতি অবস্থায় 1000 গ্রাম পারদ আছে। ইহার তাপমাত্রা 100 C পর্যন্ত বর্ধিত করিলে কি পরিমাণ পারদ বাহির হইয়া আসিবে? [পারদের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক = ·00018 এবং কাচের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক = ·00001]

[উঃ 12·6 গ্রাম (প্রায়)]

12. 15°C তাপমাত্রায় একটি ভার থার্মমিটারে 510 গ্রাম পারদ আছে। ইহাকে একটি গরম তরলের পাত্রে বসাইলে 500 গ্রাম তরল অবশিষ্ট থাকে। গরম তরল পাত্রের তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [পারদের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক ·00018 এবং কাচের দৈর্ঘ্য-প্রসারণ গুণাঙ্ক ·00001]

[উঃ 148·3°C]

13. ডুলং ও পেটিটের একটি পরীক্ষায় গরম ও ঠাণ্ডা তরল স্তম্ভদ্বয়ের তাপমাত্রা যথাক্রমে 100°C ও 0°C। গরম ও ঠাণ্ডা তরলস্তম্ভদ্বয়ের উচ্চতা যথাক্রমে 51 সেমি. এবং 50·1 সেমি.। পারদের প্রকৃত প্রসারণ-গুণাঙ্ক নির্ণয় কর।

[উঃ ·00018 প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড]

চতুর্থ অধ্যায়

গ্যাসের প্রসারণ (Expansion of Gases)

4.0. গ্যাসের তাপীয় প্রসারণ (Thermal expansion of gases) :

তাপ প্রয়োগ করিলে কঠিন ও তরল পদার্থের ন্যায় গ্যাসেরও প্রসারণ হয়, তবে কঠিন ও তরল পদার্থের প্রসারণের তুলনায় গ্যাসীয় পদার্থের প্রসারণের হার অনেক বেশী। গ্যাসের নিজস্ব কোন আকার নাই, সেইজন্য গ্যাসের দৈর্ঘ্য বা ক্ষেত্র-প্রসারণ হয় না। গ্যাসের প্রসারণের হার এত বেশী যে, যে পাত্রে ইহাকে রাখা হয় সেই পাত্রের প্রসারণকে উপেক্ষা করিলেও বিশেষ ভুল হইবে না। কঠিন ও তরল পদার্থের উপর চাপের বিশেষ কোন প্রভাব নাই, কিন্তু গ্যাসের উপর চাপ প্রয়োগ করিলে গ্যাসের আয়তনের পরিবর্তন হয়। নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন ইহার চাপ ও তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে। তদনুসারে নিম্নলিখিত সূত্রগুলি পাওয়া যায়—

(1) **বয়েলের সূত্র (Boyle's law) :**

তাপমাত্রা স্থির থাকিলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন চাপের সহিত ব্যস্তানুপাতে (inversely) পরিবর্তিত হয়।

ধরা যাক্, নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন V এবং ইহার উপর চাপ P।

বয়েলের সূত্রানুযায়ী, $V \propto \frac{1}{P}$ যদি গ্যাসের তাপমাত্রা অপরিবর্তিত থাকে।

অর্থাৎ $PV =$ ধ্রুবক।

ধ্রুবকের মান উষ্ণতা t এবং গ্যাসের ভরের উপর নির্ভর করে।

উষ্ণতাকে স্থির রাখিয়া যদি নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের চাপ $p_1, p_2, p_3, \cdots\cdots$ এবং আয়তন পরিবর্তিত হইয়া যথাক্রমে $v_1, v_2', v_3, \cdots\cdots$ হয়, তাহা হইলে বয়েলের সূত্রানুসারে $p_1 v_1 = p_2 v_2 = p_3 v_3 = \cdots =$ ধ্রুব রাশি।

তাপমাত্রা স্থির রাখিয়া চাপ পরিবর্তনের জন্য গ্যাসের যে আয়তনের পরিবর্তন হয় তাহাকে সম-তাপমাত্রা (Isothermal) পরিবর্তন বলে।

(2) **চার্লসের সূত্র (Charle's law) :**

চাপ স্থির থাকিলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য ইহার $0°C$ তাপমাত্রার আয়তনের একটি নির্দিষ্ট ভগ্নাংশে $\left(\frac{1}{273}\right)$ বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

ধরা যাক্, 0°C তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন V_o
এবং t°C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের আয়তন = V_t

নির্দিষ্ট ভগ্নাংশটি সাধারণতঃ γ_p দ্বারা প্রকাশ করা হয়। ইহার মান $\frac{1}{273}$

সুতরাং 1°C তাপমাত্রায় গ্যাসের আয়তন = $V_o + V_o.\gamma_p$

2°C … … … $= V_o + V_o.2\gamma_p$

3°C … … … $= V_o + V_o.3\gamma_p$

এইভাবে, t°C … … … $= V_o + V_o.t.\gamma_p$

$$= V_o(1+\gamma_p.t)$$

$$\text{অতএব, } V_t = V_o(1+\gamma_p t)$$

$$\text{এবং, } \gamma_p = \frac{V_t - V_o}{V_o.t}$$

এই নির্দিষ্ট ভগ্নাংশ γ_p-কে স্থির চাপে গ্যাসের আয়তন-প্রসারণ গুণাঙ্ক অথবা গ্যাসের আয়তন-গুণাঙ্ক (volume coefficient) বলে।

যদি তাপমাত্রা বৃদ্ধি না করিয়া হ্রাস করা হয় তাহা হইলে t°C তাপমাত্রা হ্রাসের জন্য গ্যাসের আয়তন,

$$V_t = V_o(1-\gamma_p.t). \quad \text{এইখানে } \gamma_p = \tfrac{1}{273}.$$

4.1. উষ্ণতার পরম স্কেল (Absolute scale of temperature) :

চার্লসের সূত্র হইতে আমরা পাই t°C তাপমাত্রা হ্রাসের ফলে কিছু পরিমাণ গ্যাসের আয়তন $V_t = V_o\left(1-\frac{t}{273}\right)$। তাপমাত্রা কমাইতে কমাইতে যদি −273°C-এ পৌঁছায় তাহা হইলে ঐ উষ্ণতায় আয়তন হইবে

$$V_t = V_o(1-\tfrac{273}{273}) = V_o(1-1) = 0.$$

অর্থাৎ **−273°C তাপমাত্রা পর্যন্ত কোন গ্যাস চার্লসের সূত্র মানিয়া চলিলে ঐ উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন শূন্য হইবে।** তাপমাত্রা ইহা অপেক্ষা কম হইলে গ্যাসের আয়তন ঋণাত্মক হইবে। ঋণাত্মক আয়তন অকল্পনীয় এবং অর্থহীন। একমাত্র গণিতের ক্ষেত্রেই সম্ভব, বাস্তবে নহে।

তাহা হইলে ইহা স্পষ্টই দেখা যাইতেছে যে এই মহাবিশ্বে কোন বস্তুকে −273°C অপেক্ষা নিম্নতর উষ্ণতায় আনিতে পারা যাইবে না। এইজন্য এই উষ্ণতাকে **পরম শূন্য তাপমাত্রা** (Absolute zero of temperature) বলা হয়।

এই পরম শূন্য তাপমাত্রাকে উষ্ণতার শূন্য ধরিয়া একটি নূতন স্কেল প্রবর্তিত হইয়াছে। এই তাপমাত্রাকে °A অথবা °K (Degree Absolute or Degree Kelvin) দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

এই স্কেলে জলের হিমাঙ্ক (0°C) = 273°A

জলের স্ফুটনাঙ্ক (100°C) = (100 + 273) = 373°A

এবং যে-কোন তাপমাত্রা t°C = (t + 273) °A = T হইবে।

4.2. পরম স্কেলে চার্লসের সূত্র : চার্লসের সূত্র হইতে পাই—

$$V_t = V_o(1+\gamma_p t) = V_o\left(1+\frac{t}{273}\right) = V_o\left(\frac{273+t}{273}\right)$$

$$= \frac{V_o}{273}.T \quad [\because \; T^\circ A = 273 + t]$$

এইখানে T হইল পরম স্কেলে তাপমাত্রা এবং নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের ক্ষেত্রে V_o = ধ্রুবক।

$$\therefore \; V_t \propto T.$$

সুতরাং চাপ স্থির থাকিলে নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের আয়তন ইহার চরম তাপমাত্রার সহিত সমানুপাতিক।

অর্থাৎ স্থির চাপে $V \propto T$ অথবা $\frac{V}{T}$ = ধ্রুবক।

যদি T_1°A এবং T_2°A তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন V_1 এবং V_2 হয়, তাহা হইলে স্থির চাপে

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} = \text{ধ্রুবক।}$$

4.3. চাপের সূত্র (Pressure law) : আয়তন স্থির থাকিলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেড তাপমাত্রা বৃদ্ধি বা হ্রাসের জন্য ইহার 0°C-এর চাপের একটি নির্দিষ্ট ভগ্নাংশে ($\frac{1}{273}$) বৃদ্ধি বা হ্রাস পায়।

যদি 0°C তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ গাসের চাপ P_o হয়

এবং t°C তাপমাত্রা বৃদ্ধির বা হ্রাসের জন্য গ্যাসের চাপ P_t হয়,

তাহা হইলে $P_t = P_o\left(1+\frac{t}{273}\right) = P_o(1+\gamma_v t)$.

এইখানে $\frac{1}{273} = \gamma_v$ = চাপগুণাঙ্ক (pressure coefficient)।

4.4. γ_p ও γ_v-এর পারস্পরিক সম্পর্ক (Relation between the coefficients) :

কোন গ্যাস বয়েল, চার্লস এবং চাপের সূত্র মানিয়া চলিলে প্রমাণ করা যায় যে $\gamma_p = \gamma_v$ হইবে।

ধরা যাক্‌, 0°C তাপমাত্রায় কোন গ্যাসের আয়তন V_o এবং চাপ P_o। চাপ (P_o)-কে অপরিবর্তিত রাখিয়া উষ্ণতা 0°C হইতে t°C পর্যন্ত বর্ধিত করিলে, এবং ঐ উষ্ণতায় আয়তন V_t হইলে, চার্লস-এর সূত্র অনুসারে, $V_t = V_o(1+\gamma_p t)$ ......(1)

এখন উষ্ণতা t°C স্থির রাখিয়া P_o ক্রমশঃ বর্ধিত করিতে থাকিলে আয়তন কমিতে থাকিবে। চাপ বর্ধিত করিয়া P_t করা হইল এবং আয়তন কমিয়া পুনরায় V_o হইল। বয়েল-এর সূত্র অনুযায়ী

$$P_o V_t = P_t V_o \qquad \text{......(2)}$$

সমীকরণ (1) এবং (2) হইতে, $P_o V_o(1+\gamma_p t) = P_t V_o$

$$\text{বা, } P_o(1+\gamma_p t) = P_t \qquad \text{......(3)}$$

কিন্তু চাপসূত্র হইতে আমরা পাই, স্থির আয়তনে,

$$P_o(1+\gamma_v t) = P_t \qquad \text{......(4)}$$

সমীকরণ (3) এবং (4) হইতে,

$$1+\gamma_p.t = 1+\gamma_v.t \text{ অর্থাৎ } \gamma_p = \gamma_v.$$

4.5. বয়েল ও চার্লস-এর সূত্রদ্বয়ের সমন্বয় :

বয়েল-এর সূত্র হইতে আমরা জানি, তাপমাত্রা স্থির থাকিলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন চাপের সহিত ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়।

অর্থাৎ $V \propto \frac{1}{P}$ যখন তাপমাত্রা স্থির থাকে। ......(1)

চার্লস-এর সূত্র হইতে, $V \propto T$ যখন চাপ স্থির থাকে ......(2)

(1) ও (2)নং সমীকরণ হইতে $V \propto \frac{T}{P}$ যখন তাপমাত্রা ও চাপ উভয়েই পরিবর্তিত হয়,

$$\text{অথবা } \frac{PV}{T} = \text{ধ্রুবক।}$$

যদি T_1°A তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন V_1 ও চাপ P_1 এবং T_2°A তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের আয়তন V_2 ও চাপ P_2 হয়, তাহা হইলে

$$\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \text{ধ্রুবক।}$$

4.6. আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ (Equation of an ideal gas) :

বয়েল ও চার্লস-এর সূত্রদ্বয় সমন্বয় করিয়া আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে আমরা পাই

$$\frac{PV}{T} = \text{ধ্রুবক ।}$$

এই ধ্রুবককে R ধরা হয়। $\therefore$ PV = RT.

উক্ত সমীকরণকে আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ বলা হয়।

$\frac{PV}{T}$-এর মান গ্যাসের ভরের উপর নির্ভর করে। যদি কোন গ্যাসের এক গ্রাম-অণু (gramme-molecule) ধরা হয় তাহা হইলে ইহার মান সব গ্যাসের ক্ষেত্রে সমান হইবে। এই ধ্রুবককে বলা হয় **সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক** (universal gas constant)।

সুতরাং এক গ্রাম-অণুর গ্যাসের ক্ষেত্রে

$$\frac{PV}{T} = R \quad \therefore \ PV = RT.$$

R-এর মান $8{\cdot}31 \times 10^7$ আর্গ্স্ প্রতি গ্রাম প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে।

কিন্তু যদি এক গ্রাম-অণু গ্যাসের পরিবর্তে n গ্রাম-অণু গ্যাস ধরা হয় তবে উপরোক্ত গ্যাস সমীকরণ নিম্নলিখিতভাবে লেখা যায়,

$$PV = nRT = KT \ [\text{ এখানে } K = nR \ ].$$

4.7. প্রকৃত গ্যাস সমীকরণ (Real gas equation) :

প্রকৃত গ্যাস সম্পূর্ণভাবে বয়েলের সূত্র মানিয়া চলে না এবং আদর্শ গ্যাস সমীকরণ PV = RT কোনমতেই গ্যাসের বয়েল সূত্র না মানিয়া চলার কারণ ব্যাখ্যা করিতে পারে না। 1879 খ্রীষ্টাব্দে ভ্যান্-ডার-ওয়ালস্ এই বিচ্যুতির কারণ হিসাবে দুইটি কারণ বিবেচনা করেন—(i) গ্যাস অণুগুলির একটি নির্দিষ্ট আয়তন আছে—ইহারা বিন্দু নহে, (ii) অণুগুলির পরস্পরের মধ্যে আকর্ষণ বিদ্যমান। ভ্যান্-ডার-ওয়ালস্ এই দুইটি কারণের উপর গ্যাস সমীকরণ সংশোধন করেন। চাপ এবং আয়তনের এই সংশোধন করিয়া বাস্তব গ্যাসের ক্ষেত্রে সমীকরণটি আমরা নিম্নলিখিত রূপে লিখিতে পারি,

$$\left(P + \frac{a}{V^2}\right)\left(V - b\right) = RT.$$

উক্ত সমীকরণটিই ভ্যান্-ডার-ওয়ালস্-এর সমীকরণ নামে পরিচিত। a এবং b-কে বলা হয় ভ্যান্-ডার-ওয়ালের ধ্রুবক।

4.8. গ্যাসের প্রসারণ-গুণাঙ্ক (Coefficients of expansion of gases) ঃ

গ্যাসের দুইটি প্রসারণ-গুণাঙ্ক আছে—

(1) আয়তন-গুণাঙ্ক (volume coefficient)

এবং (2) চাপ-গুণাঙ্ক (pressure coefficient)।

আয়তন-গুণাঙ্ক ঃ সংজ্ঞা ঃ চাপ স্থির থাকিলে নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের তাপমাত্রা $0^\circ C$ হইতে $1^\circ C$ পর্যন্ত বৃদ্ধি করিলে ইহার প্রতি একক আয়তনে যে আয়তন-প্রসারণ হইবে তাহাকে উক্ত গ্যাসের আয়তন-গুণাঙ্ক বলে।

ধরা যাক্, $0^\circ C$ এবং $t^\circ C$ তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন যথাক্রমে V_0 এবং V_t। তাহা হইলে আয়তন বৃদ্ধি $= V_t - V_0$ এবং তাপমাত্রা-বৃদ্ধি $t^\circ C$।

$t^\circ C$ তাপমাত্রা-বৃদ্ধির ফলে আয়তন-বৃদ্ধি $= V_t - V_0$

$1^\circ C$ ... ... $= \dfrac{V_t - V_0}{t}$

প্রতি একক আয়তনে $1^\circ C$ ... ... $= \dfrac{V_t - V_0}{V_0 \times t}$

সংজ্ঞানুসারে ইহাই আয়তন-গুণাঙ্ক। $\therefore \ \gamma_p = \dfrac{V_t - V_0}{V_0 \times t}$.

চাপ-গুণাঙ্ক ঃ সংজ্ঞা ঃ আয়তন স্থির থাকিলে কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের তাপমাত্রা $0^\circ C$ হইতে $1^\circ C$ পর্যন্ত বৃদ্ধি করিলে ইহার প্রতি একক চাপে যে চাপবৃদ্ধি হইবে তাহাকে উক্ত গ্যাসের চাপ-গুণাঙ্ক বলে।

ধরা যাক্, $0^\circ C$ এবং $t^\circ C$ তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের চাপ যথাক্রমে P_0 এবং P_t।

$\therefore$ চাপবৃদ্ধি $P_t - P_0$ এবং তাপমাত্রা-বৃদ্ধি $t - 0 = t^\circ C$

এখন, $t^\circ C$ তাপমাত্রা-বৃদ্ধির জন্য চাপবৃদ্ধির পরিমাণ $= P_t - P_0$

$1^\circ C$ ... ... $= \dfrac{P_t - P_0}{t}$

প্রতি একক চাপে $1^\circ C$ ... ... $= \dfrac{P_t - P_0}{P_0 \times t}$

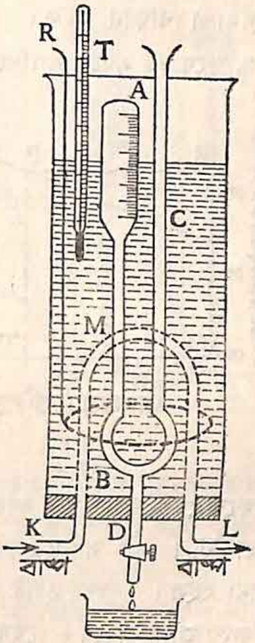
সংজ্ঞানুসারে ইহাই চাপ-গুণাঙ্ক। $\therefore \ \gamma_v = \dfrac{P_t - P_0}{P_0 \times t}$.

পূর্বেই প্রমাণ করা হইয়াছে $\gamma_p = \gamma_v = \dfrac{1}{273} = \cdot 00366$ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে।

4.9. আয়তন-গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of volume coefficient) :

রেঁনোর স্থির-চাপ থার্মমিটার দ্বারা আয়তন-গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of volume coefficient by Regnault's constant pressure thermometer) :

22নং চিত্রে রেঁনোর স্থির-চাপ থার্মমিটার দেখানো হইয়াছে। এই যন্ত্রে ABC একটি U-আকৃতির কাচের নল। ঐ নলের একমুখে একটি বাল্‌ব A আছে এবং অন্যমুখ খোলা। বাল্‌বের গায়ে আয়তনসূচক স্কেল অংশাঙ্কিত আছে। ABC নলের নিম্নাংশ হইতে আর একটি ছিপিযুক্ত সরু নল D বাহির হইয়াছে। সমগ্র U-নলটিকে একটি মোটা কাচের চোঙে রাখা হইয়াছে। চোঙের উপরপ্রান্ত খোলা এবং অন্যপ্রান্ত রবারের ছিপি দ্বারা বন্ধ করা থাকে। ছিপির মধ্য দিয়া একটি ধাতব নল KML ঢুকান আছে। বড় কাচের পাত্র জল দ্বারা এরূপে পূর্ণ করা হইল যাহাতে A বাল্‌বটি নলের মধ্যে থাকে এবং নলের খোলা প্রান্ত জলের উপর থাকে। জলকে নাড়িবার জন্য আলোড়ক R এবং জলের তাপমাত্রা মাপিবার জন্য থার্মমিটার রাখিবার ব্যবস্থা আছে। বাল্‌বের কিছু অংশ এবং BC নলের কিছু অংশ গাঢ় সালফিউরিক অ্যাসিড দ্বারা ভরতি করা হয়। A বাল্‌বের বাকী অংশে বায়ু বা অন্য কোন গ্যাস রহিয়াছে। গ্যাসের আয়তন ইহার গায়ে চিহ্নিত স্কেল হইতে সরাসরি জানিতে পারা যায়। ABC নলের উভয় বাহুতে অ্যাসিডের উচ্চতা সমান করিবার জন্য নলের মুখে অ্যাসিড ঢালা যায় কিংবা D নলের ছিপি খুলিয়া অ্যাসিড বাহির করিয়া লওয়াও যায়।

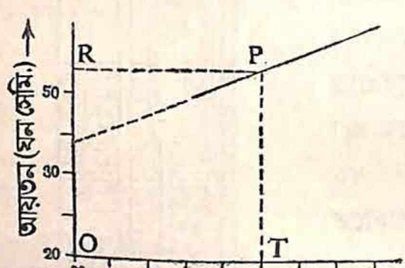


চিত্র 22

কার্যপদ্ধতি : ABC নলের উভয় বাহুতে অ্যাসিডের উচ্চতা সমান করিয়া বাল্‌ব A-তে বায়ুর আয়তন মাপা হয়। জলের তাপমাত্রার পাঠ লইবার পর KML ধাতব নলের মধ্য দিয়া বাষ্প পাঠান হয়। জলের উষ্ণতা ধীরে ধীরে বাড়িতে থাকে এবং জল কর্তৃক গৃহীত তাপ যাহাতে সর্বত্র ছড়াইয়া পড়িতে পারে তাহার জন্য আলোড়ক R-কে সর্বদা নাড়িতে হইবে।

জলের উষ্ণতা বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে বাল্‌ব A-এর বাষ্প গরম হইয়া প্রসারিত হয়। বাষ্পের প্রবাহ নিয়ন্ত্রিত করিয়া জলের উষ্ণতার মান নির্দিষ্ট করা যায়। এইদিকে বাল্‌ব A-তে বায়ু প্রসারিত হইলে অ্যাসিড B অংশের নল হইতে C-এর দিকে উঠিয়া আসে। অ্যাসিডের উচ্চতা দুই অংশে সমান করিয়া বাল্‌ব A-তে বায়ুর আয়তন এবং নলের উষ্ণতা মাপা হইল। নলের দুই অংশে অ্যাসিডের উচ্চতা সমান বলিয়া চাপের মান অপরিবর্তিত রহিল।

পুনরায় বাষ্প পাঠাইয়া 10°C (অথবা অন্য কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতা) পর্যন্ত জলের তাপমাত্রা বাড়ান হইল। একই পদ্ধতিতে বায়ুর আয়তন ও জলের তাপমাত্রা মাপা হইল, তবে এই সময়ে অ্যাসিডের উচ্চতা দুই অংশে সমান থাকিবে। এইভাবে ধাপে ধাপে উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে হইবে এবং চাপ স্থির রাখিয়া বায়ুর আয়তন মাপিতে হইবে।



চিত্র 23

এইবার আয়তন-উষ্ণতার একটি লেখ-চিত্র (চিত্র 23) আঁকিতে হইবে। তাপ-মাত্রাকে অনুভূমিক অক্ষ বরাবর এবং আয়তনকে উল্লম্ব অক্ষ বরাবর আঁকিলে, লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা হইবে। সরল-রেখাকে বর্ধিত করিলে ইহা আয়তনের অক্ষকে যে বিন্দুতে ছেদ করিবে তাহাই হইবে 0°C উষ্ণতায় বায়ুর আয়তন। মনে কর, উহা V_o। ঐ সরলরেখার যে-কোন একটি বিন্দু P লইয়া দুই অক্ষ বরাবর দুইটি লম্ব টানা হইল। লম্বদ্বয় দুইটি অক্ষকে যে যে বিন্দুতে ছেদ করিবে তাহা হইতে আয়তন ও উষ্ণতা জানা যাইবে। যেমন OT তাপমাত্রা নির্দেশ করিবে এবং ঐ তাপমাত্রায় আয়তন OR হইতে পাওয়া যায়। মনে কর, ইহারা যথাক্রমে t°C ও V_t।

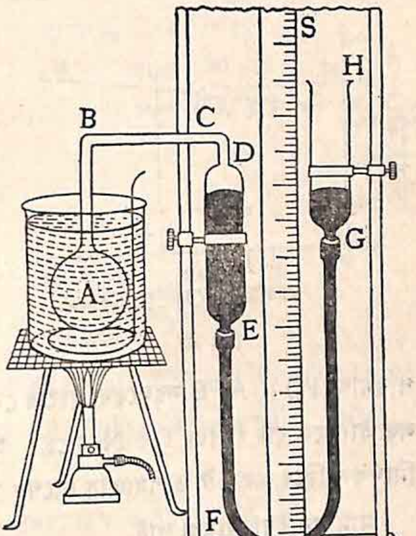
$$\therefore \text{আয়তন-গুণাঙ্ক } \gamma_p = \frac{V_t - V_o}{V_o \times t}.$$

γ_p-এর মান হইবে $\frac{1}{273} = {}^{\cdot}0036$ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে।

4.10. জলির স্থির-আয়তন থার্মমিটার দ্বারা চাপ-গুণাঙ্ক নির্ণয় (Determination of pressure coefficient by Jolly's constant volume thermometer) :

জলির স্থির-আয়তন থার্মমিটার 24নং চিত্রে দেখান হইয়াছে। BCD নলের B প্রান্তে A একটি কাচের বাল্‌ব এবং D প্রান্ত একটু অপেক্ষাকৃত মোটা কাচনল

DE-র সহিত সংযুক্ত। GH আর একটি মোটা কাচনল, ইহার উপরের মুখ খোলা এবং বায়ুমণ্ডলের সহিত সংযুক্ত। DE ও GH—ইহারা EFG রবারের নলদ্বারা পরস্পরের সহিত যুক্ত এবং একটি কাঠের ফ্রেমে ইহাদের আটকান আছে। ইহাদের উপরে তোলা বা নীচে নামাইবার বন্দোবস্ত আছে। কাঠের ফ্রেমে একটি স্কেল আছে। স্কেলের উপর D-এর কাছাকাছি একটি দাগ দেওয়া থাকে এবং পাঠ লইবার সময় পারদকে সর্বদা ঐ দাগ পর্যন্ত রাখিলে A বাল্‌বের মধ্যে বায়ুর আয়তন সর্বদা স্থির থাকিবে। DE ও GH-এর কিছু অংশ এবং EFG রবারের নলের সমগ্র অংশ পারদ দ্বারা ভরতি থাকে বাল্‌ব A হইতে D পর্যন্ত এই অংশটা বায়ুর দ্বারা পূর্ণ থাকে। থার্মমিটার T দ্বারা বায়ুর তাপমাত্রা মাপা হয়।



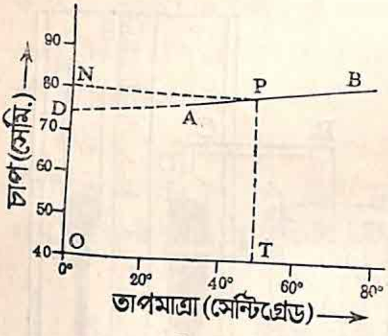
চিত্র 24

একটি ধাতব পাত্র জল দ্বারা পূর্ণ করিয়া বাল্‌ব A-কে ইহার মধ্যে নিমজ্জিত রাখা হয় এবং আলোড়ক R দ্বারা জলকে সর্বদা নাড়িতে হয়। পাত্রস্থ জলকে গরম করিবার জন্য উপযুক্ত ব্যবস্থা করা হইয়াছে।

কার্যপদ্ধতি ঃ প্রথমে GH নলকে উঠাইয়া বা নামাইয়া DE নলের পারদ-স্তম্ভকে পূর্বে উল্লিখিত দাগ পর্যন্ত আনিতে হইবে। এই অবস্থায় দুইটি নলের পারদ-স্তম্ভের উচ্চতা স্কেল হইতে মাপা হয়। মনে কর, এই দুইটি পাঠের তফাত h_1। তাহা হইলে এই অবস্থায় A বাল্‌বে বায়ুর চাপ = বায়ুমণ্ডলের চাপ $(\mathrm{H})+h_1$ পারদস্তম্ভের চাপ [মনে রাখিতে হইবে যদি GH নলের পারদতল DE নলের পারদতলের নীচে থাকে তাহা হইলে বায়ুর চাপ হইবে $\mathrm{H}-h_1$]। থার্মমিটার দ্বারা জলের অর্থাৎ A-র অভ্যন্তরস্থ বায়ুর উষ্ণতা মাপা হইল।

এখন বার্নারের সাহায্যে জলকে উত্তপ্ত করা হইল। জলের তাপমাত্রা বাড়িবার সঙ্গে সঙ্গে A-র বায়ুর প্রসারণ হইতে থাকে এবং DE নলের পারদ নীচে নামিতে থাকে এবং অপরদিকে GH নলের পারদতল উঠিতে থাকে। আলোড়ক R দ্বারা জলের উষ্ণতা সর্বত্র সমান রাখিতে হইবে। প্রতি 5°C বা 10°C অন্তর দুইটি নলে

পারদতলের মাপ লইবার সময়ে GH নলকে উঠাইয়া বা নামাইয়া পারদতলকে D-র নির্দিষ্ট দাগ পর্যন্ত আনিতে হয়। এই সময়ে যাহাতে উষ্ণতা কিছুক্ষণের জন্য স্থির থাকে তাহার জন্য বার্নারটিকে সরাইয়া রাখিতে হয়।



চিত্র 25

তাপমাত্রাকে অনুভূমিক অক্ষ বরাবর এবং চাপকে উল্লম্ব অক্ষ বরাবর (চিত্র 25) আঁকিলে লেখচিত্রটি একটি সরলরেখা APB হইবে। সরলরেখাটিকে PA-এর দিকে বর্ধিত করিলে ইহা চাপ-অক্ষকে D বিন্দুতে ছেদ করিবে। তাহা হইলে OD হইবে 0°C তাপমাত্রায় বায়ুর চাপের পরিমাণ (P_o)। APB সরলরেখা হইতে যে-কোন P বিন্দু হইতে দুইটি অক্ষ বরাবর লম্ব আঁকিলে যদি ইহারা T ও N-এ ছেদ করে তাহা হইলে OT তাপমাত্রা (t°C) নির্দেশ করিবে এবং ঐ তাপমাত্রায় চাপের পরিমাণ হইবে NO (মনে কর ইহা P_t)।

মান বসাইয়া আমরা পাই,

$$\text{চাপ-গুণাঙ্ক}\ \ \gamma_v = \frac{P_t - P_o}{P_o \times t}.$$

γ_v-এর মান $= 1/273 = \cdot 00366$ প্রতি ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে।

এই প্রসঙ্গে ইহা উল্লেখ করা যাইতে পারে যে আয়তন-গুণাঙ্ক এবং চাপ-গুণাঙ্ক জানা থাকিলে উপরোক্ত দুইটি পদ্ধতির যে-কোন একটির সাহায্যে অজ্ঞাত তাপমাত্রা নির্ণয় করা যাইতে পারে বলিয়া যন্ত্র দুইটির নাম থার্মমিটার বলা হয়।

উদাহরণ ঃ 1. 20°C তাপমাত্রায় এবং 760 mm. পারদের চাপে কিছু পরিমাণ শুষ্কবায়ুর আয়তন 1000 c.c.। কত তাপমাত্রায় 750 mm. পারদের চাপে ঐ বায়ুর আয়তন 1400 c.c. হইবে ?

আমরা জানি $\frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2}$

এখানে $P_1 = 760$ mm. | $P_2 = 750$ mm.
$V_1 = 1000$ c.c. | $V_2 = 140$ c.c.
$T_1 = (20 + 273)$°A $= 293$°A | $T_2 = ?$

রাশিগুলির মান বসাইয়া,

$$\frac{760 \times 1000}{293} = \frac{750 \times 1400}{T_2}$$

$$\therefore\ \ T_2 = \frac{1400 \times 750 \times 293}{760 \times 1000} = 404{\cdot}8\text{°A}$$

$\therefore$ নির্ণেয় তাপমাত্রা $= (404{\cdot}8 - 273)$ বা $131{\cdot}8$°C.

2. 0°C তাপমাত্রায় কিছু পরিমাণ গ্যাসের চাপ 100 cm. পারদের চাপের সমান। কত তাপমাত্রায় ঐ পরিমাণ গ্যাসের চাপ 136·63 cm. পারদের চাপের সমান হইবে ? [গ্যাসের চাপ-গুণাঙ্ক = 0·003663]

আমরা জানি $P_t = P_0(1+\gamma_v)t_1$ । এইখানে, $P_t = 136{\cdot}63$ cm.

সমীকরণে প্রদত্ত মান বসাইয়া, $P_0 = 100$ cm.

$136{\cdot}63 = 100(1 + {\cdot}003663t)$ $\gamma_v = {\cdot}003663$

$t = ?$

$$\text{বা, } \frac{136{\cdot}63}{100} = 1 + {\cdot}003663t$$

$$\text{বা, } 1{\cdot}3663 = 1 + {\cdot}003663t$$

$$\text{বা, } {\cdot}3663 = {\cdot}003663t \quad \text{অতএব } t = \frac{{\cdot}3663}{{\cdot}003663} = 100^\circ\text{C}.$$

3. 77°C তাপমাত্রায় ও প্রমাণ বায়ুমণ্ডলের অর্ধেক চাপে, এক গ্রাম CO_2-এর আয়তন কত হইবে ? 0°C তাপমাত্রায় এবং প্রমাণ বায়ুমণ্ডলের চাপে 1 c.c. CO_2-এর ওজন = ·0019 গ্রাম।

·0019 gm. CO_2-এর আয়তন 1 c.c. প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায়

$$1 \;\ldots\; \ldots \qquad \ldots \frac{1}{{\cdot}0019}\text{ c.c.} \;\ldots\; \ldots\; \ldots\; \ldots$$

বয়েল ও চার্লস-এর সূত্র হইতে পাই,

$$\frac{P_1V_1}{T_1} = \frac{P_2V_2}{T_2}$$

প্রদত্ত মান বসাইয়া,

$$\frac{1}{{\cdot}0019} \cdot \frac{76}{273} = \frac{76 \times V_2}{2 \times 350}$$

$P_1 = 76$ cm.	$P_2 = \frac{76}{2}$
$V_1 = 1/{\cdot}0019$ c.c.	$V_2 = ?$
$T_1 = 273^\circ$C	$T_2 = (273+77) = 350^\circ$C

$$\therefore V_2 = \frac{76 \times 2 \times 350}{{\cdot}0019 \times 273 \times 76} = \frac{700}{273 \times {\cdot}0019} = 1349{\cdot}5 \text{ c.c.}$$

4. প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় 1 লিটার শুষ্ক বায়ুর ওজন 1·293 gm.। বায়ুমণ্ডলের চাপে ও 100°C তাপমাত্রায় 3 লিটার শুষ্ক বায়ুর ওজন কত হইবে ?

আমরা জানি, কোন পদার্থ গরম হইলে আয়তনে বাড়ে এবং হালকা হয়, কিন্তু পদার্থের ভর (m) স্থির থাকে। পদার্থের আয়তন ও ঘনত্ব t_1°C উষ্ণতায় যথাক্রমে V_1 ও D_1 এবং t_2°C উষ্ণতায় ইহাদের মান V_2 ও D_2 হইলে,

$$m = V_1D_1 = V_2D_2$$

$$\text{বা, } V_1 = \frac{m}{D_1} \text{ এবং } V_2 = \frac{m}{D_2}.$$

বয়েল এবং চার্লসের সূত্র অনুযায়ী $\frac{P_1V_1}{T_1}=\frac{P_2V_2}{D_2}$......(1)

V_1 ও V_2-এর মান বসাইয়া,

$$\frac{P_1m}{D_1T_1}=\frac{P_2m}{D_2T_2} \text{ অর্থাৎ, } \frac{P_1}{T_1D_1}=\frac{P_2}{T_2D_2}.$$

প্রশ্নানুসারে, প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় বায়ুর ঘনত্ব = 1·293 gm/c.c.

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, বায়ুর চাপ 3 গুণ এবং তাপমাত্রা 100°C,

∴ সমীকরণ (1) হইতে, $D_2=\frac{P_2T_1D_1}{P_1T_2}=\frac{3P_1\times273\times1{\cdot}293}{P_1\times373}$

$=2{\cdot}84$ gm. per litre.

∴ 3 লিটার শুষ্ক বায়ুর ওজন $=3\times2{\cdot}84=8{\cdot}52$ gms.

5. স্থির চাপে 5 litres গ্যাসের তাপমাত্রা 0°C হইতে 35°C পর্যন্ত বৃদ্ধি করিলে 640 c.c. আয়তন বৃদ্ধি হয়। ইহা হইতে সেন্টিগ্রেড স্কেলে চরমশূন্যের মান বাহির কর।

তাপমাত্রা-বৃদ্ধি $=35-0=35$°C

35°C তাপমাত্রা-বৃদ্ধির জন্য আয়তন-প্রসারণ = 640 c.c.

1°C ... ... $=\frac{640}{35}$ c.c.

অতএব 5 লিটার (5000 c.c.) গ্যাসের মোট আয়তন হইবে $(5000+\frac{640}{35})$ c.c.

যে তাপমাত্রায় আয়তন শূন্য হয় সেই তাপমাত্রাকে সেন্টিগ্রেড স্কেলে চরমশূন্য বলে। মনে করি এই তাপমাত্রা T°C ∴ $(5000+\frac{640}{35}\times T)=0$

বা $\frac{640}{35}T=-5000.$ ∴ $T=-\frac{5000\times35}{640}=-273{\cdot}5$°C.

6. একটি ঘরের দৈর্ঘ্য 50 ft., প্রস্থ 30 ft. এবং উচ্চতা 25 ft.। যদি ঘরের তাপমাত্রা 20°C হইতে বর্ধিত করিয়া 25°C করা হয়, তাহা হইলে স্থির চাপে প্রাথমিক বায়ুর আয়তনের শতকরা কত অংশ বাহির হইয়া যাইবে? [U. P. Board 1949]

স্থির চাপে, $\frac{V_1}{T_1}=\frac{V_2}{T_2}.$

ঘরের আয়তন $=50\times30\times35=37500$ cubic foot.

এইখানে $T_1=273+20=293$°C ; $T_2=273+25=298$°C.

∴ $\frac{37500}{293}=\frac{V_2}{298}$ ∴ $V_2=\frac{37500\times298}{293}=38139{\cdot}9$ cu. ft.

অতএব নিষ্কাশিত বায়ুর আয়তন $=38139{\cdot}9-37500=639{\cdot}9$ cu. ft.

শতকরা হিসাবে নিষ্কাশিত বায়ুর আয়তন $=\frac{639{\cdot}9\times100}{37500}=1{\cdot}71\%$

প্রশ্নাবলী

1. গ্যাসের সূত্র কি কি? উহাদের ব্যাখ্যা কর। দেখাও যে উহাদের একটি সমীকরণের সাহায্যে প্রকাশ করা যায়।

2. তাপমাত্রার পরম স্কেল বলিতে কি বুঝ? আদর্শ গ্যাস স্কেল হইতে ইহা কি পৃথক?

3. আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ $PV = RT$ নির্ণয় কর। সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক বলিতে কি বুঝ? প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় 32 gm. অক্সিজেনের আয়তন 22·4 লিটার হইলে সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবকের মান বাহির কর। [উঃ $8{\cdot}37 \times 10^7$ ergs/cal.]

4. নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের আয়তন, চাপ ও তাপমাত্রার মধ্যে যে সম্বন্ধ আছে তাহা নির্ণয় কর।

5. গ্যাসের প্রসারণ-গুণাঙ্ক কয়প্রকার ও কি কি? উহাদের সংজ্ঞা কি ও মান কত?

6. চাপ-গুণাঙ্ক অথবা আয়তন-গুণাঙ্ক বাহির করিবার পদ্ধতি বর্ণনা কর। এই যন্ত্রের নাম থার্মমিটার কেন রাখা হইয়াছে?

7. একটি পাত্রে 0°C তাপমাত্রায় ও 740 mm. চাপে 1000 লিটার গ্যাস আছে। আয়তন অপরিবর্তিত থাকিলে 27°C তাপমাত্রায় ঐ গ্যাসের চাপ কত হইবে? [উঃ 813·2 mm.]

8. 27°C তাপমাত্রায় একটি পাতলা কাচের কুণ্ডকে বার্নারের সাহায্যে বন্ধ করা হইল। ইহার অভ্যন্তরীণ চাপ 1 atmosphere। কুণ্ডটি সর্বাধিক যে অভ্যন্তরীণ চাপ সহ্য করিতে পারে তাহা হইল 95 cm. পারদের চাপ। কুণ্ডটি কত তাপমাত্রায় ফাটিয়া যাইবে? [উঃ 102°C]

9. 86°F তাপমাত্রায় একটি সাইকেল ছায়ায় আছে। ইহাকে রৌদ্রে 140°F তাপমাত্রায় বাহির করা হইল। টায়ারের মধ্যে শতকরা কত চাপ বৃদ্ধি পাইবে? [উঃ 9·9%]

10. একটি স্থির-আয়তন থার্মমিটার বাল্‌বের বায়ুর চাপ 0°C তাপমাত্রায় 74 cm., 100°C তাপমাত্রায় 101·2 cm. এবং যখন কঠিন কার্বন ডাই-অক্সাইড দ্বারা পরিবেষ্টিত থাকে তখন 52·8 cm.। কঠিন কার্বন ডাই-অক্সাইডের তাপমাত্রা নির্ণয় কর। [উঃ −77·9°C]

11. একটি 1000 c.c. পাত্রে 50°C তাপমাত্রায় 5 atmospheres চাপে বায়ু আছে। অপর একটি 1500 c.c. পাত্রে 30°C তাপমাত্রায় 6 atmospheres চাপে বায়ু আছে। যদি পাত্র দুইটিকে যুক্ত করিয়া 100°C-এ রাখা হয় তবে পাত্রের ভিতরের চাপ কত হইবে? [উঃ 6·742 atmospheres]

12. কোন একদিন 10°C তাপমাত্রায় ব্যারোমিটারের চাপ 76 cm.। ইহাকে খনির মধ্যে লইয়া গেলে ব্যারোমিটারের চাপ 4 cm. বাড়িয়া যায়। খনির ভিতরের তাপমাত্রা 27°C। খনির ভিতরের এবং বাহিরের বায়ুর ঘনত্বের অনুপাত বাহির। [উঃ 0·993 : 1]

পঞ্চম অধ্যায়

ক্যালরিমিতি

(Calorimetry)

5.0. 'ক্যালরি' তাপের একটি একক। 'মিতি' শব্দের অর্থ মাপিবার উপায়। সুতরাং ক্যালরিমিতির আলোচ্য বিষয় তাপ এবং তাপ-সম্পর্কীয় অন্যান্য রাশি নির্ণয় করিবার পদ্ধতিসমূহের আলোচনা।

সংজ্ঞা : সি. জি. এস. (C.G.S.) পদ্ধতিতে এক গ্রাম জলের 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধি করিতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে এক ক্যালরি বলে।

সংজ্ঞানুসারে, এক গ্রাম জলের 1°C উষ্ণতাবৃদ্ধির জন্য এক ক্যালরি তাপের প্রয়োজন হইলেও বিভিন্ন পর্যায়ের তাপমাত্রায় ইহার পরিমাণ এক নহে। উদাহরণস্বরূপ 30°C হইতে 31°C, 60°C হইতে 61°C অথবা 80°C হইতে 81°C পর্যন্ত প্রতিটি ক্ষেত্রে 1°C উষ্ণতাবৃদ্ধি হইলেও পরীক্ষা দ্বারা ইহা প্রমাণিত হইয়াছে যে এক গ্রাম জলের এই 1°C উষ্ণতাবৃদ্ধিতে বিভিন্ন ক্ষেত্রে বিভিন্ন রকমের তাপের প্রয়োজন হয়। সূক্ষ্ম বৈজ্ঞানিক তথ্যানুসন্ধানের ভিত্তিতে গড় ক্যালরি প্রবর্তিত হয়। এক গ্রাম জলের 0°C হইতে 100°C পর্যন্ত উষ্ণতাবৃদ্ধির জন্য মোট যে তাপ লাগিবে, তাহার $\frac{1}{100}$ অংশকে এক **গড় ক্যালরি** ধরা হয়। তবে সাধারণতঃ **এক গ্রাম জলের জন্য 14·5° হইতে 15·5°C উষ্ণ করিতে প্রয়োজনীয় তাপকে এক ক্যালরি বলা যায়।** সর্বসম্মতিক্রমে ইহা গৃহীত হইয়াছে।

এফ. পি. এস. (F.P.S.) পদ্ধতিতে এক পাউণ্ড জলের 1°F উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য যতটা তাপের প্রয়োজন তাহাকে এক ব্রিটিশ-তাপ-একক (British Thermal Unit) বলা হয়।

ইহা এত ক্ষুদ্র যে হিসাবের সুবিধার জন্য এঞ্জিনিয়ারগণ এই পদ্ধতিতে আর একটি এককের প্রবর্তন করিয়াছেন। 1,00,000 ব্রিটিশ-তাপ-একককে এক **থার্ম** (therm) ধরা হয়।

সি. জি. এস. ও এফ. পি. এস. পদ্ধতির সমন্বয়ে আর একটি মিশ্রিত এককও প্রচলিত আছে। ইহার নাম **সেন্টিগ্রেড-তাপ-একক** (centigrade heat unit)। **এক পাউণ্ড জলের 1°C উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য যে তাপ লাগে তাহাকে এক সেন্টিগ্রেড-তাপ-একক বলা হয়।**

তাপের এককদের মধ্যে পারস্পরিক সম্পর্ক (Relation between heat units) ঃ

1 গ্রাম জলের $1^\circ C$ উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $= 1$ ক্যালরি
(1 পাউণ্ড) 453·6 ... ... $1^\circ C$ ... ... $= 453·6$ „
„ ... ... $1^\circ F$ ... ... $= 453·6 \times \frac{5}{9}$ „
$= 252$ ক্যালরি।

$\therefore$ এক ব্রিটিশ-তাপ-একক $= 252$ ক্যালরি।

অনুরূপভাবে, $1\ C.H.U. = 1\ lb \times 1^\circ C = 453·6$ গ্রাম $\times 1^\circ C = 453·6$ ক্যালরি।

5.1. আপেক্ষিক তাপ (Specific Heat) ঃ ইহার দুই রকম সংজ্ঞা প্রচলিত।

(1) **প্রথম সংজ্ঞা ঃ** কোন নির্দিষ্ট ভরের এক ডিগ্রী উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ এবং উহার সমান ভরবিশিষ্ট জলের এক ডিগ্রী উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপের অনুপাতকে ঐ পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বলা হয়।

কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ যদি S দ্বারা প্রকাশ করা হয়, তাহা হইলে,

$$S = \frac{\text{ঐ পদার্থের m গ্রাম ভরের } 1^\circ \text{ উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ}}{\text{m গ্রাম ভরের জলের } 1^\circ \text{ ... ...}}$$

$$= \frac{m \times 1 \text{ গ্রাম পদার্থের } 1^\circ \text{ উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য তাপ}}{m \times 1 \text{ গ্রাম জলের } 1^\circ \text{ ... ...}}$$

$$S = \frac{1 \text{ গ্রাম পদার্থের } 1^\circ \text{ উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য তাপ}}{1 \text{ ক্যালরি}}$$

$\therefore$ কোন পদার্থের 1 গ্রাম ভরকে $1^\circ C$ উষ্ণ করিতে তাপের প্রয়োজন $= S \times 1$ ক্যালরি

সুতরাং পদার্থটির আপেক্ষিক তাপ $= S$.

এই সংজ্ঞায় আপেক্ষিক তাপ দুইটি তাপের অনুপাত বলিয়া আপেক্ষিক গুরুত্বের ন্যায় ইহাও একটি সংখ্যা মাত্র। যেমন, তামার আপেক্ষিক তাপ ·095 বলিতে ইহাই বুঝায় যে এক গ্রাম তামাকে $1^\circ C$ উষ্ণ করিতে ·095 ক্যালরি তাপ দরকার। অথবা 1 পাউণ্ড তামাকে $1^\circ F$ উষ্ণ করিতে ·095 ব্রিটিশ-তাপ-একক দরকার।

(2) **দ্বিতীয় সংজ্ঞা ঃ একক ভরের কোনও পদার্থকে এক ডিগ্রী গরম করিতে যে তাপের প্রয়োজন, তাহাকে উক্ত পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বলে।**

এই সংজ্ঞা অনুসারে আপেক্ষিক তাপের একক—

সি. জি. এস. পদ্ধতিতে ঃ ক্যালরি/গ্রাম/ডিগ্রী সেন্টিগ্রেডে
অথবা cal. / gm/ deg. C

এফ. পি. এস. পদ্ধতিতে ঃ ব্রিটিশ-তাপ-একক/পাউণ্ড/ডিগ্রী ফারেনহাইট
অথবা B. Th. U / lb / deg. F.

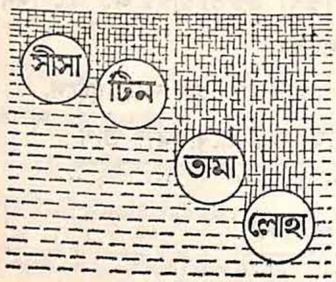
আপেক্ষিক তাপের সংজ্ঞা হইতেই আমরা বলিতে পারি কোন পদার্থে মোট কত পরিমাণ তাপ লাগিবে উহাকে উষ্ণ করিতে।

1 গ্রাম ভরের কোন পদার্থের $1^{\circ}C$ উষ্ণতা-বৃদ্ধির জন্য তাপ লাগে $=S$ ক্যালরি
m ... ... $1^{\circ}C$ ... ... $=m.S$,,
m ... . $t^{\circ}C$ ... ... $=m.s.t$,,

মোট তাপের পরিমাণ H হইলে, $H = m.s.t.$

কোন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ যত বেশী, উহাকে নির্দিষ্ট উষ্ণতায় উত্তপ্ত করিতে তত বেশী তাপের প্রয়োজন হইবে। পুনরায় সেই পদার্থকে ঠাণ্ডা করিয়া পূর্বের অবস্থায় ফিরাইয়া আনিতে হইলে সেই বস্তু তত বেশী তাপ ছাড়িয়া দিবে।

5.2. **বিভিন্ন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ বিভিন্ন ঃ** খুব সহজ একটি পরীক্ষা দ্বারা ইহা দেখানো যাইতে পারে। সীসা, তামা, পিতল, টিন, লোহা—বিভিন্ন উপাদানে প্রস্তুত একই ভরসম্পন্ন কয়েকটি বল লইয়া জলপূর্ণ একটি পাত্রের মধ্যে ইহাদের রাখা হইল। পাত্রটিকে জলের স্ফুটনাঙ্ক পর্যন্ত গরম করা হইল। একই পাত্রে থাকিয়া গরম হওয়ার দরুন উহারা একই উষ্ণতায় পৌঁছিবে। বলগুলিকে পাত্র হইতে দ্রুত তুলিয়া লইয়া একটি মোমের পুরু পাতের উপর পর পর একটু ব্যবধানে রাখা হইল। কিছুক্ষণ পর দেখা যাইবে যে বলগুলি মোমের মধ্যে বিভিন্ন গভীরতায় প্রবেশ করিয়াছে (চিত্র 26)। উত্তপ্ত বলের নিকট হইতে তাপ পাইয়া মোম গলিয়াছে। ফুটন্ত জলের উষ্ণতা হইতে মোমের গলনাঙ্ক পর্যন্ত আসিতে বিভিন্ন রকমের তাপ বর্জন করার ফলে বলগুলি বিভিন্ন গভীরতায় প্রবেশ করিয়াছে।



চিত্র 26

প্রত্যেকটি বলের ভর (m) এবং প্রারম্ভিক চূড়ান্ত তাপমাত্রার প্রভেদ (t) সমান। বল কর্তৃক গৃহীত তাপ $H = m\,s.t$, যেহেতু m ও t সমান, **সুতরাং H পৃথক হওয়ার একমাত্র কারণ প্রত্যেকটি বলের S বা আপেক্ষিক তাপ পৃথক।**

বিভিন্ন পদার্থের আপেক্ষিক তাপের একটি তালিকা নিম্নে দেওয়া হইল।

পদার্থ	আঃ তাপ	পদার্থ	আঃ তাপ	পদার্থ	আঃ তাপ
প্ল্যাটিনাম	·0324	কাচ	·12—·19	অ্যালুমিনিয়াম	·21
রূপা	·0556	রবার	·27—·48	সীসা	·03
টিন	·0536	গ্লিসারিন	·58	পারদ	·034
পিতল	·088	তামা	·091	নিকেল	·106
মোম	·69	লোহা	·1045	বরফ	·502

উদাহরণ 1. তামার আপেক্ষিক তাপ ·09 হইলে 125 গ্রাম তামাকে 27°C হইতে 50°C পর্যন্ত উষ্ণ করিতে কত তাপ লাগিবে ?

এইক্ষেত্রে $m=125$ গ্রাম ; $t=50-27=23^\circ C$; $s=\cdot 09$

∴ মোট তাপের প্রয়োজন $H=m.s.t=125\times\cdot 09\times 23$
$=258\cdot 75$ ক্যালরি।

উদাহরণ 2. 1 কিলোগ্রাম অ্যালুমিনিয়ামকে 25°C হইতে 70°C পর্যন্ত গরম করিতে তাপের প্রয়োজন 9450 ক্যালরি। অ্যালুমিনিয়ামের আপেক্ষিক তাপ বাহির কর।

এইক্ষেত্রে, $m=1000$ গ্রাম ; $t=70-25=45^\circ C$; $H=9450$ ক্যালরি ; $s=?$

$H=m.s.t$ হইতে আমরা পাই $s=\frac{H}{m.t}$.

মান বসাইয়া, $H=\frac{9450}{1000\times 45}=\cdot 21.$

5.3. তাপগ্রাহিতা (Thermal capacity) : কোন বস্তুর 1° তাপমাত্রা বৃদ্ধি করিতে যে পরিমাণ তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে বস্তুটির তাপগ্রাহিতা বলে।

সি. জি. এস. পদ্ধতিতে যদি বস্তুটির ভর m গ্রাম এবং আপেক্ষিক তাপ s হয়, তাহা হইলে সি. জি. এস. পদ্ধতিতে বস্তুটির তাপগ্রাহিতা $=m\times s\times 1=ms$ ক্যালরি।

এফ. পি. এস. পদ্ধতিতে $=ms$ ব্রিটিশ-তাপ-একক। $[m=1\text{ lb}, t=1^\circ F]$

জলসম (Water equivalent) : কোনও বস্তুকে 1° তাপমাত্রা বৃদ্ধি করিতে যে তাপের প্রয়োজন হয়, সেই তাপ দ্বারা যত গ্রাম জলের তাপমাত্রা 1° বৃদ্ধি করা যায়, সেই পরিমাণ জলকে উক্ত বস্তুর জলসম বলা হয়।

সি. জি. এস. পদ্ধতিতে কোন বস্তুর ভর m গ্রাম এবং আপেক্ষিক তাপ s। বস্তুটির 1°C তাপমাত্রা বাড়াইতে তাপের পরিমাণ $=m\times s\times 1=ms$ ক্যালরি।

এখন আমরা জানি 1 ক্যালরি দ্বারা 1°C উষ্ণ করা যায় 1 গ্রাম জল,

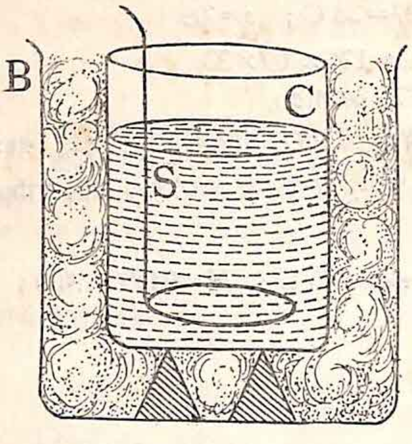
∴ ms „ „ 1°C „ „ „ ms গ্রাম জল।

জলসম ও তাপগ্রাহিতার মধ্যে পার্থক্য :

(1) তাপগ্রাহিতা হইল কোনও বস্তুকে 1° উষ্ণ করার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ, অর্থাৎ ইহা একটি নির্দিষ্ট পরিমাণ তাপ। জলসম হইল উহার সমার্থক জলের পরিমাণ।

(2) সংখ্যাগত মান উভয়ক্ষেত্রে সমান হইলেও বিভিন্ন এককে ইহাদের প্রকাশ করা হয়।

5.4. ক্যালরিমিটার (Calorimeter) : ক্যালরিমিতির প্রায় সব পরীক্ষাতেই ক্যালরিমিটার (C) নামক একটি সাধারণ যন্ত্র ব্যবহার করা হয়। কাচের বীকারের মত দেখিতে ইহা একটি তামার পাত্র (চিত্র 27)। ইহার মধ্যে একটি আলোড়ক (S) থাকে। ইহা একটি সরু খাড়া দণ্ড এবং দণ্ডের নিম্নপ্রান্তে যুক্ত আছে বেড়-দেওয়া একটি রিং—রিং এবং দণ্ড উভয়েই তামার তৈয়ারী। ক্যালরিমিটার বলিতে তামার বীকার এবং আলোড়ক একসঙ্গে বুঝায়। ক্যালরিমিটারের মধ্যে তরল থাকে এবং আলোড়ক তরলের সমগ্র অংশের মধ্যে তাপমাত্রার সমতা আনয়ন করে।



চিত্র 27

ক্যালরিমিটারটিকে আর একটি বড় আকারের পাত্রের (B, চিত্র 27) মধ্যে রাখিয়া উহাদের মধ্যবর্তী স্থান শুষ্ক তূলা, উল বা ঐ জাতীয় অপরিবাহক পদার্থ দ্বারা পূর্ণ করা হয় যাহাতে পরিবহণ বা পরিচলন পদ্ধতির দ্বারা ক্যালরিমিটার এবং বাহিরের মধ্যে তাপের কোন আদান-প্রদান না হয়। বিকিরণ-জনিত ত্রুটি হ্রাস করিবার উদ্দেশ্যে ক্যালরিমিটারের বাহিরের তল এবং বড় পাত্রের ভিতরের তল পালিশ করিয়া উজ্জ্বল করা হয়।

5.5. ক্যালরিমিতির মূলনীতি (Principle of calorimetry) : ভিন্ন তাপমাত্রা-বিশিষ্ট দুইটি বস্তুকে পরস্পরের সংস্পর্শে রাখিলে উষ্ণতর বস্তু হইতে তাপ অপেক্ষাকৃত শীতল বস্তুতে প্রবাহিত হইবে। উষ্ণ বস্তু কর্তৃক বর্জিত তাপ শীতল বস্তু গ্রহণ করিবে। অর্থাৎ উষ্ণ বস্তুর তাপমাত্রা কমিতে থাকিবে এবং শীতল বস্তুর তাপমাত্রা বাড়িতে থাকিবে এবং শেষ পর্যন্ত উভয়েই একটি সাধারণ তাপমাত্রায় আসিয়া দাঁড়াইবে।

বস্তু দুইটিকে পরস্পরের সংস্পর্শে আনিবার পর ক্যালরিমিটার এবং বাহিরের মধ্যে তাপের কোন রকমের আদান-প্রদান না হইলে এবং বস্তু দুইটির মধ্যে কোন রাসায়নিক ক্রিয়া না হইলে **শক্তির নিত্যতা সূত্র** (Law of conservation of energy) হইতে অবশ্যই বলা যায় উষ্ণ বস্তু কর্তৃক বর্জিত মোট তাপ = শীতল বস্তু কর্তৃক গৃহীত মোট তাপ।

সংক্ষেপে, **বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ**
(Heat lost) (Heat gained)

ইহাই ক্যালরিমিতির মূলনীতি।

5.6. ক্যালরিমিটারের জলসম নির্ণয় (Determination of water equivalent of a calorimeter) ঃ তাপ এবং তাপ-সম্পর্কীয় অন্যান্য রাশির মান নির্ধারণে যেসব পরীক্ষার প্রয়োজন হয়, তাহাতে ক্যালরিমিটারের ব্যবহার অপরিহার্য। সেইজন্য সর্বপ্রথমে ক্যালরিমিটারের জলসম জানা অবশ্যই দরকার।

কার্যপদ্ধতি ঃ ক্যালরিমিটার ও আলোড়ক পরিষ্কার ও শুষ্ক করিয়া ওজন করা হইল। উহার এক-তৃতীয়াংশ পরীক্ষাগারের তাপমাত্রার জল দ্বারা পূর্ণ করিয়া দ্বিতীয়বার ওজন করা হইল। এই দুইটি ওজনের তফাত হইতে জলের ওজন পাওয়া যাইবে। ক্যালরিমিটারকে আর একটি বড় পাত্রে রাখা হইল যাহাতে ইহাকে অপরিবাহী পদার্থ দ্বারা চতুর্দিকে আবৃত করা যায়। থার্মমিটার দ্বারা জলের উষ্ণতা মাপা হইল। ইহাই জলের প্রাথমিক তাপমাত্রা বা উষ্ণতা।

একটি বীকারে কিছু জল নির্দিষ্ট উষ্ণতায় গরম করিয়া অন্য একটি থার্মমিটার দ্বারা এই জলের উষ্ণতা মাপা হইল। বীকার হইতে গরম জল ঢালিয়া ক্যালরিমিটারের আরও এক-তৃতীয়াংশ পূর্ণ করা হইল। আলোড়ক দ্বারা মিশ্রণকে নাড়িতে হইবে। ক্যালরিমিটারের থার্মমিটারের পারদ উঠিতে থাকিবে এবং স্থির হওয়ার সঙ্গে সঙ্গে থার্মমিটারের পাঠ লওয়া হইল। কিছুক্ষণ পরে ক্যালরিমিটারের জল ঠাণ্ডা হইলে ওজন করা হইল। এই তৃতীয় ওজন হইতে দ্বিতীয় ওজন বাদ দিলে উষ্ণ জলের পরিমাণ পাওয়া যাইবে।

আঙ্কিক হিসাব ঃ

মনে কর, ক্যালরিমিটার ও আলোড়কের ওজন $= w_1$ গ্রাম

ক্যালরিমিটার + আলোড়ক + এক-তৃতীয়াংশ জলের ওজন $= w_2$ গ্রাম

ক্যালরিমিটার + আলোড়ক + দুই-তৃতীয়াংশ " " $= w_3$ গ্রাম

$\therefore$ ঠাণ্ডা জলের ওজন $= (w_2 - w_1) = m_1$ গ্রাম

উষ্ণ জলের ওজন $= (w_3 - w_2) = m_2$ গ্রাম

ঠাণ্ডা জলের প্রাথমিক তাপমাত্রা $= t_1\,^\circ\mathrm{C}$

উষ্ণ জলের প্রাথমিক তাপমাত্রা $= t_2\,^\circ\mathrm{C}$

মিশ্রণের চূড়ান্ত সাধারণ তাপমাত্রা $= t\,^\circ\mathrm{C}$

ক্যালরিমিটারের জলসম $= \mathrm{W}$

ঠাণ্ডা জল কর্তৃক গৃহীত তাপ $= m_1 \times 1 \times (t - t_1)$

আলোড়ক ও ক্যালরিমিটার কর্তৃক গৃহীত তাপ $= \mathrm{W}(t - t_1)$

উষ্ণ জল কর্তৃক বর্জিত তাপ $= m_2 \times 1(t_2 - t)$

ক্যালরিমিটারের নীতি অনুযায়ী, গৃহীত তাপ = বর্জিত তাপ

অর্থাৎ, $m_1(t-t_1)+W(t-t_1)=m_2(t_2-t)$

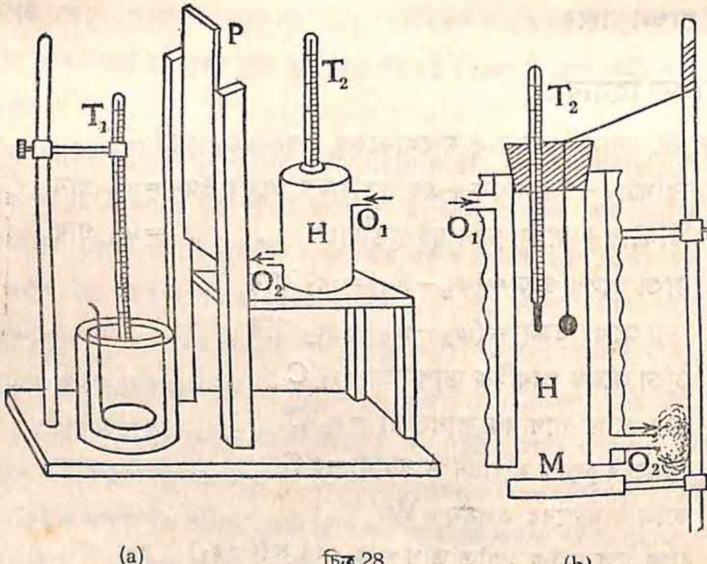
$$\therefore \text{ ক্যালরিমিটারের জলসম } W=\frac{m_2(t_2-t)-m_1(t-t_1)}{(t-t_1)}$$

উক্ত সমীকরণে W ব্যতীত আর সকলের মান জানা থাকায়, W নির্ণয় করা যায়।

মিশ্রণ পদ্ধতিতে কঠিন বা তরল পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় (Determination of specific heat of a solid or liquid by the method of mixtures) :

5.7. রেঁনোর আপেক্ষিক তাপ নির্ণয়ের যন্ত্র (Regnault's specific heat apparatus) :

28 (a)নং চিত্রে রেঁনোর আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় যন্ত্র দেখান হইল। H একটি স্টীম-হীটার (steam-heater)। ইহাকে 28(b)নং চিত্রে পৃথক ভাবে দেখান হইল। ইহা দুইটি ধাতব চোঙে প্রস্তুত, একটি চোঙ আর একটিকে চতুর্দিকে বেষ্টন করিয়া আছে। বাহিরের চোঙে O_1 এবং O_2 বাষ্পের প্রবেশ ও নির্গম পথ। দুই চোঙের মধ্যবর্তী স্থান বাষ্প দ্বারা উষ্ণ হওয়ার ফলে ভিতরের চোঙের বায়ুও গরম হয়। ভিতরের চোঙে উপর প্রান্ত কর্ক দ্বারা বন্ধ থাকে, কর্কে দুইটি ছিদ্র আছে—একটি ছিদ্র



(a) চিত্র 28 (b)

দিয়া কঠিন পদার্থটি সুতা দ্বারা ঝুলান হয়, দ্বিতীয় ছিদ্র দিয়া একটি থার্মমিটার T_2 প্রবেশ করান হয়। T_2-কে এমনভাবে রাখা হয় যাহাতে ইহার বাল্‌ব কঠিন পদার্থটির

পাশে থাকে, তাহা হইলে ইহার সঠিক তাপমাত্রা পাওয়া যাইবে। বাহিরের চোঙে বাষ্প প্রবাহিত হইতে থাকিলে ভিতরের চোঙের বায়ু গরম হইতে থাকে এবং T_2-র পারদ উঠিতে থাকে। M একটি কাঠের ঢাকনা, ইহাকে একদিকে সরাইয়া কঠিন পদার্থের সুতা ছিঁড়িয়া দিলে পদার্থটি নীচে পড়িতে পারে।

28 (a)নং চিত্রে H-এর নীচে একটি ছিদ্র আছে। কঠিন বস্তুকে নীচে ফেলিবার পূর্বে কাঠের প্রাচীর P-কে উপরে তুলিয়া ক্যালরিমিটারের সমগ্র অংশটা ঠেলিয়া H-এর নীচে আনিতে হয়। ক্যালরিমিটারের তরলের প্রাথমিক তাপমাত্রা জানিবার জন্য থার্মমিটার T_1 রাখার ব্যবস্থা আছে। কাঠের প্রাচীর P স্টীম-হীটার হইতে ক্যালরিমিটারে তাপ আসা বন্ধ করে।

কার্যপদ্ধতি—ক্যালরিমিটার ও আলোড়ককে পরিষ্কার ও শুষ্ক করিয়া ওজন করা হইল। ক্যালরিমিটারে কিছু জল লইয়া দ্বিতীয়বার ওজন করা হইল। দুইটি ওজনের তফাত হইবে ক্যালরিমিটারে লওয়া জলের ওজন। থার্মমিটার T_1 দ্বারা জলের তাপমাত্রা মাপা হইল।

যে পদার্থের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় করিতে হইবে তাহাকে ওজন করিয়া সুতা দ্বারা স্টীম-হীটারে ঝুলান হইল [চিত্র 28 (b)]। আর একটি পাত্রে জল ফুটাইয়া বাষ্প তৈয়ারি করিয়া O_1 প্রবেশপথে বাষ্প পাঠান হইল। থার্মমিটার T_2-তে পারদ উঠিতে থাকিবে। যখন দেখা যাইবে যে আর পারদ উঠিতেছে না এবং কিছুক্ষণ ধরিয়া স্থির হইয়া আছে, তখন ইহার তাপমাত্রা লিখিয়া রাখা হইল। কাঠের প্রাচীর P-কে উপরে তুলিয়া ক্যালরিমিটারকে H-এর নীচে আনা হইল। M-কে সরাইয়া সুতা ছিঁড়িয়া দিলে বস্তুটি ক্যালরিমিটারে পড়িবে। পুনরায় ক্যালরিমিটারকে পূর্বের জায়গায় দ্রুত আনা হইল। থার্মমিটার T_1-কে যথাস্থানে রাখিয়া আলোড়ক দ্বারা জলকে নাড়িতে হইবে। মিশ্রণের সর্বোচ্চ তাপমাত্রা টুকিয়া রাখা হইল।

আঙ্কিক হিসাব:

মনে কর, ক্যালরিমিটার ও আলোড়কের ওজন $= w_1$ গ্রাম

ক্যালরিমিটার, আলোড়ক ও জলের ওজন $= w_2$ গ্রাম

কঠিন বস্তুর ওজন $=$ M গ্রাম।

ক্যালরিমিটারে জলের পরিমাণ $= w_2 - w_1 = m$ গ্রাম (ধর),

জলের প্রাথমিক তাপমাত্রা $= t_1$°C

কঠিন বস্তুর প্রাথমিক তাপমাত্রা $=$ T°C

মিশ্রণের চূড়ান্ত ও সাধারণ তাপমাত্রা $= t$°C

কঠিন বস্তুর আপেক্ষিক তাপ $=$ S

ক্যালরিমিটার ও আলোড়কের আপেক্ষিক তাপ $= s_1$

তাপ গ্রহণ করিয়াছে (1) ক্যালরিমিটার ও আলোড়ক $= w_1 \times s_1 \times (t-t_1)$

(2) ক্যালরিমিটারের জল $= m \times 1 \times (t-t_1)$

তাপ বর্জন করিয়াছে, কঠিন পদার্থ $= \mathrm{M} \times \mathrm{S} \times (\mathrm{T}-t)$.

যেহেতু, বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$$\therefore \quad \mathrm{MS}(\mathrm{T}-t) = w_1 s_1 (t-t_1) + m(t-t_1) = (w_1 s_1 + m)(t-t_1)$$

$\therefore$ কঠিন পদার্থের আপেক্ষিক তাপ $\mathrm{S} = \dfrac{(w_1 s_1 + m)(t-t_1)}{\mathrm{M}(\mathrm{T}-t_1)}$

সতর্কতা : (1) যাহাতে কঠিন পদার্থের তাপ বায়ুতে যাইতে না পারে, সেইজন্য পদার্থটিকে যত দ্রুত ক্যালরিমিটারে ফেলিতে পারা যায়, তাহা লক্ষ্য রাখিতে হইবে।

(2) কঠিন বস্তুটিকে ফেলিবার সময়, জল যাহাতে ছিটকাইয়া বাহিরে না পড়ে, লক্ষ্য রাখিতে হইবে।

(3) যেহেতু জলের আপেক্ষিক তাপ খুব বেশী, উহাকে গরম করিতে অন্যান্য বস্তুর তুলনায় যথেষ্ট পরিমাণ তাপ লাগে। সেইজন্য ক্যালরিমিটারে এমনভাবে জল লইতে হইবে যাহাতে কঠিন বস্তুটি ঠিক জলের মধ্যে ডুবিয়া যায়।

(4) চূড়ান্ত সাধারণ তাপমাত্রা সঠিকভাবে নির্ধারণের জন্য $\frac{1}{10}$°C পর্যন্ত যাহাতে মাপা যায়, সেইরূপ থার্মমিটার লইলে ভাল হয়।

উদাহরণ

1. 91°C উষ্ণতায় 10 গ্রাম লবণ 13°C উষ্ণতার 125 গ্রাম তাপিন তেলের (আপেক্ষিক তাপ 0·43) সহিত মিশ্রিত করা হইলে চূড়ান্ত সাধারণ তাপমাত্রা হয় 16°C। বাহিরের সহিত তাপের আদান-প্রদান না হইলে, লবণের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর। [C. U. 1938]

মনে কর, লবণের আপেক্ষিক তাপ $= s$

প্রশ্নানুসারে, লবণকর্তৃক বর্জিত তাপ $= 10 \times s \times (91-16) = 75 \times 10 \times s$

তার্পিন তেল কর্তৃক গৃহীত তাপ $= 125 \times {\cdot}43(16-13) = 3 \times 125 \times {\cdot}43$

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$$\therefore \quad 10 \times 75 \times s = 3 \times 125 \times {\cdot}43$$

$\therefore$ লবণের আপেক্ষিক তাপ $s = \dfrac{3 \times 125 \times {\cdot}43}{10 \times 75} = {\cdot}215.$

2. 50 গ্রাম ওজনের একটি ধাতব টুকরা 1000°C পর্যন্ত গরম করিয়া 25°C

তাপমাত্রার ক্যালরিমিটারের জলে ফেলিয়া দেওয়া হইল। ক্যালরিমিটারের জলসম 10 গ্রাম এবং ধাতুর আপেক্ষিক তাপ 0·1। ক্যালরিমিটারের জলের উষ্ণতাবৃদ্ধি নির্ণয় কর। [C. U. 1949]

মনে কর, চূড়ান্ত সাধারণ তাপমাত্রা $= t^\circ C$

প্রশ্নানুসারে, ধাতব টুকরা কর্তৃক বর্জিত তাপ $= 50 \times \cdot 1 \times (1000 - t)$

ক্যালরিমিটার ও জল কর্তৃক গৃহীত তাপ $= (200 + 10) \times 1 \times (t - 25)$

যেহেতু, বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$\therefore \; 50 \times \cdot 1 \times (1000 - t) = 210 \times (t - 25)$

বা, $5000 - 5t = 210t - 5250$

বা, $215t = 10250 \quad \therefore \; t = \dfrac{10250}{215} = 47{\cdot}67^\circ C$

$\therefore$ জলের তাপমাত্রা-বৃদ্ধি $= 47{\cdot}67 - 25 = 22{\cdot}67^\circ C$.

3. 50°C উষ্ণতার 34 গ্রাম জল ক্যালরিমিটারে ঢালা হইল। ক্যালরিমিটারের প্রাথমিক তাপমাত্রা 15°C এবং মিশ্রণের চূড়ান্ত সাধারণ তাপমাত্রা 20°C হইলে ক্যালরিমিটারের জলসম নির্ণয় কর।

মনে কর, ক্যালরিমিটারের জলসম $= m$ গ্রাম

প্রশ্নানুসারে, উষ্ণ জল কর্তৃক বর্জিত তাপ $= 34 \times 1 \times (50 - 20)$

ক্যালরিমিটার কর্তৃক গৃহীত তাপ $= m \times 1 \times (20 - 15)$

আমরা জানি বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ

$34 \times 1 \times (50 - 20) = m \times 1 \times (20 - 15)$

$\therefore$ ক্যালরিমিটারের জলসম, $m = \dfrac{34 \times 30}{5} = 204$ গ্রাম।

4. A, B ও C তিন রকমের তরলের তাপমাত্রা যথাক্রমে 14°C, 24°C ও 34°C। A ও B হইতে সমান পরিমাণ তরল লইয়া মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের তাপমাত্রা 20°C পর্যন্ত উঠে। B ও C হইতে সমান পরিমাণ তরল লইয়া মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের তাপমাত্রা উঠে 31°C পর্যন্ত। A ও C হইতে সমান পরিমাণ তরল লইয়া মিশ্রিত করিলে, মিশ্রণের তাপমাত্রা কত হইবে? [পাটনা বিশ্ব. 1935]

ধরা যাক্, A, B ও C তরলের আপেক্ষিক তাপ যথাক্রমে s_1, s_2 ও s_3।

A, B ও C তরলের তাপমাত্রা 14°C, 24°C, 34°C।

মনে কর A ও B তরলের প্রত্যেকটি হইতে m গ্রাম তরল মিশ্রিত করা হইল। তাহা হইলে A তরল কর্তৃক গৃহীত তাপ $= m.s_1(20 - 14)$

B „ „ বর্জিত তাপ $= m.s_2(24 - 20)$.

হইয়া থাকে। ইহাকে বলে শব্দের ব্যতিচার। আবার শব্দ উহার গতিপথে অবস্থিত ক্ষুদ্র প্রতিবন্ধককে পাশ কাটাইয়া যাইতে পারে। ইহাকে বলে শব্দের **অপবর্তন** (Diffraction)। এই প্রকার ঘটনা কেবলমাত্র তরঙ্গের ক্ষেত্রেই সম্ভব। যদি মনে করা যায় যে শব্দ তরঙ্গের আকারে চারিদিকে বিস্তৃতি লাভ করে তাহা হইলেই কেবলমাত্র শব্দের ব্যতিচার ও অপবর্তন নামক ঘটনা দুইটিকে যথাযথভাবে ব্যাখ্যা করা যায়। এখানে প্রসঙ্গতঃ উল্লেখ করা দরকার, প্রতিফলন ও প্রতিসরণ নামক ঘটনা দুইটিও শব্দের তরঙ্গরূপ হইতে প্রমাণ করা যায়।

তাহা হইলে এইবার নিশ্চিতরূপে সিদ্ধান্ত করা যায়, কোন মাধ্যমে শব্দ তরঙ্গের আকারে চারিদিকে বিস্তৃতি লাভ করে। এখন শব্দ-তরঙ্গ কি প্রকারের তরঙ্গ--তির্যক তরঙ্গ, না অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ—তাহা অনুসন্ধান করিতে হইবে। তরল এবং গ্যাসীয় মাধ্যমে তির্যক তরঙ্গ সৃষ্টি করা যায় না, কারণ কোন মাধ্যমে তির্যক তরঙ্গ সৃষ্টি করিতে হইলে ঐ মাধ্যমের কৃন্তন-স্থিতিস্থাপকতা থাকিতেই হইবে ; কিন্তু বাতাস কিংবা কোন প্রবাহী পদার্থের কৃন্তন স্থিতিস্থাপকতা নাই। অতএব শব্দ-তরঙ্গ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। উপরন্তু **সমবর্তন** (Polarization) নামে একটি ভৌত ঘটনা আলোর ক্ষেত্রে ঘটিতে দেখা যায়, কিন্তু শব্দের ক্ষেত্রে ঘটে না। এই ঘটনা কেবলমাত্র তির্যক তরঙ্গের ক্ষেত্রেই সম্ভব—কাজেই শব্দ-তরঙ্গ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ।

3.4. শব্দের গতিবেগ (Velocity of Sound) :

1738 খ্রীষ্টাব্দে প্যারিস অ্যাকাডেমির কয়েকজন সভ্য সর্বপ্রথম উন্মুক্ত বায়ুতে শব্দের গতিবেগ নির্ণয় করেন। তাঁহাদের পরীক্ষালব্ধ ফল হইতে দেখা যায়, শব্দের গতিবেগ (i) বায়ুর চাপের কোন প্রকার পরিবর্তনের উপর নির্ভরশীল নয়, (ii) বায়ুর উষ্ণতা ও আর্দ্রতার সহিত বৃদ্ধি পায় ও (iii) বায়ুপ্রবাহের দিকে বৃদ্ধি পায় ও বিপরীত দিকে হ্রাস পায়। 1829 খ্রীষ্টাব্দে **অ্যারাগো** (Arago) নিম্নের পরীক্ষাটি করেন। এই পরীক্ষার জন্য প্রায় 18 মাইল ব্যবধানে দুইটি পাহাড় নির্দিষ্ট করা হইয়াছিল। একটি পাহাড়ে একজন পর্যবেক্ষককে একটি বন্দুক ও অপর পাহাড়ে আর একজন পর্যবেক্ষককে একটি স্টপ-ওয়াচ্ (stop watch) সহ নিযুক্ত করা হয়। প্রথম পর্যবেক্ষক বন্দুক ছোঁড়েন এবং দ্বিতীয় পর্যবেক্ষক আলোর ঝলক দেখামাত্র স্টপ-ওয়াচ্ চালাইয়া দেন ও পরে বন্দুকের শব্দ শোনা মাত্র স্টপ-ওয়াচ্ বন্ধ করিয়া দেন। এক্ষেত্রে বন্দুক যে-মুহূর্তে ছোঁড়া হয় ঠিক সেই মুহূর্তে আলোর ঝলক ও শব্দ একই সঙ্গে সৃষ্টি হয়। আলোর গতিবেগ শব্দের গতিবেগ অপেক্ষা অনেক বেশী হওয়ায় আলো শব্দের বহু পূর্বে দ্বিতীয় পর্যবেক্ষকের কাছে পৌঁছাইবে। কিন্তু যেহেতু আলোর গতিবেগ অত্যন্ত বেশী, কাজেই আলো দ্বিতীয় পর্যবেক্ষকের কাছে পৌঁছাইতে এত অল্প সময় লইবে যে

তাহা হিসাবে না ধরিলেও বিশেষ কোন ভুল হইবে না। কাজেই দ্বিতীয় পর্যবেক্ষক ঘড়িতে যে-সময় মাপিবেন সেই সময়ে শব্দ প্রথম পাহাড় হইতে দ্বিতীয় পাহাড়ে যায় বলিয়া ধরা যাইতে পারে।

ধরা যাক্, আলোর ঝলক দেখা ও বন্দুকের আওয়াজ শোনার মধ্যে সময়ের ব্যবধান $=t$; স্টপ-ওয়াচ্ হইতে এই সময় t-এর মান লিপিবদ্ধ করা হইয়াছিল। পাহাড় দুইটির দূরত্ব S হইলে শব্দের গতিবেগ $V=S/t$ হইবে।

এইরূপে শব্দের গতিবেগ নির্ণয় করিলে পরীক্ষার সময় যদি বায়ুপ্রবাহ থাকে তবে নির্ণীত ফলে কিছু ভুল থাকিবে, কারণ বায়ুপ্রবাহের দিকে শব্দের গতিবেগ বৃদ্ধি পায় ও বিপরীতদিকে হ্রাস পায়। বিপরীত পর্যবেক্ষণ (reciprocal observation) দ্বারা এই ভুল সংশোধন করা যায়। উপরের পরীক্ষায় যেমন একজন পর্যবেক্ষক বন্দুক ছুঁড়িলেন ও অপর পর্যবেক্ষক সময় মাপিলেন—তেমনি বিপরীতভাবে দ্বিতীয় পর্যবেক্ষক বন্দুক ছুঁড়িবেন ও প্রথম পর্যবেক্ষক সময় মাপিবেন। ইহাকে বিপরীত পর্যবেক্ষণ বলে। মনে করা যাক, শব্দের প্রকৃত গতিবেগ V এবং বায়ু প্রথম পর্যবেক্ষক হইতে দ্বিতীয় পর্যবেক্ষকের দিকে v বেগে বহিতেছে। যখন প্রথম পর্যবেক্ষক বন্দুক ছুঁড়িবেন ও দ্বিতীয় পর্যবেক্ষক আলোর ঝলক দেখা ও শব্দ শোনার মধ্যে সময়ের ব্যবধান t_1 মাপিবেন, তখন

$$V+v=\frac{S}{t_1} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

বিপরীত পর্যবেক্ষণে সময় t_2 মাপা হইলে,

$$V-v=\frac{S}{t_2} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

(1) ও (2) সমীকরণদ্বয় যোগ করিলে, $V=\frac{S}{2}\left(\frac{1}{t_1}+\frac{1}{t_2}\right) \quad \cdots \quad (3)$

সুতরাং S, t_1 ও t_2 মাপিতে পারিলে বায়ুপ্রবাহ থাকা সত্ত্বেও শব্দের প্রকৃত গতিবেগ (3)-সমীকরণ হইতে নির্ণয় করা যাইবে।

3.5. গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের গতিবেগ সম্পর্কে নিউটনের সঙ্কেত ও ল্যাপলাস কর্তৃক উহার সংশোধন (Newton's formula for the velocity of sound in a gaseous medium and its correction by Laplace) :

শব্দ-তরঙ্গ যখন গ্যাসীয় মাধ্যমে বিস্তার লাভ করে তখন উহার গতিবেগ সম্বন্ধে নিউটন তত্ত্বমূলক আলোচনা করেন এবং প্রমাণ করেন

$$V=\sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

7. একটি ক্যালরিমিটারে 25°C উষ্ণতায় 60 গ্রাম জলের সহিত 50°C উষ্ণতার 45 গ্রাম জল মিশ্রিত করা হইল। মিশ্রণের তাপমাত্রা 35°C হইলে ক্যালরিমিটারের জলসম নির্ণয় কর।

[C. U. 1950] [উঃ 7·5 gms]

8. একটি তামার ক্যালরিমিটারের ওজন 180 গ্রাম এবং উহার আপেক্ষিক তাপ 0·09। ক্যালরিমিটারের উষ্ণতা 25°C হইতে 65°C পর্যন্ত বর্ধিত করিতে হইলে কত তাপের প্রয়োজন হইবে?

[C. U. 1943] [উঃ 648 ক্যালরি]

9. 200 গ্রাম ভরের একটি তামার [আপেক্ষিক তাপ 0·095] টুকরাকে 100°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করিয়া একটি ক্যালরিমিটারের মধ্যে 8°C উষ্ণতার 100 গ্রাম তরলের মধ্যে ডুবান হইল। ক্যালরিমিটারটি তামার এবং ইহার ওজন 25 গ্রাম। মিশ্রণের চূড়ান্ত তাপমাত্রা 28·5°C হইলে তরলের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর।

[উঃ 0·6387]

ষষ্ঠ অধ্যায়

অবস্থার পরিবর্তন

(Change of State)

6.0. অবস্থার পরিবর্তন ঃ কঠিন, তরল ও বায়বীয় এই তিন রকম অবস্থায় পদার্থ থাকিতে পারে। তাপ প্রয়োগ বা তাপ নিষ্কাশন করিলে পদার্থ এক অবস্থা হইতে অন্য অবস্থায় রূপান্তরিত হয়। একখণ্ড বরফকে তাপ দিলে বরফ গলিয়া জলে পরিণত হয়। আবার জলকে তাপ দিলে জল বাষ্পে পরিণত হয়। অন্যদিকে বাষ্পকে ঠাণ্ডা করিলে বাষ্প জলে পরিণত হয় এবং জলকে আরও ঠাণ্ডা করিলে বরফে পরিণত হয়। যখন কোন পদার্থ কঠিন হইতে তরলে বা তরল হইতে বায়বীয় অবস্থাতে অথবা বায়বীয় হইতে তরলে বা তরল হইতে কঠিনে রূপান্তরিত হয় তখন তাহাকে অবস্থার পরিবর্তন বলা হয়।

6.1. গলন ও কঠিনীভবন (Melting and solidification) ঃ

কোন বস্তুকে তাপ দিলে ইহার তাপমাত্রা বাড়ে। কোন এক নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় ইহা গলিতে শুরু করে। তাপপ্রয়োগ সত্ত্বেও যতক্ষণ পর্যন্ত না সমস্ত পদার্থটি গলিয়া যায়, ততক্ষণ তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হয় না। এই ঘটনাকে **পদার্থের গলন** বলে।

আবার কোন তরল পদার্থ হইতে তাপ বাহির করিয়া লইতে থাকিলে তাপমাত্রা কমিতে থাকে। একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় পৌছিলে তরল জমিয়া কঠিন পদার্থে পরিণত

হইতে থাকে। তাপ বাহির করা সত্ত্বেও যতক্ষণ পর্যন্ত না সমগ্র তরল পদার্থ জমিয়া কঠিন পদার্থে পরিণত হয়, ততক্ষণ তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হয় না। এই ঘটনাকে **পদার্থের কঠিনীভবন** বলে।

পদার্থের গলনাঙ্ক ও হিমাঙ্ক (Melting point and freezing point of a substance) :

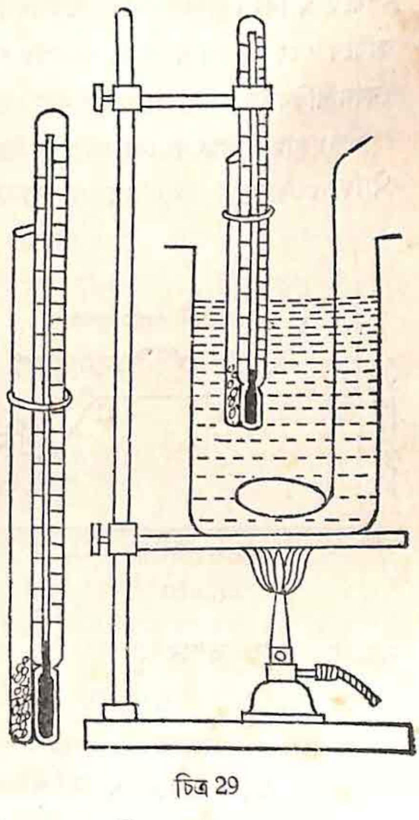
সংজ্ঞা : কোন নির্দিষ্ট চাপে পদার্থ যে-তাপমাত্রায় গলিতে শুরু করে তাহাকে ঐ পদার্থের গলনাঙ্ক (melting point) বলে। যতক্ষণ পর্যন্ত সমস্ত পদার্থ গলিয়া না যায়, ততক্ষণ পর্যন্ত ঐ তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হয় না।

কোন নির্দিষ্ট চাপে পদার্থ যে-তাপমাত্রায় জমিতে শুরু করে তাহাকে ঐ পদার্থের হিমাঙ্ক (freezing point) বলে। যতক্ষণ পর্যন্ত সমস্ত পদার্থ জমিয়া না যায়, ততক্ষণ পর্যন্ত ঐ তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হয় না।

6.2. পদার্থের গলনাঙ্ক নির্ণয় (Determination of melting point of a substance) :

(1) কৈশিক নল পদ্ধতি (Capillary tube method) :

অপেক্ষাকৃত কম গলনাঙ্ক-বিশিষ্ট পদার্থ, যথা—মোম, ন্যাপথলিন ইত্যাদির গলনাঙ্ক কৈশিক নল পদ্ধতি দ্বারা নির্ণয় করা যায়। যে-পদার্থের গলনাঙ্ক নির্ণয় করিতে হইবে তাহার সামান্য অংশ তরল অবস্থায় কৈশিক নলের মধ্যে লওয়া হয়। নলের ভিতরে তরল জমিয়া কঠিন হইলে ইহার এক প্রান্ত বার্নার দ্বারা বন্ধ করা হয়। এখন নলটিকে থার্মমিটারের বাল্‌বের অংশের দিকে যুক্ত করিয়া উহাকে একটি জলপূর্ণ পাত্রে এইরূপ ভাবে ডুবান হইল যাহাতে কৈশিক নলের উপর প্রান্ত জলের উপরে থাকে (চিত্র 29)। পাত্রের তরলের (এইখানে জলের) স্ফুটনাঙ্ক পরীক্ষাধীন পদার্থ অপেক্ষা বেশী হওয়া প্রয়োজন। বার্নারের সাহায্যে এইবার ধীরে ধীরে জলকে উত্তপ্ত করিতে এবং আলোড়ক দ্বারা জলকে নাড়িতে হইবে। উত্তপ্ত হইয়া

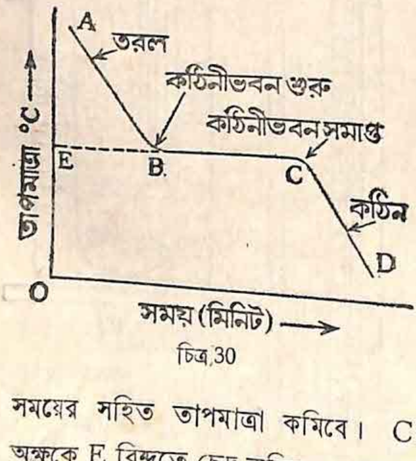


চিত্র 29

কৈশিক নলের পদার্থ গলিতে আরম্ভ করে এবং যে-তাপমাত্রায় পদার্থ গলিতে শুরু করে, সেই তাপমাত্রা থার্মমিটার হইতে লিখিয়া রাখা হইল। সমস্ত পদার্থ গলিয়া গেলে পুনরায় তাপমাত্রা উঠিতে থাকে এবং কিছুক্ষণ পরে বার্নারকে সরাইয়া লওয়া হয় এবং পাত্রটি ধীরে ধীরে ঠাণ্ডা হইতে থাকে। কিছুক্ষণ পর পদার্থটি জমিতে শুরু করে। যে-তাপমাত্রায় পদার্থটি জমিতে আরম্ভ করে, তাহা লিখিয়া রাখা হইল। এই দুই তাপমাত্রার গড় হইল পদার্থটির গলনাঙ্ক।

(2) **শীতলতার লেখচিত্র পদ্ধতি (Cooling curve method) :** একটি টেস্ট টিউবে পরীক্ষাধীন পদার্থের কিছু অংশ লইয়া কর্ক দ্বারা মুখ বন্ধ করা হইল। কর্কের ছিদ্র দিয়া একটি থার্মমিটার ভিতরে প্রবেশ করান হইল। টেস্ট টিউবকে গরম করিয়া পদার্থটিকে সম্পূর্ণরূপে গলান হইল এবং গলিয়া যাওয়ার পরও পদার্থের তাপমাত্রা আরও কিছু বাড়ান হইল। এইবার টেস্ট টিউবকে ঠাণ্ডা হইতে দেওয়া হয় এবং প্রতি আধ মিনিট অন্তর থার্মমিটারের পাঠ লইতে হইবে। তাপমাত্রা ক্রমশঃ কমিতে থাকিবে এবং দেখা যাইবে যে বিশেষ এক তাপমাত্রায় পদার্থটি জমিতে শুরু করিবে এবং যতক্ষণ পর্যন্ত না পদার্থের সমগ্র অংশটা জমিবে, ততক্ষণ পর্যন্ত তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হইবে না। জমিয়া গেলে তবে আবার তাপমাত্রা কমিতে থাকিবে।

অনুভূমিক অক্ষ বরাবর সময় ও উল্লম্ব অক্ষে তাপমাত্রা সূচিত করিয়া লেখচিত্র আঁকিলে ABCD লেখচিত্র পাওয়া যাইবে (চিত্র 30)। পদার্থটি গলিয়া তরল হইয়া যাওয়ার পর তাপমাত্রা কমিতে থাকিবে এবং AB অংশ তাহা সূচিত করে। B বিন্দু হইতে তরল জমিতে থাকে এবং সমগ্র অংশ যতক্ষণ না জমিবে ততক্ষণ তাপমাত্রা স্থির থাকিবে যদিও ঘড়ির কাঁটা চলিতে থাকিবে, সেইজন্য BC অংশ অনুভূমিক অক্ষের সহিত সমান্তরাল। CD অংশ হইতে বুঝা যায় যে জমিয়া যাইবার পর পুনরায় সময়ের সহিত তাপমাত্রা কমিবে। CB-কে বামদিকে বর্ধিত করিলে ইহা উল্লম্ব অক্ষকে E বিন্দুতে ছেদ করিবে। OE উচ্চতা পদার্থটির গলনাঙ্ক বা হিমাঙ্ক।



চিত্র 30

6.3. লীন তাপ (Latent heat) :

আমরা জানি কোন কঠিন পদার্থকে উত্তপ্ত করিলে ইহার তাপমাত্রা বাড়িতে থাকে, কিন্তু কিছুক্ষণ পরে দেখা যাইবে যে অনবরত তাপ দেওয়া সত্ত্বেও থার্মমিটারের

পারদ একটি জায়গায় স্থির হইয়া আছে। যে-মুহূর্ত হইতে পদার্থটি গলিতে আরম্ভ করে অর্থাৎ কঠিন হইতে তরলে রূপান্তরিত হইতে শুরু করে, সেই সময় হইতে অবস্থার এই পরিবর্তন সম্পূর্ণ না হওয়া পর্যন্ত তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন হইবে না। কঠিন পদার্থকে তরলে পরিণত করার সময় পদার্থের অভ্যন্তরস্থ পারস্পরিক আণবিক আকর্ষণ-বলের বিরুদ্ধে কাজ করিবার জন্য এই তাপ ব্যবহৃত হয়। সেইজন্য এই তাপ পদার্থের তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন করে না। এই সময় পদার্থ যে-তাপ গ্রহণ করে তাহার বাহ্যিক প্রকাশ হয় না বলিয়া এই তাপকে **লীন তাপ** বলে।

গলনের লীন তাপ (Latent heat of fusion) : তাপমাত্রার পরিবর্তন না করিয়া একক ভরের পদার্থকে কঠিন অবস্থা হইতে তরল অবস্থায় পরিবর্তন করিতে যে-তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে পদার্থের গলনের লীন তাপ বলে।

তাপমাত্রার কোন পরিবর্তন না করিয়া পদার্থের একক ভরকে তরল হইতে কঠিন অবস্থায় পরিবর্তন করিতে যে-তাপ নিষ্কাশন করিতে হয় তাহা উপরোক্ত তাপের সমান।

গলনের লীন তাপের একক : সি.জি.এস. পদ্ধতিতে বরফ গলনের লীন তাপ 80 ক্যালরি/গ্রাম। ইহার অর্থ 0°C তাপমাত্রায় 1 গ্রাম বরফকে জলে পরিণত করিতে 80 ক্যালরি তাপের প্রয়োজন হইবে। তদ্রূপ 0°C তাপমাত্রায় 1 গ্রাম জলকে 1 গ্রাম বরফে পরিণত করিলে 80 ক্যালরি তাপ বাহির করিতে হইবে। এফ.পি.এস. পদ্ধতিতে—অর্থাৎ ব্রিটিশ থার্মাল এককে বরফ গলনের লীন তাপ $=80\times\frac{9}{5}$ $=144$ B.Th.U.

6.4. বরফ গলনের লীন তাপ নির্ণয় (Determination of latent heat of fusion of ice) :

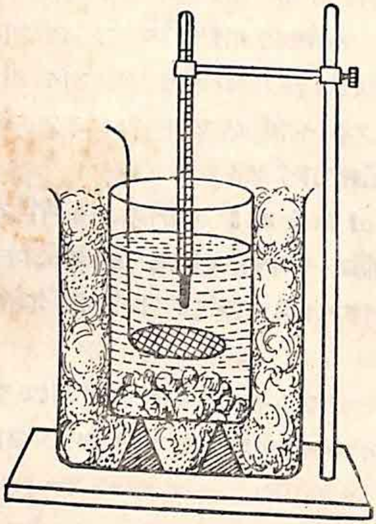
বিভিন্ন উপায়ে বরফ গলনের লীন তাপ নির্ণয় করা যায়।

(i) **মিশ্রণ পদ্ধতি**—আলোড়ক সহ একটি ক্যালরিমিটারকে পরিষ্কার ও শুষ্ক করিয়া ওজন করা হইল। মনে কর, ইহা m_1 গ্রাম। এইক্ষেত্রে আলোড়ককে বিশেষ ভাবে তৈয়ারি করিতে হয়। ইহার নীচের দিকে রিং-এ তারের জাল থাকে, যাহাতে বরফকে জলের মধ্যে ডুবাইয়া রাখা যায়।

ক্যালরিমিটারকে প্রায় অর্ধেক জলদ্বারা পূর্ণ করিয়া ওজন লওয়া হইল (ধর m_2 গ্রাম)। থার্মমিটার দ্বারা জলের তাপমাত্রা নির্ণয় করা হইল (t_1°C)।

ক্যালরিমিটারকে আর একটি পাত্রের মধ্যে কুপরিবাহী কাঠের স্ট্যাণ্ডের উপর

বসান হয় (চিত্র 31)। একটি বরফখণ্ডকে ব্লটিং কাগজ দ্বারা মুছিয়া ক্যালরিমিটারে রাখা হইল। বরফটি যাহাতে সর্বদা জলের মধ্যে ডুবিয়া থাকে তাহার দিকে লক্ষ্য রাখিয়া আলোড়ককে ধীরে ধীরে নাড়িতে হইবে। বরফের সমগ্র অংশটি গলিয়া গেলে পুনরায় তাপমাত্রা মাপিতে হইবে (t_2°C)। এই তাপমাত্রা পূর্বের তাপমাত্রা অপেক্ষা কম হইবে। এইবার থার্মমিটারকে সরাইয়া পুনরায় ক্যালরিমিটারের ওজন লওয়া হইল (m_3 গ্রাম)।



চিত্র 31

বরফের ওজন $(m_3 - m_2)$ গ্রাম। ইহার লীন তাপ L ক্যালরি প্রতি গ্রাম হইলে, বরফ কর্তৃক গৃহীত তাপ $= (m_3 - m_2)L$ ক্যালরি। বরফজল কিছু তাপ গ্রহণ করিয়া 0°C হইতে t_2°C উষ্ণতায় পৌঁছিয়াছে। সেই তাপের পরিমাণ $= (m_3 - m_2) \times 1 \times (t_2 - 0)$ ক্যালরি।

আলোড়ক সহ ক্যালরিমিটারের তাপ বর্জনের পরিমাণ $= m_1 \times s \times (t_1 - t_2)$.

ক্যালরিমিটারের জলের বর্জিত তাপ $= (m_2 - m_1) \times (t_1 - t_2)$.

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ,

$$\therefore \quad m_1 s(t_1 - t_2) + (m_2 - m_1)(t_1 - t_2) = (m_3 - m_2)L + (m_3 - m_2)t_2$$

$$\text{বা,} \quad (m_3 - m_2)(L + t_2) = \{m_1 s + (m_2 - m_1)\}(t_1 - t_2)$$

$$\text{বা,} \quad L + {}_2 = \frac{\{m_1 s + (m_2 - m)\}(t_1 - t_2)}{(m_3 - m_2)}$$

$$\therefore \text{ বরফের লীন তাপ, } L = \frac{\{m_1 s + (m_2 - m_1)\}(t_1 - t_2)}{(m_3 - m_2)} - t_2.$$

উক্ত সমীকরণে L ব্যতীত আর সকল রাশির মান জানা থাকায়, L-এর মান নির্ণয় করা যাইবে।

6.5. ব্ল্যাকের বরফ ক্যালরিমিটার পদ্ধতি (Black's Ice-calorimeter method) ঃ একটি বড় বরফখণ্ডে একটি গর্ত থাকে এবং ইহাকে আর একটি বরফখণ্ড

দ্বারা ঢাকিবার ব্যবস্থা আছে। ইহাই ব্ল্যাকের বরফ ক্যালরিমিটার (চিত্র 32)। একটি ধাতব বলকে নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় উত্তপ্ত করিয়া গর্তটি ব্লটিং কাগজ দিয়া মুছিয়া বলটিকে গর্তের মধ্যে ফেলিয়া দেওয়া হইল। সঙ্গে সঙ্গে অন্য বরফখণ্ড দিয়া গর্তটি ঢাকিয়া দেওয়া হইল। উত্তপ্ত বল তাপ বর্জন করিবে এবং সেই তাপ বরফ গ্রহণ করিবে এবং কিছু বরফ গলিয়া জলে পরিণত হইবে। ভিতরের তাপমাত্রা তখন 0°C। একটি পিপেটের সাহায্যে বরফজল তুলিয়া ওজন করা হইল। ধরা যাক্, ইহার ওজন M gm।



চিত্র 32

বরফের লীন তাপ L cals/gm. হইলে M gm. বরফ কর্তৃক গৃহীত তাপ =M.L cal।

কঠিন পদার্থ কর্তৃক বর্জিত তাপ $= m \times s \times t$

এইখানে m = কঠিন পদার্থের ওজন; s = ইহার আপেক্ষিক তাপ এবং t = কঠিন পদার্থের প্রারম্ভিক তাপমাত্রা।

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ,

$\therefore \quad m.s.t = ML$

অতএব, বরফের লীন তাপ $L = \frac{mst}{M}$.

এই সমীকরণে L ব্যতীত আর সকলের মান জানা থাকায় L-এর মান নির্ণয় করা যাইবে।

ত্রুটি—(i) বরফজলের সমগ্র অংশটা অপসারিত করা অসম্ভব, কারণ সামান্য হইলেও কিছু জল বরফের গায়ে থাকিয়া যাইবে।

6.6. গলন ও কঠিনীভবনের ফলে আয়তনের পরিবর্তন (Change of volume on melting and solidification) :

কঠিন পদার্থ তরলে পরিণত হইলে আয়তনে বাড়ে এবং তরল পদার্থ কঠিনে পরিণত হইলে আয়তনে কমে। ইহাই সাধারণ নিয়ম। তামা, রূপা, মোম ইত্যাদি এই পর্যায়ের। কিন্তু কিছু কিছু পদার্থ, যেমন বরফ, ঢালাই লোহা ইত্যাদি এই সাধারণ নিয়মের ব্যতিক্রম। এই সমস্ত পদার্থ কঠিন হইতে তরল হইলে সংকুচিত হয় এবং তরল হইতে কঠিন হইলে প্রসারিত হয়। উদাহরণ স্বরূপ, 0°C তাপমাত্রায় 12 c.c. বরফ গলিয়া 0°C তাপমাত্রায় জলে পরিণত হইলে ইহার আয়তন দাঁড়ায় 11 c.c.

এই কারণে বরফ জলে ভাসে। বরফের $\frac{1}{12}$ অংশ জলের বাহিরে থাকে এবং $\frac{11}{12}$ অংশ জলের ভিতরে থাকে। গলনের ফলে বরফ শতকরা 9 ভাগ সংকুচিত হয়।

6.7. বাষ্প ও বাষ্পীভবন (Vapour and vaporisation) ঃ কোন তরলের বায়বীয় অবস্থাকে ঐ তরলের বাষ্প বলে। যে-পদ্ধতিতে তরল বাষ্পে পরিণত হয় তাহাকে বাষ্পীভবন বলে।

6.8. বাষ্পীভবনের বিভিন্ন উপায় ঃ বাষ্পীভবন তিন প্রকারের হইতে পারে, যথা—(1) বাষ্পায়ন (evaporation), (2) স্ফুটন (boiling or ebullition) এবং ঊর্ধ্বপাতন (sublimation)।

(1) **বাষ্পায়ন ঃ** যে-পদ্ধতিতে তরল ধীরে ধীরে বাষ্পে পরিণত হয়, তাহাকে বাষ্পায়ন বলে। বাষ্পায়ন ক্রিয়া যে-কোন তাপমাত্রায় হইতে পারে এবং সর্বদাই তরলের উপর তল হইতে হয়। খোলা পাত্রে কিছু জল রাখিয়া দুই-একদিন পরে লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে পাত্রে আর জল অবশিষ্ট নাই। গরমকালে পুকুর শুকাইয়া যাওয়া, ভিজা কাপড় রৌদ্রে শুকান—সবই বাষ্পায়নের উদাহরণ।

(2) **স্ফুটন ঃ** যে-পদ্ধতিতে তরল খুব দ্রুত বাষ্পে পরিণত হয়, তাহাকে স্ফুটন বলে। স্ফুটন ইহার তরলের উপর যে-চাপ থাকে তাহার উপর নির্ভর করে এবং একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় স্ফুটনক্রিয়া শুরু হয়। তরলের সমগ্র অংশ ব্যাপিয়া ইহা চলিতে থাকে এবং তরলের সবটাই বাষ্পে রূপান্তরিত না হওয়া পর্যন্ত তাপমাত্রার আর কোন পরিবর্তন হয় না।

বায়ুমণ্ডলের স্বাভাবিক চাপে যে-নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় কোন তরলের স্ফুটন হয় তাহাকে ঐ তরলের স্ফুটনাঙ্ক বলে। জলের স্ফুটনাঙ্ক 100°C। স্ফুটনের সময় তরলের বাষ্পীয় চাপ পারিপার্শ্বিক চাপের সমান।

(3) **ঊর্ধ্বপাতন ঃ** যে-পদ্ধতিতে কোন পদার্থ কঠিন অবস্থা হইতে প্রথমে তরল না হইয়া সরাসরি বাষ্পে পরিণত হয় তাহাকে ঊর্ধ্বপাতন বলে। ন্যাপথলিন, কর্পূর ইত্যাদি ইহার উদাহরণ।

বাষ্পায়ন ও স্ফুটনের পার্থক্য ঃ

(1) বাষ্পায়ন খুব মন্থর পদ্ধতি, কিন্তু স্ফুটন খুব দ্রুত সংঘটিত হয়।

(2) বাষ্পায়নে শুধুমাত্র তরলের উপর তল অংশ গ্রহণ করে, কিন্তু স্ফুটন তরলের সমগ্র অংশ ব্যাপিয়া হয়।

(3) বাষ্পায়ন সব তাপমাত্রাতেই হয়, কিন্তু স্ফুটন বায়ুমণ্ডলের চাপের উপর নির্ভরশীল এবং একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রাতেই আরম্ভ হয়।

6.9. গলনাঙ্ক এবং স্ফুটনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব (Effects of pressure on melting and boiling point) :

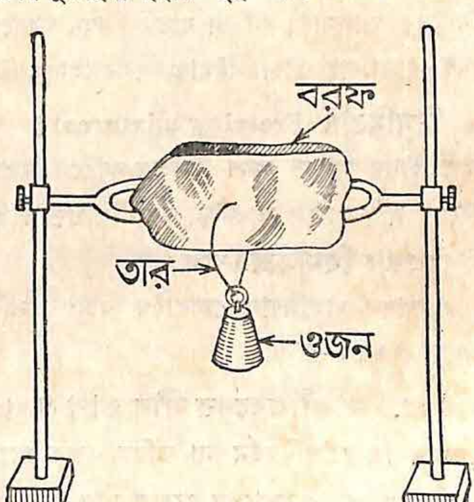
গলনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব—পদার্থের গলনাঙ্ক ইহার উপর প্রযুক্ত চাপের উপর নির্ভর করে।

(i) গলনের ফলে যে-সব পদার্থের আয়তন হ্রাস হয়, সেই সব পদার্থের উপর চাপ বৃদ্ধি করিলে গলনাঙ্ক কমিয়া যায় এবং কম তাপমাত্রায় গলে। উদাহরণ—ঢালাই লোহা, মোম ইত্যাদি।

(ii) গলনের ফলে যে-সব পদার্থের আয়তন বাড়ে তাহাদের উপর চাপ বৃদ্ধি করিলে পদার্থের গলনাঙ্ক বাড়িয়া যায় এবং বেশী তাপমাত্রায় গলে। উদাহরণ—মোম।

পুনঃশিলীভবন (Regelation) : দুই টুকরা বরফ একত্র করিয়া চাপ দিলে জোড়া লাগিয়া এক টুকরা বরফে পরিণত হয়। চাপের ফলে দুইটি বরফের সংযোগস্থলের গলনাঙ্ক কমিয়া যায়, এবং ঐ জায়গার বরফ গলিয়া জল হয়। এইবার চাপ সরাইয়া লইলে গলনাঙ্ক পুনরায় বাড়িয়া যায় এবং সংযোগস্থলের জল জমিয়া আবার বরফ হয়। ফলে দুইটি বরফ গোড়া লাগিয়া যায়। এই ঘটনাকে **পুনঃশিলীভবন** বলে।

Bottomley-র পরীক্ষা : বড় একখণ্ড বরফকে দুইটি অবলম্বনের উপর রাখা হয়। একটি সরু তামার তার বরফের উপর ঝুলাইয়া ইহার দুই প্রান্ত একত্র করিলে তারটি বরফকে বেষ্টন করিয়া থাকিবে। একটি ভারী বাটখারা তারের দুই প্রান্ত এক করিয়া সেখান হইতে ঝুলাইয়া দেওয়া হইল (চিত্র 33)। কিছুক্ষণ পর দেখা যাইবে যে তারটি বরফকে কাটিয়া বাহির হইয়া আসিয়াছে, অথচ বরফ অবিভক্ত অবস্থাতেই আছে।



চিত্র 33

ইহার কারণ এই—তারসংলগ্ন বরফে চাপ পড়ায় বরফের গলনাঙ্ক কমিয়াছে এবং সেইস্থানের বরফ জলে পরিণত হইয়াছে। জলের মধ্য দিয়া তারটি নীচে নামিয়া আসিয়াছে। তারটি নীচে নামিয়া আসার ফলে তারটির উপরের বরফে আর চাপ থাকে না,

বরফের গলনাঙ্ক পুনরায় বাড়িয়া যায় এবং সেই জল পুনরায় জমিয়া বরফ হয়। এই ঘনীভবনের সময় কিছু লীন তাপের উৎপত্তি হয়। এই তাপ তামার তার বাহিয়া নীচে প্রবাহিত হয় এবং বরফকে গলিতে সাহায্য করে। এইভাবে তারটি ধীরে ধীরে তলায় নামিয়া আসে অথচ বরফের টুকরাটি অবিভক্ত থাকিয়া যায়।

6.10. স্ফুটনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব : কোন তরলের স্ফুটনাঙ্ক তরলের উপরিস্থিত তলে চাপের উপর নির্ভর করে। চাপ কমিলে স্ফুটনাঙ্ক কমে অর্থাৎ তরল কম উষ্ণতায় ফুটিতে থাকে এবং চাপ বাড়িলে স্ফুটনাঙ্ক বাড়িয়া যায় এবং তরল বেশী উষ্ণতায় ফুটিতে থাকে।

চাপ হ্রাস করিলে স্ফুটনাঙ্ক কমে ইহা Franklin-এর পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করা যায়।

চাপবৃদ্ধির সঙ্গে স্ফুটনাঙ্ক যে বাড়ে তাহা Regnault-এর পরীক্ষার সাহায্যে প্রমাণ করা যায়।

6.11. দ্রবণের হিমাঙ্ক (Freezing point of a solution) : কোন পদার্থকে তরলে দ্রবীভূত করিলে দেখা যায় দ্রবণের হিমাঙ্ক তরলের হিমাঙ্ক অপেক্ষা কম। যখন কোন দ্রাব্য (solute) কোন দ্রাবকে (solvent) দ্রবীভূত হয় তখন দ্রাব্য কিছু তাপ গ্রহণ করে এবং ইহা পদার্থে লীন (latent) অবস্থায় থাকে। ফলে সমগ্র মিশ্রণের তাপমাত্রা কমিয়া যায়। যথা, লবণকে জলে দ্রবীভূত করিলে যে-লবণজলের দ্রবণ পাওয়া যায় তাহার হিমাঙ্ক জলের হিমাঙ্ক (0°C) অপেক্ষা 2°C কম।

হিমমিশ্রণ (Freezing mixtures) : আমরা জানি, বরফের তাপমাত্রা 0°C। কিন্তু ইহার সহিত লবণ মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের তাপমাত্রা কমিয়া যায়। একভাগ লবণের সহিত তিনভাগ গুঁড়া বরফ মিশ্রিত করিলে মিশ্রণের তাপমাত্রা হয় −22°C। এই মিশ্রণকে **হিমমিশ্রণ** বলে।

আবার ক্যালসিয়াম ক্লোরাইড বরফের সহিত 3 : 2 ভাগে মিশাইলে মিশ্রণের তাপমাত্রা হয় −55°C.

6.12. বাষ্পীভবনের লীন তাপ (Latent heat of vaporisation) : তাপমাত্রার পরিবর্তন না করিয়া একক ভরের পদার্থকে তরল অবস্থা হইতে বাষ্পে পরিণত করিতে যে-তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে ঐ পদার্থের বাষ্পীভবনের লীন তাপ বলে।

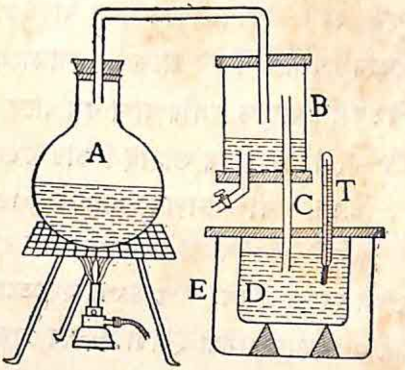
তাপমাত্রা অপরিবর্তিত রাখিয়া পদার্থের একক ভরকে বাষ্প হইতে তরল অবস্থায় পরিবর্তন করিতে যে-তাপ বাহির করিয়া লইতে হয় তাহা উপরোক্ত তাপের সমান।

বাষ্পীভবনের লীন তাপের একক (Unit of latent heat of vaporisation) :

সি. জি. এস. পদ্ধতিতে জলের বাষ্পীভবনের লীনতাপ 537 cal/gm.। ইহার অর্থ হইল এই যে 100°C তাপমাত্রায় 1 gm. জলকে 100°C তাপমাত্রায় 1 gm. বাষ্পে পরিণত করিতে 537 ক্যালরি তাপের প্রয়োজন হইবে। তদ্রূপ, 100°C তাপমাত্রায় 1 gm. বাষ্পকে 100°C তাপমাত্রায় 1 gm. জলে পরিণত করিলে 537 ক্যালরি তাপ পাওয়া যাইবে। ব্রিটিশ থার্মাল এককে বাষ্পীভবনের লীন তাপ $=537\times\frac{9}{5}=967$ B.Th.U/lb. (প্রায়)।

6.13. বাষ্পীভবনের লীন তাপ নির্ণয় (Determination of latent heat of vaporisation) :

মিশ্রণ পদ্ধতি (Method of mixtures) : আলোড়ক সহ একটি ক্যালরিমিটারকে (D) পরিষ্কার ও তারপর শুষ্ক করিয়া ওজন করা হইল। মনে কর, ইহা w_1 gm.। ক্যালরিমিটারকে অর্ধেক জল দ্বারা পূর্ণ করিয়া পুনরায় ওজন করা হইল। মনে কর, ইহা w_2 gm.। থার্মমিটারের সাহায্যে জলের তাপমাত্রা মাপা হইল। মনে কর, ইহা t_1°C। কুপরিবাহী বস্তুর দ্বারা যাহাতে বেষ্টিত হইতে পারে এইভাবে ক্যালরিমিটারকে আর একটি পাত্রে বসান হইল (E—চিত্র 34)। একটি ফ্লাস্ক A-তে জল ফুটাইয়া বাষ্পকে আর একটি পাত্র B-তে পাঠান হইল।



চিত্র 34

সেখান হইতে বাষ্প আর একটি নল C-এর মধ্য দিয়া ক্যালরিমিটারের জলের মধ্যে প্রবেশ করে। ক্যালরিমিটারের জলের তাপমাত্রা 5°C-এর মত বৃদ্ধি না হওয়া পর্যন্ত বাষ্প পাঠান হয়। আলোড়ক দ্বারা জলকে নাড়িতে হইবে। ক্যালরিমিটারের চূড়ান্ত তাপমাত্রা থার্মমিটার T হইতে পড়িয়া লওয়া হইল। ধর, ইহা t_2°C। পুনরায় ক্যালরিমিটারের ওজন লওয়া হইল। মনে কর, এই ওজন w_3 gm.।

চাপ সংশোধনের পর জলের স্ফুটনাঙ্ক, মনে কর, T_3°C। এই তাপমাত্রায় বাষ্পীভবনের লীন তাপ, ধরা যাক্, $=L$ cals/gm.

ধর, ক্যালরিমিটারে জলের পরিমাণ $=w_2-w_1=m_1$

ক্যালরিমিটারে বাষ্পের পরিমাণ $=w_3-w_2=m_2$

ক্যালরিমিটারের আপেক্ষিক তাপ $= s$

বাষ্প কর্তৃক বর্জিত তাপ $= m_2L + m_2(t_3 - t_2)$

ক্যালরিমিটার ও আলোড়ক কর্তৃক গৃহীত তাপ $= w_1s(t_2 - t_1)$

জল কর্তৃক গৃহীত তাপ $= m_1(t_2 - t_1)$.

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ,

$$\therefore \quad m_2L + m_2(t_3 - t_2) = w_1s(t_2 - t_1) + m_1(t_2 - t_1).$$

$\therefore$ বাষ্পীভবনের লীন তাপ $L = \dfrac{(w_1s + m_1)(t_2 - t_1)}{m_2} - (t_3 - t_2)$.

অন্যান্য রাশির মান জানা থাকায়, L সহজেই নির্ণয় করা যায়।

6.14. হাইগ্রোমিতি (Hygrometry) :

বায়ুমণ্ডলে সর্বদা কিছু জলীয় বাষ্প থাকে। পুকুর, নদী, হ্রদ, সমুদ্র ইত্যাদি হইতে অথবা যে-জামাকাপড় রৌদ্রে দেওয়া হয় সেইখান হইতে জল অনবরত বাষ্পে পরিণত হইতেছে। বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প থাকার জন্যই শিশির, কুয়াশা, মেঘ, বৃষ্টি ইত্যাদির সৃষ্টি হয়। কোন কোন দিন বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প যথেষ্ট বেশী থাকে, আবার কোন কোন দিন কম থাকে। বর্ষাকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্পের পরিমাণ বেশী হয় এবং শীতকালে বায়ুতে জলীয় বাষ্প কম থাকে। বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্পের উপস্থিতির ফলে যে-অবস্থার উদ্ভব হয় তাহাই বিচার করা **হাইগ্রোমিতির** উদ্দেশ্য।

6.15. বাষ্পচাপ (Vapour pressure) :

একটি বদ্ধ পাত্রে কোন তরলকে রাখিয়া বাষ্পায়নের সুযোগ দিলে দেখা যাইবে যে তরল হইতে ক্রমশঃ বাষ্প উৎপন্ন হইতেছে। বাষ্পের অণুগুলি পাত্রের মধ্যে ইতস্ততঃ ছুটিয়া বেড়ায় বলিয়া ইহারা পাত্রের দেওয়ালে একটি চাপ সৃষ্টি করে। ইহাকে বাষ্পচাপ (vapour pressure) বলে।

6.16. সংপৃক্ত ও অসংপৃক্ত বাষ্প (Saturated and unsaturated vapour) :

একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি আবদ্ধ স্থান সর্বোচ্চ যতটা বাষ্প ধরিয়া রাখিতে পারে, ততটা বাষ্প থাকিলে সেই বাষ্পকে ঐ নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সংপৃক্ত বাষ্প (saturated vapour) বলা হয়। সংপৃক্ত বাষ্প যে-চাপ প্রয়োগ করে তাহাকে সংপৃক্ত বাষ্পের চাপ (pressure of saturated vapour) বলে।

একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় একটি আবদ্ধ স্থান সর্বোচ্চ যতটা বাষ্প ধরিয়া রাখিতে পারে ততটা বাষ্প না থাকিলে সেই বাষ্পকে ঐ নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় অসংপৃক্ত বাষ্প (unsaturated vapour) বলা হয়। অসংপৃক্ত বাষ্প যে-চাপ প্রয়োগ করে তাহাকে অসংপৃক্ত বাষ্পের চাপ (pressure of unsaturated vapour) বলে।

6.17. শিশির এবং শিশিরাঙ্ক (Dew and dew point) :

বায়ুমণ্ডলে যে-জলীয়বাষ্প থাকে সাধারণ উষ্ণতায় ইহা বায়ুকে সংপৃক্ত করে না। কিন্তু যদি বায়ুর তাপমাত্রা ক্রমশঃ কমিতে থাকে তাহা হইলে বায়ুতে যে-জলীয়বাষ্প উপস্থিত আছে তাহা কোন এক তাপমাত্রাতে বায়ুকে সংপৃক্ত করিতে পারিবে। ইহার পর তাপমাত্রা আরও একটু কমিলে জলীয় বাষ্প ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র জলবিন্দুর আকার ধারণ করে এবং ঘাস, গাছের পাতা বা অন্য কোন বস্তুর উপর জমিতে থাকে। ইহাকে **শিশির (Dew)** বলে। **যে-তাপমাত্রায় কোন নির্দিষ্ট পরিমাণ বায়ু উহাতে উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সংপৃক্ত হয়, সেই তাপমাত্রাকে সেই অবস্থায় বায়ুর শিশিরাঙ্ক (Dew point) বলে।**

ভিন্ন ভিন্ন তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ রেঁনো (Regnault) বাহির করেন। সেইগুলির সাহায্যে তিনি একটি তালিকা প্রস্তুত করেন। সেই তালিকাকে রেঁনোর তালিকা (Regnault's Table) বলা হয়। সুতরাং বায়ুমণ্ডলের কোন নির্দিষ্ট অবস্থায় শিশিরাঙ্ক জানা থাকিলে রেঁনোর তালিকা হইতে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের চাপ বাহির করা যাইবে।

6.18. আর্দ্রতা (Humidity) :

বায়ুমণ্ডলে যে-পরিমাণ জলীয় বাষ্প থাকে তাহাকে বায়ুর আর্দ্রতা (humidity) বলে।

পরম আর্দ্রতা ও আপেক্ষিক আর্দ্রতা (Absolute humidity and relative humidity) :

প্রতি ঘন সেন্টিমিটার বায়ুতে যত গ্রাম জলীয় বাষ্প থাকে তাহাকে পরম আর্দ্রতা (absolute humidity) বলে।

কোন নির্দিষ্ট উষ্ণতায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে যে-জলীয়বাষ্প আছে এবং ঐ তাপমাত্রায় ঐ আয়তনের বায়ুকে সংপৃক্ত করিতে যে-পরিমাণ জলীয় বাষ্পের প্রয়োজন তাহাদের অনুপাতকে আপেক্ষিক আর্দ্রতা (relative humidity) বলা হয়।

সুতরাং আপেক্ষিক আর্দ্রতা

$$= \frac{\text{নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের ভর}}{\text{ঐ তাপমাত্রায় ঐ বায়ুকে সংপৃক্ত করিতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}$$

জলীয় বাষ্পের ভর ইহার চাপের সহিত সমানুপাতিক,

∴ আপেক্ষিক আর্দ্রতা

$$= \frac{\text{নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় নির্দিষ্ট আয়তনের বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{ঐ তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

$$= \frac{\text{শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}$$

আপেক্ষিক আর্দ্রতা সাধারণতঃ শতকরা হিসাবে প্রকাশ করা হয়। উপরোক্ত তিনটি সংজ্ঞার যে-কোন একটিকে 100 দ্বারা গুণ করিলে আপেক্ষিক আর্দ্রতার শতকরা হিসাব পাওয়া যায়।

6.19. বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্পের ঘনীভবন (Condensation of water vapour in the atmosphere) ঃ

বায়ুমণ্ডলে জলীয় বাষ্প কম-বেশী পরিমাণে উপস্থিত থাকেই। বিভিন্ন কারণে এবং বিভিন্ন অবস্থায় বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্প ঘনীভূত হয় এবং তাহার ফলে শিশির, মেঘ ইত্যাদি সৃষ্টি হয়।

শিশির (Dew) ঃ কোন নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় বায়ু একটি নির্দিষ্ট সর্বোচ্চ পরিমাণ জলীয় বাষ্প ধরিয়া রাখিতে পারে। এই বাষ্পকে সংপৃক্ত বাষ্প বলে। দিনের বেলায় সাধারণতঃ তাপমাত্রা বেশী থাকে। সেইজন্য এই তাপমাত্রায় বায়ু উহাতে উপস্থিত জলীয় বাষ্প দ্বারা সংপৃক্ত হয় না। কিন্তু রাত্রিকালে তাপ বিকিরণের ফলে ভূ-পৃষ্ঠের সকল বস্তুই ঠাণ্ডা হইতে থাকে। বায়ু ঠাণ্ডা হইতে হইতে যখন শিশিরাঙ্কে পৌছায় তখন বায়ুর তাপমাত্রা আর একটু কমিলেই বায়ুতে উপস্থিত জলীয় বাষ্প জলবিন্দুর আকারে ঘাস, পাতা ইত্যাদির উপর জমা হয়। ইহাকে **শিশির** বলে।

কুয়াশা (Fog) ঃ যদি বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা কমিয়া শিশিরাঙ্কের নীচে নামিয়া আসে, তবে বায়ুমণ্ডলের জলীয় বাষ্পের কণাগুলি বায়ুমণ্ডলে ভাসমান ধূলিকণা, কয়লার গুঁড়া ইত্যাদি আশ্রয় করিয়া ভাসিতে থাকে। ইহাকেই **কুয়াশা** বলে।

মেঘ (Cloud) ঃ জলীয় বাষ্পপূর্ণ বায়ু হালকা হইয়া উপরে উঠিয়া যায়। সেখানে চাপহ্রাসের ফলে ইহার আয়তন-প্রসারণ হয়। এই কারণে ইহার তাপমাত্রা কমিয়া যায়। তাপমাত্রা কমিয়া শিশিরাঙ্কের নীচে নামিয়া আসিলে জলীয় বাষ্প বায়ুমণ্ডলে ভাসমান ধূলিকণাকে আশ্রয় করিয়া জলবিন্দুর মত ভাসিতে থাকে। ইহাকে **মেঘ** বলে।

সুতরাং কুয়াশা ও মেঘের ভিতরে বিশেষ কোন তফাত নাই। কুয়াশা নিম্নস্তরে সৃষ্টি হয় এবং মেঘ উচ্চস্তরে সৃষ্টি হয়।

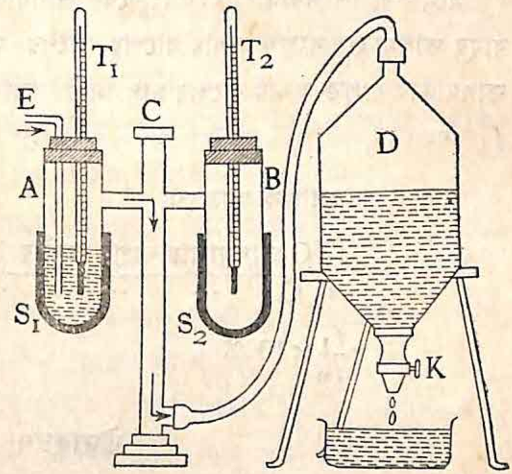
বৃষ্টি (Rain) ঃ মেঘের দুই বা ততোধিক ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র জলকণা মিলিত হইয়া এক একটি বড় জলবিন্দুর সৃষ্টি করে। জলবিন্দুটি ভারী হইলে অভিকর্ষের ফলে পৃথিবীর দিকে নামিতে আরম্ভ করে। জলবিন্দুগুলি নামিবার সময় পথে যদি উষ্ণ বায়ুমণ্ডল পড়ে, তাহা হইলে ইহারা পুনরায় বাষ্পীভূত হইয়া উপরে উঠিয়া যায়। কিন্তু যদি আর্দ্র বায়ুমণ্ডলের ভিতর দিয়া অগ্রসর হয়, তাহা হইলে একটি জলবিন্দু আর একটি জলবিন্দুর সহিত মিলিতে পারে এবং মিলিত জলবিন্দু আকারে বড় এবং ভারী হয়। তখন আর ভাসিয়া থাকিতে পারে না এবং ভূ-পৃষ্ঠে পড়ে। ইহাকেই **বৃষ্টি** বলে।

6.20. হাইগ্রোমিটার (Hygrometer) :

হাইগ্রস্ (Hygros) শব্দের অর্থ ভিজা এবং মিটার (meter)-এর অর্থ মাপিবার যন্ত্র। এইজন্য যে-যন্ত্রের সাহায্যে বায়ুর আর্দ্রতা মাপা যায় তাহার নাম হাইগ্রোমিটার। ইহার সাহায্যে কোন নির্দিষ্ট সময়ে কোন নির্দিষ্ট স্থানের আর্দ্রতা মাপা যায়। হাইগ্রোমিটার অনেক রকমের হইতে পারে। যেমন—(i) .শিশিরাঙ্ক হাইগ্রোমিটার (dew-point hygrometer), (ii) শুষ্ক ও সিক্ত বাল্ব হাইগ্রোমিটার (dry and wet bulb hygrometer), (iii) রেঁনোর হাইগ্রোমিটার ইত্যাদি। তন্মধ্যে রেঁনোর হাইগ্রোমিটার বিশেষভাবে উল্লেখযোগ্য।

রেঁনোর হাইগ্রোমিটার (Regnault's hygrometer) :

A এবং B দুইটি মোটা কাচের টেস্ট টিউব C নলদ্বারা যুক্ত (চিত্র 35)। টেস্ট টিউব দুইটির তলার খানিকটা অংশ পাতলা রূপার চক্চকে পাত S_1 ও S_2 দ্বারা আবৃত এবং T_1 ও T_2 দুইটি থার্মমিটার কর্কের মধ্য দিয়া ভিতরে ঢুকান হইয়াছে। B-এর মধ্যে কোন তরল নাই। E নল দ্বারা বাহির হইতে বায়ু A টিউবে প্রবেশ করতে পারে এবং E নলটি ইথারের মধ্যে ডুবান আছে। সংযোগকারী C নলের নিম্নাংশ একটি বায়ুশোষণ পাত্র (aspirator) D-এর সহিত রবার নলদ্বারা যুক্ত হইয়াছে। বায়ুশোষণ পাত্র একটি জলপূর্ণ পাত্রবিশেষ। ইহার নীচের দিকে একটি প্যাঁচকল (stop-cock) K লাগান আছে।



চিত্র 35

C নলের সহিত B টেস্ট টিউব যুক্ত হইলেও ভিতরের সহিত যুক্ত নহে, কারণ C নলের ঐ অংশ ভিতরের দিকে সম্পূর্ণ বন্ধ (চিত্র লক্ষ্য কর)। A টেস্ট টিউবে বায়ু প্রবেশ করিলেও B-তে ঢুকিতে পারে না। A ও B-এর নীচে রূপার পাতের উজ্জ্বলতার মধ্যে কোন তফাত হইলে তাহা তুলনা করার জন্য B-কে ব্যবহার করা হয়।

এখন বায়ুশোষণ পাত্রের প্যাঁচকল K খুলিয়া দিলে ইহা হইতে জল বাহির হইতে থাকিবে। সেই খালি স্থান পূরণ করিবার জন্য E নল দিয়া টেস্ট টিউব A-তে বায়ু প্রবেশ করিতে থাকিবে। ইথারের মধ্য দিয়া বায়ু প্রবাহিত হইতে থাকিবে বলিয়া

ইথার দ্রুত বাষ্পে পরিণত হইবে। এই বাষ্পীভবনের জন্য ইথার তরল হইতেই লীন তাপ গ্রহণ করে বলিয়া ইহার তাপমাত্রা কমিতে থাকিবে। তরলের সংস্পর্শে বাহিরের রূপার পাতও ঠাণ্ডা হইবে এবং পাত-সংলগ্ন বায়ুও ঠাণ্ডা হইতে থাকিবে। কিছুক্ষণ পরে পাত-সংলগ্ন এই বায়ুর জলীয় বাষ্প শিশিরবিন্দুরূপে A টিউবের রূপার পাতে জমিতে থাকে। ফলে পাতের উজ্জ্বলতা হ্রাস পাইবে। S_2 পাতের সহিত তুলনা করিলে ইহা বুঝা যাইবে। T_1 থার্মমিটারের পাঠ লওয়া হইল এবং T_2 থার্মমিটার হইতে ঘরের তাপমাত্রা পাওয়া যাইবে।

এইবার বায়ুশোষণ পাত্র হইতে জল বাহির হওয়া বন্ধ করা হইলে, বায়ু আর A টেস্ট টিউবে প্রবেশ করিবে না এবং ইথারও পুনরায় গরম হইয়া ঘরের তাপমাত্রায় ফিরিয়া আসিবে। S_1 পাত হইতে শিশির অদৃশ্য হইয়া যাইবে এবং থার্মমিটার T_1-এর পাঠ পুনরায় লওয়া হইল। T_1-এর দুইটি পাঠের গড় হইল শিশিরাঙ্ক।

মনে কর, শিশিরাঙ্ক t_1°C এবং ঘরের তাপমাত্রা t_2°C। রেঁনোর শিশিরাঙ্ক এবং বায়ুর তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপের তালিকা হইতে t_1°C এবং t_2°C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ নির্ণয় করা যায়। ধরা যাক্, ইহারা যথাক্রমে f_1 এবং f_2.

সুতরাং, আপেক্ষিক আর্দ্রতা

$$=\frac{t_1\text{°C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{t_2\text{°C} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots} \times 100\%$$

$$=\frac{f_1}{f_2} \times 100\%$$

উদাহরণ

1. 100°C তাপমাত্রায় 8 পাউণ্ড তামার সহিত 0°C তাপমাত্রায় 2 পাউণ্ড বরফ মিশাইলে ফল কি হইবে? [তামার আপেক্ষিক তাপ=0·1; বরফ গলনের লীন তাপ=80 cals/gm.]

[H. S. 1961]

আমরা জানি 1 পাউণ্ড=453·6 gm.

∴ 2 পাউণ্ড=453·6×2=907·2 gm.

এবং 8 পাউণ্ড=453·6×8=3628·8 gm.

বরফ গলনের লীন তাপ=80 cal প্রতি গ্রামে

অতএব, 907·2 গ্রাম বরফ গলাইবার জন্য প্রয়োজনীয় লীন তাপ

=907·2×80=72576 ক্যালরি।

কিন্তু 8 পাউণ্ড অর্থাৎ 3628·8 গ্রাম তামা কর্তৃক বর্জিত তাপ, যদি তামার উষ্ণতা 100°C হইতে 0°C পর্যন্ত নামিয়া আসে,

$$=3628{\cdot}8\times{\cdot}1\times(100-0)=36288 \text{ ক্যালরি।}$$

তাহা হইলে দেখা যাইতেছে যে 2 পাউণ্ড বরফ গলিতে যত তাপের প্রয়োজন তাহা 8 পাউণ্ড তামা হইতে পাওয়া যাইতেছে না। সুতরাং বরফের কিছু অংশ গলিয়া জল হইবে এবং বাকী অংশ 0°C উষ্ণতায় বরফ অবস্থাতেই থাকিবে। মনে করি m gm. বরফ গলিবে।

তামা কর্তৃক বর্জিত তাপ = 36288 ক্যালরি

m gm. বরফ কর্তৃক গৃহীত তাপ = m.80 ক্যালরি

যেহেতু বর্জিত তাপ = গৃহীত তাপ,

$$\therefore \quad m.80=36288 \text{ অথবা } m=\frac{36288}{80}=453{\cdot}6 \text{ gm.}$$

1 পাউণ্ড বরফ গলিবে আর 1 পাউণ্ড বরফ থাকিবে।

2. 40 gm. জলকে 30°C হইতে গরম করিয়া 100°C উষ্ণতায় বাষ্পে পরিণত করিতে কত তাপ লাগিবে? [বাষ্পীভবনের লীন তাপ = 537 cal/gm.]

30°C হইতে 100°C পর্যন্ত তাপমাত্রা বৃদ্ধি করিতে তাপের প্রয়োজন

$$=40\times1\times(100-30)=40\times70=2800 \text{ ক্যালরি}$$

100°C তাপমাত্রায় বাষ্পীভবনের জন্য তাপের দরকার $40\times537=21480$ ক্যালরি

$\therefore$ নির্ণেয় তাপ $=2800+21480=24280$ ক্যালরি।

3. কোন একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 30°C এবং শিশিরাঙ্ক 15°C। 30°C এবং 15°C-এ সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 31·5 mm. এবং 12·7 mm.। ঐ দিনের আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর।

$$\text{আমরা জানি, আপেক্ষিক আর্দ্রতা}=\frac{\text{শিশিরাঙ্কে সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{বায়ুতাপমাত্রা} \cdots\cdots\cdots\cdots}\times100\%$$

$$=\frac{\text{15°C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{\text{30°C} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots}\times100\%$$

$$=\frac{12{\cdot}7}{31{\cdot}5}\times100\%=40{\cdot}3\%$$

4. কোন আবদ্ধ স্থানের বায়ুর তাপমাত্রা 15°C এবং শিশিরাঙ্ক 8°C। যদি বায়ুর তাপমাত্রা 10°C-এ কমিয়া যায় তবে শিশিরাঙ্কের কি হইবে? 7°C এবং 8°C তাপমাত্রায় জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 7·49 mm. এবং 8·02 mm.

কোন আবদ্ধ স্থানে, জলীয় বাষ্পের চাপ চরম তাপমাত্রার সহিত সমানুপাতিক।

$$\therefore \quad \frac{10^{\circ}\text{C-এ চাপ}}{15^{\circ}\text{C-এ চাপ}} = \frac{10+273}{15+273} = \frac{283}{288}.$$

অতএব, 10°C-এ চাপ $= \frac{283}{288} \times 8{\cdot}02 = 7{\cdot}881$ mm.

[যেহেতু, 15°C-এ জলীয় বাষ্পের চাপ শিশিরাঙ্কে অর্থাৎ 8°C-এ জলীয় বাষ্পের চাপের সমান।]

যে-তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ $7{\cdot}881$ mm., সেই তাপমাত্রাই হইল শিশিরাঙ্ক।

$8{\cdot}02$ mm. চাপ হইলে শিশিরাঙ্ক হয় 8°C
$7{\cdot}49$ mm. ... ... 7°C

$\therefore$ $(8{\cdot}02 - 7{\cdot}49)$ বা $0{\cdot}53$ mm. চাপবৃদ্ধিতে শিশিরাঙ্ক বাড়ে 1°C

$(7{\cdot}881 - 7{\cdot}49)$ বা $0{\cdot}391$ mm. ... ... $= \frac{1 \times {\cdot}391}{{\cdot}53} = 0{\cdot}74^{\circ}$C.

$\therefore$ শিশিরাঙ্ক হইবে $7 + {\cdot}74 = 7{\cdot}74^{\circ}$C

অর্থাৎ শিশিরাঙ্ক $(8 - 7{\cdot}74) = {\cdot}26^{\circ}$C কমিবে।

5. কোন একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 23°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। যদি তাপমাত্রা 10°C পর্যন্ত নামিয়া আসে তাহা হইলে জলীয় বাষ্পের কত ভগ্নাংশ জমিয়া জলে পরিণত হইবে? 23°C ও 10°C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে $21{\cdot}1$ mm. এবং $9{\cdot}2$ mm.।

ধরা যাক্, কোন আয়তনের বায়ুতে জলীয় বাষ্পের ভর $=$ m gm.

$$\text{আপেক্ষিক আর্দ্রতা} = \frac{\text{উপস্থিত জলীয় বাষ্পের ভর (m)}}{23^{\circ}\text{C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত করিতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}} = \frac{60}{100} = \frac{3}{5}$$

$\therefore$ 23°C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত করিতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর $= \text{m} \times \frac{5}{3}$

$$\text{আবার, } \frac{10^{\circ}\text{C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত করিতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর}}{23^{\circ}\text{C} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots}$$

$$= \frac{10^{\circ}\text{C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ}}{23^{\circ}\text{C} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots} = \frac{9{\cdot}2}{21{\cdot}1}$$

$\therefore$ 10°C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত করিতে প্রয়োজনীয় জলীয় বাষ্পের ভর

$$= \frac{9{\cdot}2}{21{\cdot}1} \times \frac{5}{3}\text{m} = 0{\cdot}73 \text{ m}$$

অতএব জলীয় বাষ্পের যে-ভগ্নাংশ জলে পরিণত হইবে তাহার পরিমাণ

$$= 1 - 0{\cdot}73 = 0{\cdot}27.$$

প্রশ্নাবলী

1. পদার্থের গলন ও কঠিনীভবন বলিতে কি বুঝ? পদার্থের গলনাঙ্ক ও হিমাঙ্ক কাহাকে বলে? কোন পদার্থের গলনাঙ্ক ও হিমাঙ্ক কি সমান?

2. গলনাঙ্ক কাহাকে বলে? কোন কঠিন পদার্থের গলনাঙ্ক কিরূপে নির্ণয় করিবে?

3. কঠিন পদার্থের গলনের লীন তাপ কাহাকে বলে? "বরফ গলনের লীন তাপ 80 cal/gm." বলিতে কি বুঝ?

4. কোন পদার্থের গলনের লীন তাপ বলিতে কি বুঝায় ব্যাখ্যা কর। মোমের গলনাঙ্ক নির্ণয় করিবার পদ্ধতি বর্ণনা কর। [H. S. 1961]

5. বাষ্পায়ন ও স্ফুটন কাহাকে বলে? উহাদের মধ্যে পার্থক্য কি?

6. গলনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব কি? পুনঃশিলীভবন কাহাকে বলে? পরীক্ষাগারে ইহা দেখাইবার প্রণালী বর্ণনা কর।

7. স্ফুটনাঙ্ক কাহাকে বলে? স্ফুটনাঙ্কের উপর চাপের প্রভাব কি? হিমমিশ্রণ বলিতে কি বুঝ?

8. বাষ্পীভবনের লীন তাপ কাহাকে বলে? "বাষ্পীভবনের লীন তাপ 537 cals/gm."—কথাটির অর্থ কি? বাষ্পীভবনের লীন তাপ নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি বর্ণনা কর।

9. 30 গ্রাম ভরের একটি তামার বলকে 100°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করিয়া বরফ ক্যালরিমিটারে রাখা হইল। 5·45 গ্রাম বরফ গলিয়া জলে পরিণত হইল। বরফ গলনের লীন তাপ 80 cal/gm. হইলে তামার আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর। [D. U. 1933] [উঃ ·092]

10. 100 গ্রাম ভরসম্পন্ন একটি তামার ক্যালরিমিটারে 30°C উষ্ণতার 250 গ্রাম তরল আছে। 0°C উষ্ণতার 10 গ্রাম বরফ ক্যালরিমিটারের তরলের সহিত মিশ্রিত করা হইল। মিশ্রণের চূড়ান্ত তাপমাত্রা কত হইবে? (তরলের আপেক্ষিক তাপ 0·4) [M. U. 1946] [উঃ 16·03°C]

11. −10°C উষ্ণতার 1 কিলোগ্রাম বরফকে বাষ্পে পরিণত করিতে কত তাপের প্রয়োজন হইবে? [বরফ গলনের লীন তাপ = 80; বাষ্পীভবনের লীন তাপ = 540; বরফের আঃ তাঃ = ·5]

[−10°C তাপমাত্রার বরফকে 0°C তাপমাত্রায় আনিতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$= 1000 \text{ gm.} \times \cdot 5 \times [0 - (-10)] = 5{,}000 \quad \cdots \quad (1)$$

0°C তাপমাত্রার বরফকে 0°C তাপমাত্রার জলে পরিণত করিতে প্রয়োজনীয় তাপ

$$= 1000 \text{ gm.} \times 80 = 80{,}000 \quad \cdots \quad (2)$$

0°C তাপমাত্রার জলকে 100°C তাপমাত্রার জলে পরিণত করিতে তাপ লাগে

$$=1000 \times 1 \times (100-0) = 1,00,000 \quad .. \quad (3)$$

100°C তাপমাত্রার জলকে 100°C তাপমাত্রার বাষ্পে পরিণত করিতে তাপ লাগে

$$=1000 \times 540 = 5,40,000 \quad .. \quad (4)$$

অতএব 1 কিলোগ্রাম −10°C তাপমাত্রার বরফকে বাষ্পে পরিণত করিতে মোট তাপের প্রয়োজন = 5,000 + 80,000 + 1,00,000 + 5,40,000 ক্যালরি

= 725000 cal.]

12. শিশিরাঙ্ক ও আপেক্ষিক আর্দ্রতার সংজ্ঞা লিখ। "বায়ুর শিশিরাঙ্ক 20°C" —কথাটির তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

13. আপেক্ষিক আর্দ্রতা বলিতে কি বুঝ? কিরূপে ইহার মান নির্ণয় করা যায়?

14. হাইগ্রোমিটার কাহাকে বলে? রেঁনোর হাইগ্রোমিটারের বর্ণনা দাও এবং ইহার সাহায্যে কিভাবে আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় করা যায় তাহা লিখ।

15. টীকা লিখ: (i) শিশির, (ii) কুয়াশা, (iii) মেঘ, (iv) বৃষ্টি।

16. −10°C তাপমাত্রার 20 গ্রাম বরফকে 50°C তাপমাত্রার জলে পরিণত করিতে কত তাপের প্রয়োজন হইবে? (বরফের আঃ তাঃ ·5 ; বরফের লীন তাপ 80 cal/gm.)

[উঃ 2700 cal.]

17. কোন একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 16°C এবং শিশিরাঙ্ক 12°C। 16°C ও 12°C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 13·62 mm. এবং 10·51 mm.। বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর।

[উঃ 77·16%]

18. কোন একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 18·5°C এবং শিশিরাঙ্ক 12°C। 18°C, 19°C ও 12°C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 15·46 mm., 15·86 mm. এবং 10·46 mm. হইলে বায়ুর আপেক্ষিক আর্দ্রতা নির্ণয় কর। [উঃ 66%]

19. কোন একদিন বায়ুর তাপমাত্রা 20°C এবং আপেক্ষিক আর্দ্রতা 60%। যদি তাপমাত্রা 5°C পর্যন্ত নামিয়া আসে তাহা হইলে জলীয় বাষ্পের কত ভগ্নাংশ জমিয়া জলে পরিণত হইবে? 20°C ও 5°C তাপমাত্রায় সংপৃক্ত জলীয় বাষ্পের চাপ যথাক্রমে 17·5 mm. এবং 6·5 mm.।

[উঃ 0·381]

সপ্তম অধ্যায়

তাপের যান্ত্রিক সমতা

(Mechanical Equivalent of Heat)

7.0. তাপ শক্তির এক রূপ (Heat as a form of energy) :

আদিমকালে মানুষেরা পাথরে পাথরে ঘষিয়া আগুনের সৃষ্টি করিত, ইহা আমরা জানি। আবার বড় বড় যন্ত্রপাতি চালাইবার সময়ে যে-ঘর্ষণ হয় তাহার ফলে ইহারা উত্তপ্ত হইয়া পড়ে। এইরকম বহু উদাহরণ দ্বারা দেখান যাইতে পারে যে ঘর্ষণের দ্বারা কার্য করিলে সর্বদা তাপের সৃষ্টি হয়।

কোন গতিশীল বস্তুকে বলপ্রয়োগ করিয়া স্থিতিশীল করিলে বস্তুর গতিশক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। আবার কোনও বস্তু উপর হইতে নীচে পড়িলে দেখা যায় ইহার তাপমাত্রা বাড়িয়া গিয়াছে। কোনও আবদ্ধ স্থানের গ্যাসের উপর চাপ প্রয়োগ করার সময় যে-কার্য করা হয় তাহার ফলে তাপ উৎপন্ন হয়। সাইকেলের চাকায় পাম্প দেওয়ার সময় বা ফুটবলের ব্লাডারে হাওয়া ভরতি করিবার সময়ে একই ঘটনা ঘটে। এই সমস্ত পরীক্ষা হইতে ইহাই প্রমাণিত হয় যে কাজ করিবার ফলে তাপ উৎপন্ন হয়। বিপরীতভাবে তাপশক্তিকেও যান্ত্রিক শক্তিতে রূপান্তর করা যায়, যেমন —বাষ্পীয় এঞ্জিন।

বৈদ্যুতিক বাতিতে তড়িৎপ্রবাহ পাঠাইলে আলো ও তাপের সৃষ্টি হয়। এইক্ষেত্রে তড়িৎশক্তি আলোকশক্তি ও তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হইয়াছে। উপরোক্ত উদাহরণগুলি ইহাই প্রমাণ করে যে তাপ একপ্রকার শক্তি এবং অন্যান্য শক্তির ন্যায় তাপশক্তিকেও বিভিন্ন শক্তিতে এবং অন্যান্য শক্তিকে তাপশক্তিতে রূপান্তর সম্ভব।

7.1. তাপের স্বরূপ (Nature of heat) :

ক্যালরিক মতবাদ (Caloric Theory) : প্রথম অধ্যায় অনুচ্ছেদ 1.0-এ এই বিষয় আলোচিত হইয়াছে।

রামফোর্ডের পরীক্ষা : রামফোর্ড লক্ষ্য করেন যে যখন একটি তুরপুন (drill)-এর সাহায্যে একটি ধাতুখণ্ডকে ছিদ্র করা হয় তখন প্রচণ্ড তাপের সৃষ্টি হয়। ক্যালরিক মতবাদ যদি সত্য হয় তাহা হইলে পরিপার্শ্ব হইতে তাপ বস্তুর দিকে প্রবাহিত হইয়াছে এবং তাহার ফলে পরিপার্শ্ব ঠাণ্ডা হইয়া যাওয়ার কথা। রামফোর্ড ইহার পর ধাতু-খণ্ডকে জলে রাখিয়া ছিদ্র করিলেন। কিন্তু তিনি বিস্ময়ের সহিত লক্ষ্য করেন যে জলের তাপমাত্রা কমিয়া যাওয়ার পরিবর্তে ইহা ফুটিতে আরম্ভ করিয়াছে। এই

পরীক্ষার ফলে তিনি ক্যালরিক মতবাদকে অস্বীকার করেন। তিনি বুঝাইয়া দেন যে তাপের সহিত গতির সম্বন্ধ আছে। ইহার সত্যতা হামফ্রে ডেভী স্বীকার করেন।

গতিশক্তির মতবাদ ঃ হামফ্রে ডেভীর মতানুসারে কোন বস্তুকে তাপ প্রদান করিলে বস্তুর অণুগুলির গতি বৃদ্ধি পায়। ইহার ফলে গতিশক্তিও বৃদ্ধি পায়। আবার কোন বস্তু হইতে তাপ বাহির করিয়া লইলে ঠিক ইহার বিপরীত ঘটনা ঘটে, অর্থাৎ গতিশক্তি হ্রাস পায়। গতিশক্তির এই বৃদ্ধি বস্তুতে রূপান্তরিত হয় তাপশক্তি হিসাবে। ইহা হইতে পরিষ্কার বুঝা যায় যে তাপ একপ্রকার শক্তি।

7.2. তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক (Mechanical equivalent of heat) ঃ

যখন কোন কার্য করা হয় তখনই তাপ উৎপন্ন হয় এবং কার্য এই উৎপন্ন তাপের সহিত সমানুপাতিক। যদি কার্যকে W এবং উৎপন্ন তাপকে H দ্বারা প্রকাশ করা হয় তাহা হইলে,

$$W \propto H \text{ অথবা } \frac{W}{H} = \text{ধ্রুবক।}$$

এই ধ্রুবককে তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক (mechanical equivalent of heat) বা জুল তুল্যাঙ্ক (Joule's equivalent) বলা হয় এবং ইহাকে 'J' দ্বারা প্রকাশ করা হয়। অতএব,

$$\frac{W}{H} = J \text{ অথবা } W = JH.$$

J-এর সংজ্ঞা ঃ আমরা জানি $W = JH$। যখন $H = 1$, তখন $W = J$; অর্থাৎ **এক একক তাপ উৎপন্ন করিতে যে-পরিমাণ কার্য করা দরকার তাহাকে যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক বলে।**

J-এর একক ঃ সি. জি. এস. পদ্ধতিতে $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs/cal বা 4·2 Joules/cal। ইহার অর্থ এই যে এক ক্যালরি তাপ উৎপন্ন করিতে $4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs বা 4·2 Joules কার্য করিতে হইবে।

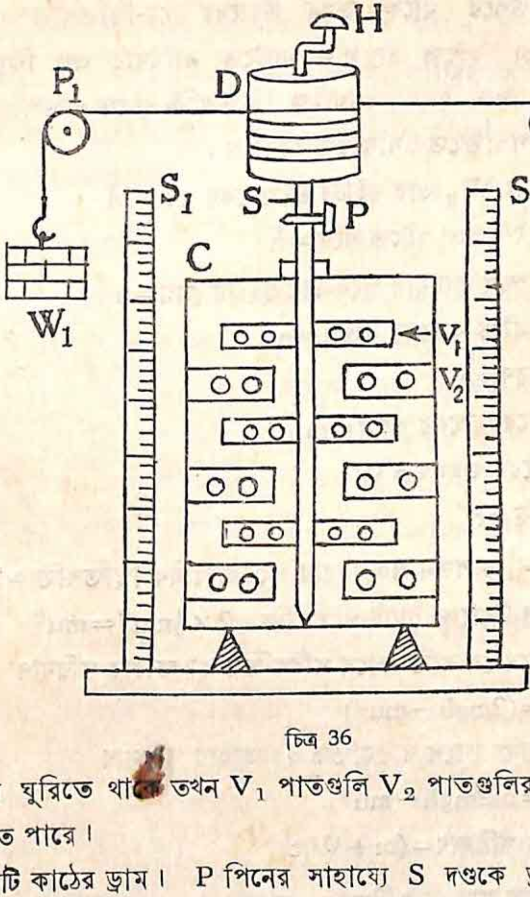
এফ. পি. এস. পদ্ধতিতে J = 778 ft lb/B. Th. U.। ইহার অর্থ এক B.Th.U. তাপ উৎপন্ন করিতে 778 ft. lb কার্য করিতে হইবে।

7.3. তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক নির্ণয় (Determination of mechanical equivalent of heat) ঃ

নিম্নে বর্ণিত জুলের পরীক্ষার সাহায্যে তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।

C একটি ক্যালরিমিটার। ইহার মধ্যে কিছু পরিমাণ জল লওয়া হয়। ক্যালরিমিটারের গায়ে কতকগুলি পাত V_1 লাগান আছে (চিত্র 36)। এই পাতগুলি

পরস্পরের সহিত সমকোণ করিয়া অবস্থিত। ক্যালরিমিটারের অক্ষ বরাবর একটি দণ্ড S খাড়াভাবে আটকান আছে। ইহার গায়েও কয়েকটি পাত V_2 লাগান আছে।



চিত্র 36

দণ্ডটি যখন ঘুরিতে থাকে তখন V_1 পাতগুলি V_2 পাতগুলির ফাঁক দিয়া ঠিক বাহির হইয়া যাইতে পারে।

D একটি কাঠের ড্রাম। P পিনের সাহায্যে S দণ্ডকে ড্রামের সহিত যুক্ত বা বিযুক্ত করা যাইতে পারে। P_1 এবং P_2 দুইটি কপিকল। ইহাদের সাহায্যে দুইটি সমান ওজনের ভার W_1, W_2 ড্রামের সহিত যুক্ত করা হইয়াছে। দুইটি স্কেল S_1 এবং S_2-এর সাহায্যে ওজন দুইটির উচ্চতা মাপা হয়। W_1 ও W_2 নীচে নামিয়া আসিলে হাতল H দ্বারা ইহাদের উপরে তুলিতে পারা যায়।

পরীক্ষা পদ্ধতি ঃ প্রথমে ক্যালরিমিটারের জলের ওজন এবং ইহার প্রাথমিক তাপমাত্রা লওয়া হয়। W_1 ও W_2 ওজন দুইটিকে একটি নির্দিষ্ট উচ্চতা পর্যন্ত তুলিয়া কয়েকবার পড়িতে দেওয়া হয়। ওজন মাপিবার সময়ে ড্রামের সহিত যুক্ত S দণ্ডটি ঘুরিতে থাকে এবং V_1 পাতগুলি আবর্তন করিতে থাকে। V_1 পাত অগ্রসর হইতে থাকে এবং জলও ইহার সহিত আবর্তন করিতে থাকে কিন্তু V_2 পাতে

আটকাইয়া যায়। জলের গতিশক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয়। জলের তাপমাত্রা ক্রমশঃ বৃদ্ধি পায়।

ভারগুলি যখন উপরে থাকে তখন উহাদের যে-স্থিতিশক্তি (potential energy) থাকে তাহা হইতে ভারগুলি মাটিতে নামিবার জন্য কিছু গতিশক্তি (kinetic energy) ব্যয় হয়। প্রাথমিক স্থিতিশক্তি হইতে গতিশক্তি বাদ দিলে যাহা থাকে তাহাই তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হইয়াছে।

ধরা যাক্‌, W_1 এবং W_2 ভার দুইটির প্রত্যেকের ভর $=M$

ভার দুইটি যে-উচ্চতা হইতে পড়ে $=h$

নীচের তল স্পর্শ করিবার পূর্বে ভার দুইটির বেগ $=u$

ভার দুইটির নীচে পতনের সংখ্যা $=n$

অভিকর্ষজ ত্বরণ $=g$

ক্যালরিমিটারের জলের ওজন $=m$

ক্যালরিমিটারের জলসম $=W$

তাপমাত্রা বৃদ্ধি $=t$.

এখন, ভার দুইটির নীচে পতন শুরু হইবার পূর্বে প্রাথমিক স্থিতিশক্তি $=2mgh$.

ইহারা নীচে পড়িলে উহাদের মোট গতিশক্তি $=2\times\frac{1}{2}mu^2=mu^2$

$\therefore$ প্রতিবার পতনে যে-শক্তি তাপে পরিবর্তিত হয় তাহার পরিমাণ

$$=(2mgh-mu^2)$$

n বার পতনে যে-শক্তি তাপে পরিবর্তিত হয় তাহার পরিমাণ

$$=n(2mgh-mu^2)$$

উৎপন্ন তাপের পরিমাণ $=(m+W)t$.

$$\therefore\ J=\frac{\text{কৃত কার্য}}{\text{উৎপন্ন তাপ}}=\frac{n(2mgh-mu^2)}{(m+W)t}.$$

উক্ত সমীকরণে ডানদিকের সব রাশির মান জানা থাকায় J-এর মান নির্ণয় করা যায়।

7.4. তাপ-গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র (First law of thermodynamics) :

তাপ-গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র হইতে আমরা শক্তির নিত্যতানীতি সম্বন্ধে জানিতে পারি। মোট শক্তি সবক্ষেত্রেই স্থির অবস্থায় থাকে। কোন শক্তি যেমন সৃষ্টি করা যায় না সেইরূপ কোন শক্তি ধ্বংসও করা যায় না। শক্তিকে একরূপ হইতে অন্যরূপে রূপান্তরিত করা যায় মাত্র।

ম্যাক্সওয়েল (Maxwell) তাপ-গতিবিদ্যার প্রথম সূত্রকে ব্যাখ্যা করেন। কোন শক্তিকে তাপশক্তিতে রূপান্তরিত করিলে সেই শক্তি উৎপন্ন তাপশক্তির সহিত সমানুপাতিক।

যদি W পরিমাণ কার্য দ্বারা H পরিমাণ তাপ উৎপন্ন করা যায়, তাহা হইলে $W \propto H$ অথবা $\frac{W}{H}$ = ধ্রুবক। এই ধ্রুবককে তাপের **যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক** (mechanical equivalent of heat) বা জুল তুল্যাঙ্ক (Joule equivalent) বলা হয়। J চিহ্ন দ্বারা ইহাকে সূচিত করা হয়।

অতএব $\frac{W}{H} = J \quad \therefore \quad W = JH.$

ক্লাউসিয়াস (Clausius) নিম্নলিখিতভাবে তাপ-গতিবিদ্যার প্রথম সূত্র ব্যাখ্যা করেন।

যখনই কোন বস্তুকে তাপ দেওয়া হয়, তখনই এই তাপের একাংশ ব্যবহৃত হয় বস্তুর অভ্যন্তরীণ শক্তি বৃদ্ধির জন্য এবং অন্য অংশ ব্যবহৃত হয় বাহ্যিক কাজ সম্পন্ন করার জন্য। যদি কোন বস্তুকে dq তাপ দেওয়া হয়, এবং ইহার ফলে বস্তুর অভ্যন্তরীণ শক্তিবৃদ্ধি যদি du হয় এবং বাহ্য কাজ যদি dw হয় তবে, $dq = du + dw$.

7.5. সমতাপমাত্রা গ্যাস প্রসারণ (Isothermal expansion of gas) :

যে-প্রক্রিয়ায় তাপমাত্রা অপরিবর্তিত রাখিয়া কিছু পরিমাণ গ্যাসের চাপ হ্রাস করিয়া ইহার আয়তন বৃদ্ধি করা হয়, সেই প্রক্রিয়াকে **সমতাপমাত্রা গ্যাস প্রসারণ** বলা হয়।

কিছু পরিমাণ গ্যাসকে হঠাৎ যদি প্রসারিত হইতে দেওয়া হয় তাহা হইলে গ্যাস যে-কার্য করিবে তাহাতে গ্যাসের তাপমাত্রা কমিয়া যাইবে। কিন্তু প্রসারণ যদি খুব ধীরে ধীরে সম্পন্ন হয় এবং যে-হারে গ্যাস শীতল হইতে থাকিবে, উপযুক্ত ব্যবস্থা দ্বারা বাহির হইতে ঠিক সেই হারে সরবরাহ করা যায় তাহা হইলে ঐ গ্যাসের তাপমাত্রা একই থাকিবে, অথচ আয়তনের পরিবর্তন হইবে। গ্যাসের এই প্রসারণকে সমতাপমাত্রা বা সমোষ্ণ গ্যাস প্রসারণ বলা হয়।

7.6. রুদ্ধতাপ গ্যাস প্রসারণ (Adiabatic expansion of gases) :

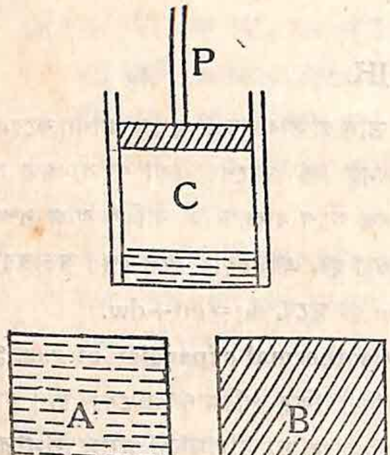
যে-প্রক্রিয়ায় কোন বস্তুতে চাপ বা আয়তনের পরিবর্তন সংঘটিত হয় অথচ বাহির হইতে তাপ বস্তুতে প্রবেশ করিতে পারে না বা বস্তু হইতে তাপ বাহিরে যাইতে পারে না, সে প্রক্রিয়াকে **রুদ্ধতাপ গ্যাস প্রসারণ** বলা হয়।

ইহা স্পষ্ট বুঝা যাইতেছে যে রুদ্ধতাপ গ্যাস প্রসারণে গ্যাস একটি কুপরিবাহী পাত্রে রাখিতে হইবে এবং প্রসারণ খুব দ্রুত সম্পন্ন করিতে হইবে, যাহাতে বাহির হইতে তাপ সরবরাহ করার সময় ও সুযোগ না পাওয়া যায়।

সমতাপমাত্রা গ্যাস প্রসারণ একটি অপ্রত্যাবর্তক প্রক্রিয়া (Irreversible process), অপরপক্ষে রুদ্ধতাপ গ্যাস প্রসারণ একটি প্রত্যাবর্তক প্রক্রিয়া (reversible process)।

একটি সহজ উদাহরণ দ্বারা সমতাপমাত্রা ও রুদ্ধতাপ প্রসারণ বুঝান যাইতে পারে।

37নং চিত্রে C একটি চোঙ, ইহার মধ্যে গ্যাসকে রাখা হইয়াছে। চোঙটিতে একটি ঘর্ষণহীন এবং তাপকুপরিবাহী পিস্টন আছে। চোঙের নিম্নতল স্থপরিবাহী ধাতুর দ্বারা তৈয়ারী এবং বাকী তিনটি দেওয়াল কুপরিবাহী বস্তুর দ্বারা নির্মিত।



চিত্র 37

গ্যাসসহ C চোঙকে আধার (stand) A-এর উপর রাখা হইল। আধার A-এর উপরতল স্থপরিবাহী ধাতুনির্মিত এবং ইহা একটি স্থির উষ্ণতায় আছে। এখন পিস্টন P-কে ধীরে ধীরে উপরের দিকে তুলিলে প্রসারণের ফলে গ্যাস যে-কার্য করিবে তাহাতে গ্যাসের তাপমাত্রা কমিবে। যে-হারে তাপমাত্রা কমিতে থাকিবে আধার A হইতে সেই হারে তাপ সরবরাহ করিয়া চোঙের তাপমাত্রা স্থির রাখা হইবে।

আধার B-এর উপরতল কুপরিবাহী বস্তুতে নির্মিত। স্থতরাং চোঙ C-কে B-এর উপর রাখিয়া পিস্টন P-কে উপরের দিকে তুলিলে গ্যাসের তাপমাত্রা কমিবে কিন্তু অপরিবাহী তলের উপর রাখা হইয়াছে বলিয়া বাহির হইতে তাপ সরবরাহ করার স্থযোগ পাওয়া যাইবে না। ফলে C চোঙে তাপমাত্রার হ্রাস হইলে তাহাকে আর পূর্বের তাপমাত্রায় আনা যাইবে না।

গ্যাস সংকোচনের ক্ষেত্রে উপরে বর্ণিত অবস্থার বিপরীত হইবে।

7.7. গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ (Specific heat of a gas) :

গ্যাসের দুইটি আপেক্ষিক তাপ আছে—(1) নির্দিষ্ট আয়তনে আপেক্ষিক তাপ (specific heat at constant volume) এবং (2) নির্দিষ্ট চাপে আপেক্ষিক তাপ (specific heat at constant pressure)।

নির্দিষ্ট আয়তনে আপেক্ষিক তাপ ঃ

সংজ্ঞা ঃ আয়তন স্থির রাখিয়া একক ভরের কোন গ্যাসের এক ডিগ্রী তাপমাত্রা বৃদ্ধি করিতে যে-তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে নির্দিষ্ট আয়তনে আপেক্ষিক তাপ বলে। ইহাকে C_v চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়।

নির্দিষ্ট চাপে আপেক্ষিক তাপ ঃ

সংজ্ঞা ঃ চাপ স্থির রাখিয়া একক ভরের কোন গ্যাসের এক ডিগ্রী তাপমাত্রা বৃদ্ধি করিতে যে-তাপের প্রয়োজন হয় তাহাকে নির্দিষ্ট চাপে আপেক্ষিক তাপ বলা হয়। ইহাকে C_p চিহ্ন দ্বারা সূচিত করা হয়।

আয়তন স্থির রাখিয়া কোন গ্যাসে তাপ প্রয়োগ করিলে সেই তাপ গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে এবং এই ক্ষেত্রে গ্যাসের চাপও বৃদ্ধি পায়। আয়তন স্থির থাকায় গ্যাসকে বাহ্যিক কোন কার্য করিতে হয় না।

কিন্তু চাপ স্থির রাখিয়া কোনও গ্যাসে তাপ প্রয়োগ করিলে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি পায় এবং সেই সঙ্গে আয়তনেরও প্রসারণ ঘটে। প্রযুক্ত তাপ এইখানে দুইভাবে ব্যবহৃত হয়—কিয়দংশ গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধি করে এবং বাকী অংশ বাহিরের চাপের বিরুদ্ধে গ্যাসের আয়তন বৃদ্ধির জন্য কার্য করে। উভয়ক্ষেত্রে গ্যাসের তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য একই তাপের প্রয়োজন হইলেও স্থির চাপে আয়তন বৃদ্ধির জন্য অতিরিক্ত কার্যের জন্য কিছু অতিরিক্ত তাপ লাগিবে।

সুতরাং স্থির আয়তনে 1 gm. গ্যাসে 1°C উষ্ণতা বৃদ্ধির জন্য যে-তাপের প্রয়োজন হইবে স্থির চাপে ঐ গ্যাসের একই তাপমাত্রা বৃদ্ধির জন্য কিছু বেশী তাপের প্রয়োজন হইবে।

অর্থাৎ C_v হইতে C_p বড় হইবে।

ইহা দেখান যাইতে পারে যে $C_p = C_v + R$। এইখানে R হইল সর্বজনীন গ্যাস ধ্রুবক।

উপরোক্ত সমীকরণে C_p, C_v এবং R শক্তির এককে প্রকাশ করা হইয়াছে। তাপ এককে প্রকাশ করিলে, $C_p = C_v + \frac{R}{J}$ অথবা $C_p - C_v = \frac{R}{J}$. [J হইল তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক]।

উদাহরণ

1. একটি জলপ্রপাতের উচ্চতা 50 মিটার। এই উচ্চতা হইতে জল নীচে পড়িলে জলের তাপমাত্রা কত বৃদ্ধি পাইবে? [$J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs/cal]

মনে কর, m gm. জল উপর হইতে নীচে পড়িল

তাহা হইলে কৃত কার্য $W = mgh = m \times 980 \times 50 \times 100$ ergs.

উৎপন্ন তাপ $H = m.s.t = m \times 1 \times t$

[জলের আপেক্ষিক তাপ $= 1$ এবং উষ্ণতা-বৃদ্ধি $= t$].

আমরা জানি $W = JH$

$\therefore m \times 980 \times 50 \times 100 = 4{\cdot}2 \times 10^7 \times m \times t$

$$\therefore t = \frac{980 \times 5000}{4{\cdot}2 \times 10^7} = {\cdot}117^\circ C \text{ (প্রায়)।}$$

2. একটি সীসার বুলেট $50^\circ C$ তাপমাত্রায় একটি দেওয়ালে বাধা পাইয়া তাপ উৎপন্ন করে। উৎপন্ন তাপের সমগ্রটাই যদি বুলেটকে উত্তপ্ত করিতে ব্যবহৃত হয়, তাহা হইলে বুলেটটি ঠিক গলিয়া যায়। কত বেগে বুলেটটি দেওয়ালকে আঘাত করিয়াছিল? [সীসার আপেক্ষিক তাপ $= {\cdot}031$, সীসার গলনাঙ্ক $= 335^\circ C$, সীসার গলনের লীন তাপ $= 5{\cdot}37$ এবং $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs/cal.]

মনে কর, বুলেটের ওজন $= m$ gm. এবং v cm/sec বেগে ইহা দেওয়ালকে আঘাত করিয়াছিল। তাহা হইলে দেওয়ালে আঘাত করিবার সময় ইহার গতিশক্তির পরিমাণ ছিল $\frac{1}{2} mv^2$ ergs

গতিশক্তি তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয় এবং বুলেটের তাপমাত্রা $50^\circ C$ হইতে বাড়িয়া $335^\circ C$ পর্যন্ত উঠে এবং গলিয়া যায়।

$\therefore$ উৎপন্ন তাপ $= m \times {\cdot}031 \times (335 - 50) + m \times 5{\cdot}37$

$= m({\cdot}031 \times 285 + 5{\cdot}37) = m \times 14{\cdot}205$ cal

আমরা জানি $W = JH$.

$\frac{1}{2} mv^2 = 4{\cdot}2 \times 10^7 \times m \times 14{\cdot}205$

বা, $v^2 = 2 \times 4{\cdot}2 \times 10^7 \times 14{\cdot}205$

বুলেটের বেগ $v = \sqrt{2 \times 4{\cdot}2 \times 10^7 \times 14{\cdot}205} = 34{\cdot}46 \times 10^3$ cm/sec.

3. 4 কিলোগ্রাম ওজনের একটি বস্তু 1 কিলোমিটার উচ্চতা হইতে মাটিতে পড়িল। যদি সমস্ত শক্তি তাপশক্তিতে পরিণত হয় তাহা হইলে কত তাপ উৎপন্ন হইবে নির্ণয় কর।

আমরা জানি $H=\frac{W}{J}$

বস্তুর স্থিতিশক্তি $=m.g.h=4\times1000\times981\times1000\times100$ ergs

[$m=4$ কিলোগ্রাম $=4\times1000$ gm ; $h=1$ কিলোমিটার $=1\times1000\times100$ cm]

$\therefore$ বস্তু দ্বারা কৃত কার্য $=4\times981\times10^8$ ergs.

$\therefore$ উৎপন্ন তাপ $H=\frac{W}{J}=\frac{4\times981\times10^8}{4{\cdot}2\times10^7}=\frac{4\times981\times10}{4{\cdot}2}$

$=9343$ ক্যালরি (প্রায়)।

4. 40 গ্রাম বরফকে -10°C হইতে 100°C তাপমাত্রায় বাষ্পে পরিণত করিতে কত কার্য করিতে হইবে ? [বরফের আপেক্ষিক তাপ $={\cdot}5$]

(i) 40 গ্রাম বরফকে -10°C হইতে 0°C তাপমাত্রায় আনিতে তাপ লাগে $40\times{\cdot}5\times[0-(-10)]=40\times{\cdot}5\times10=200$ ক্যালরি।

(ii) 0°C তাপমাত্রার বরফকে 0°C তাপমাত্রার জলে পরিণত করিতে তাপ লাগিবে $40\times80=3200$ ক্যালরি।

(iii) 0°C তাপমাত্রার জলকে 100°C পর্যন্ত উষ্ণতাবৃদ্ধির জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $=40\times1\times100=4000$ ক্যালরি।

(iv) 100°C তাপমাত্রার জলকে 100°C তাপমাত্রার বাষ্পে পরিণত করিতে তাপ লাগে $40\times536=21440$ ক্যালরি।

মোট তাপ $=200+3200+4000+21440=28840$ ক্যালরি।

আমরা জানি $W=JH=4{\cdot}2\times10^7\times28840$

$=121128\times10^7$ ergs. $=121128$ Joules.

5. একটি জলপ্রপাতের উচ্চতা 100 মিটার। যদি জল উপর হইতে নীচে পড়ে এবং উৎপন্ন তাপের 90% জলের মধ্যে থাকে তাহা হইলে উপর ও নীচের জলের তাপমাত্রার প্রভেদ নির্ণয় কর। [$J=4{\cdot}2\times10^7$ ergs/cal ; $g=980$ cm/sec^2]

মনে করি m গ্রাম জল নীচে পড়িতেছে।

$\therefore$ কৃত কার্যের পরিমাণ $=mgh=m\times980\times100\times100$

$=m\times98\times10^5$ ergs.

উৎপন্ন তাপ $H=\frac{W}{J}=\frac{m\times98\times10^5}{4{\cdot}2\times10^7}$ ক্যালরি।

$$90\%\ H=\frac{m\times98\times10^5}{4{\cdot}2\times10^7}\times\frac{90}{100}$$

ধরা যাক্, দুই জলের তাপমাত্রার প্রভেদ t°C

$\therefore\ m\times s\times t=90\%\ H$

বা, $m\times 1\times t=\dfrac{m\times 98\times 10^5}{4.2\times 10^7}\times\dfrac{90}{100}=\dfrac{m\times 98\times 10^6\times 9}{42\times 10^8}$

$$\therefore\quad t=\frac{98\times 9}{42\times 10^2}=0.21^\circ\text{C}.$$

6. নিম্নে প্রদত্ত রাশিগুলির মান হইতে J-এর মান নির্ণয় কর :

নির্দিষ্ট চাপে হাইড্রোজেনের গ্রাম আণবিক আপেক্ষিক তাপ $=6.865$ cal. ; নির্দিষ্ট. আয়তনে উহার মান $=4.880$ cal. ; বায়ুমণ্ডলের চাপ $=1.013\times 10^6$ dynes/cm^2 ; সাধারণ তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেনের গ্রাম আণবিক আয়তন $=22.4$ litres এবং নির্দিষ্ট চাপে হাইড্রোজেনের প্রসারণ গুণাঙ্ক $=\frac{1}{273}/^\circ$C

আমরা জানি, $C_p-C_v=\dfrac{R}{J}\quad\therefore\ J=\dfrac{R}{C_p-C_v}$ ... ... (1)

আবার $PV=RT\ \therefore\ R=\dfrac{PV}{T}$ ... ... (2)

(1)নং সমীকরণে R-এর মান বসাইয়া, $J=\dfrac{PV}{T\,(C_p-C_v)}$.

প্রশ্নানুসারে, $P=1.013\times 10^6$ dynes/cm^2

$V=22.4$ litres $=22400$ c.c.

$T=273^\circ$K ; $C_p=6.865$ cal. ; $C_v=4.880$ cal.

$$\therefore\ J=\frac{1.013\times 10^6\times 22400}{273(6.865-4.880)}=4.18\times 10^7\ \text{ergs/cal.}$$

প্রশ্নাবলী

1. "তাপ একপ্রকার শক্তি"—কয়েকটি উদাহরণের সাহায্যে উক্তিটির তাৎপর্য ব্যাখ্যা কর।

2. তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক কাহাকে বলে? তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক নির্ণয়ের একটি পদ্ধতি বর্ণনা কর। "তাপের যান্ত্রিক তুল্যাঙ্ক 4.2×10^7 আর্গস্ প্রতি ক্যালরিতে" বলিতে কি বুঝ?

3. তাপ-গতিবিদ্যার (Thermodynamics) প্রথম সূত্র কি? সমতাপমাত্রা গ্যাস্ প্রসারণ ও রুদ্ধতাপ গ্যাস প্রসারণ বলিতে কি বুঝ?

4. নির্দিষ্ট চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ ও নির্দিষ্ট আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ কাহাকে বলে?

নির্দিষ্ট চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ নির্দিষ্ট আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ অপেক্ষা বৃহত্তর কেন ব্যাখ্যা কর।

5. 10 কিলোগ্রামের একটি বস্তু 1 কিলোমিটার উচ্চতা হইতে ভূমিতে পড়িল। যদি সমস্ত শক্তিই তাপশক্তিতে রূপান্তরিত হয় তাহা হইলে কত তাপ উৎপন্ন হইবে নির্ণয় কর। [উঃ $23{\cdot}3 \times 10^3$ cal.]

6. 50 গ্রাম বরফকে 0°C হইতে 100°C জলে পরিণত করিতে কত কার্য করিতে হইবে ? [বরফ গলনের লীন তাপ = 80 ক্যালরি/গ্রাম] (H. S. 1960) [উঃ $37{\cdot}8 \times 10^{10}$ ergs.]

7. একখণ্ড বরফকে কত উচ্চতা হইতে ফেলিলে বরফখণ্ডটি সম্পূর্ণ গলিয়া যাইবে ? মনে কর 50% উৎপন্ন তাপ বরফের মধ্যে থাকে। [$g = 980$ cm/sec^2 ; $L = 80$ cals/gm ; $J = 4{\cdot}2$ Joules/cal] [উঃ $6{\cdot}86 \times 10^6$ cm.]

8. একটি সীসার বুলেট একটি দেওয়ালে বাধা পাইলে ইহার তাপমাত্রা 200°C বাড়িয়া যায়। যদি উৎপন্ন তাপের সমস্তটাই বুলেট উত্তপ্ত করিতে ব্যবহৃত হয়, তাহা হইলে কত বেগে বুলেট দেওয়ালকে আঘাত করিয়াছিল ? [সীসার আপেক্ষিক তাপ $= 0{\cdot}3$] [উঃ $22{\cdot}45 \times 10^3$ cm/sec.]

9. পারদ 50 মিটার উচ্চতা হইতে একটি অপরিবাহী তলের উপর পড়ে। পারদের তাপমাত্রা কত বৃদ্ধি পাইবে ? [পারদের আপেক্ষিক তাপ $= {\cdot}02$ এবং $J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs/cal.] [উঃ 5·84°C]

10. নির্দিষ্ট আয়তনে হাইড্রোজেনের আপেক্ষিক তাপ নির্ণয় কর [হাইড্রোজেনের আপেক্ষিক তাপ $= 6{\cdot}85$ cal/gm. molecule ; সাধারণ তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব $= 0{\cdot}0899$ gm/litre ; $J = 4{\cdot}18 \times 10^7$ ergs/cal ; হাইড্রোজেনের গ্রাম আণবিক ওজন $= 2{\cdot}016$] (C. U. 1966) [উঃ 4·864 cal/gm-mol.]

11. 1·0 কিলোগ্রাম ভরসম্পন্ন একটি কামানের গোলা 400 মিটার প্রতি সেকেণ্ড বেগে ছোড়া হইল। গোলার গতিবেগ হঠাৎ বন্ধ করা হইলে কত পরিমাণ তাপ উৎপন্ন হইবে ? ($J = 4{\cdot}2 \times 10^7$ ergs/cal) [উঃ $19{\cdot}05 \times 10^5$ cal.]

অষ্টম অধ্যায়

গ্যাসের গতিতত্ত্ব

(Kinetic theory of gases)

৪.0. সূচনা : গ্যাসের গতিতত্ত্ব দুইটি মূল প্রকল্পের (fundamental hypothesis) উপর প্রতিষ্ঠিত—(1) পদার্থমাত্র-ই অণুর দ্বারা গঠিত এবং (2) অণুগুলি সতত সঞ্চরণশীল এবং তাপমাত্রাবৃদ্ধির সঙ্গে ইহাদের গতি বর্ধিত হয়।

পদার্থ অণুর সমষ্টি বা তাপমাত্রার সঙ্গে পদার্থ-মধ্যস্থিত অণুর গতিবৃদ্ধি—এই দুইটি প্রকল্পের পরীক্ষামূলক প্রত্যক্ষ কোন প্রমাণ না পাওয়া গেলেও প্রাকৃতিক ঘটনা ও কয়েকটি পরীক্ষা হইতে উপরোক্ত প্রকল্পদ্বয়ের ধারণা সুদৃঢ় হয়।

8.1. পদার্থ অণুর দ্বারা গঠিত (Matter is composed of molecules) : গ্যাসের গতিতত্ত্বের প্রথম প্রকল্প অনুযায়ী পদার্থ অণুর দ্বারা গঠিত। কঠিন, তরল এবং বায়বীয়—এই তিন শ্রেণীতে পদার্থসমূহকে বিভক্ত করা যায়। কঠিন পদার্থে অণুগুলি ঘনভাবে সন্নিবিষ্ট থাকে। এই অণুগুলির মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণের (inter-molecular force of attraction) তীব্রতা এত বেশী যে কোনও অণু এই আকর্ষণকে অতিক্রম করিয়া মুক্ত অবস্থায় একস্থান হইতে অন্যস্থানে যাইতে পারে না। এই কারণে আমরা কঠিন পদার্থের একটি নির্দিষ্ট আকৃতি ও আয়তন দেখিতে পাই। কঠিন পদার্থে অণুগুলি প্রত্যেকে তাহাদের স্বীয় গড় (mean) অবস্থানে থাকিয়া আন্দোলিত হইতে থাকে। তাপ প্রয়োগ করিলে ইহাদের আন্দোলনের বিস্তার (amplitude) বর্ধিত হয় এবং জোরে জোরে আন্দোলিত হইতে থাকে। যথেষ্ট পরিমাণে তাপ পাইলে অণুগুলি পারস্পরিক আকর্ষণকে অতিক্রম করিয়া বাহির হইয়া আসে এবং স্থান হইতে স্থানান্তরে গমন করে। তখন কঠিন পদার্থের সুদৃঢ় আকৃতি আর বজায় থাকে না এবং ইহা তরলে পরিণত হয়।

তরল পদার্থে অণুগুলি এত ঘনভাবে সন্নিবিষ্ট থাকে না এবং পারস্পরিক আকর্ষণও কম। সেইজন্য তরলের নির্দিষ্ট কোন আকার নাই, তবে আয়তন আছে। তাপ প্রয়োগ করিলে তরল পদার্থের অণুগুলি আকর্ষণ-বলের মাত্রা অতিক্রম করিয়া স্বাধীনভাবে বিচরণ করে। ইহাকেই বলা হয় তরল পদার্থের বাষ্পীয় অবস্থায় রূপান্তর।

গ্যাসের ক্ষেত্রে অণুগুলির এই ধরনের কোন পারস্পরিক আকর্ষণ নাই বলিলেই চলে এবং পরস্পর হইতে অনেক দূরে থাকে এবং আবদ্ধ পাত্রে সম্পূর্ণ স্বাধীনভাবে বিচরণ করে। এইজন্য গ্যাসীয় পদার্থের নিজস্ব কোন আকার বা আয়তন থাকে না।

1807 খ্রীষ্টাব্দে প্রখ্যাত বিজ্ঞানী জন্ ড্যালটন (John Dalton) রাসায়নিক সূত্র ইত্যাদি হইতে প্রমাণ করেন যে পদার্থ অণুসমষ্টি।

8.2. পদার্থের অণুর অবিরাম গতির সমর্থনে কয়েকটি প্রমাণ (Some evidences in support of incessant motion of molecules in a matter) :

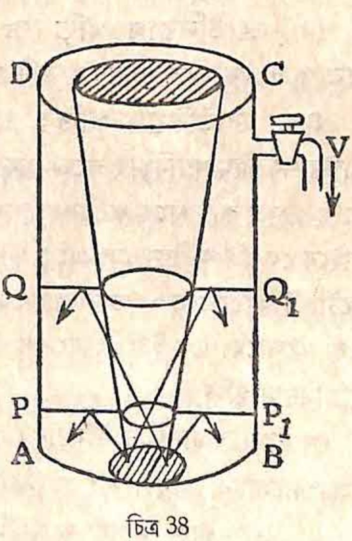
পদার্থমধ্যস্থিত অণুগুলির অবিরাম গতির সমর্থনে বহু ঘটনার উল্লেখ করা যায়। তরলীকরণ (liquefaction), বাষ্পায়ন (evaporation), বাষ্পীয় চাপ (vapour pressure), ব্যাপন (diffusion), ব্রাউনিয়ান গতি (Brownian motion) প্রভৃতি হইতে এই প্রমাণ পাওয়া যায়।

(1) **ব্যাপন ও দ্রবণ (Diffusion and solution) :**

হাইড্রোজেন গ্যাস কার্বন-ডাই-অক্সাইড গ্যাস অপেক্ষা হালকা। এক চোঙ্ হাইড্রোজেন গ্যাস যদি এক চোঙ্ কার্বন-ডাই-অক্সাইড গ্যাসের উপর উলটাভাবে রাখা হয় তাহা হইলে কিছুক্ষণ পর দেখা যাইবে যে অভিকর্ষের রীতির বিরুদ্ধে হাইড্রোজেন ও কার্বন-ডাই-অক্সাইড মিশিয়া একটি সম-মিশ্রণ প্রস্তুত হইয়াছে।

একটি চোঙের তলদেশে পটাসিয়াম পারম্যাঙ্গানেট ($KMnO_4$) দ্রবণ রাখিয়া ঐ পাত্রে ধীরে ধীরে জল ঢালা হইল যাহাতে দ্রবণটি আলোড়িত না হয়। কিছুক্ষণ পর দেখা যাইবে পটাসিয়াম পারম্যাঙ্গানেট দ্রবণ সমগ্র চোঙে ছড়াইয়া পড়িয়াছে।

(2) **প্রসারণ (Expansion) :** কোনও পদার্থকে উত্তপ্ত করিলে পদার্থের অণুগুলির গতি বৃদ্ধি পায় এবং পারস্পরিক আকর্ষণকে অতিক্রম করিয়া মুক্ত অবস্থায় সরল পথে ছুটিয়া যায়। বিজ্ঞানী Dunoyer একটি সহজ পরীক্ষা দ্বারা ইহা প্রমাণ করেন। তাঁহার পরীক্ষার ব্যবস্থা 38নং চিত্রে দেখান হইল। ABCD একটি চোঙ্ V নলদ্বারা বায়ু-নিষ্কাশন পাম্পের সহিত যুক্ত। দুইটি পাতলা পর্দা (diaphragm) PP_1 এবং QQ_1 দ্বারা চোঙ্টিকে তিনটি অংশে ভাগ করা হইয়াছে। প্রত্যেকটি পর্দায় একটি করিয়া ছিদ্র আছে। চোঙের তলদেশে AB তলের উপর সামান্য সোডিয়াম রাখা হইয়াছে।



চিত্র 38

চোঙ্কে সম্পূর্ণ বায়ুশূন্য করা হইল। সোডিয়াম 500°C পর্যন্ত উত্তপ্ত করা হইলে

ইহা বাষ্পীভূত হইবে এবং দেখা যাইবে ইহা উপরের তলে জমা হইয়াছে। CD তলের যে-স্থান ব্যাপিয়া সোডিয়াম জমা হইয়াছে, ঐ স্থানটি দুইটি ছিদ্রের অনুরূপবিন্দুর সংযোগকারী সরলরেখার জামিতিক অভিক্ষেপের (geometrical projection) সহিত সম্পূর্ণরূপে মিলিয়া গিয়াছে। ইহা হইতে নিঃসন্দেহে প্রমাণিত হয় যে উত্তপ্ত সোডিয়াম অণু পরস্পর হইতে বিচ্ছিন্ন হইয়া সরলপথে ছুটিয়া গিয়া উপরের তলে জমা হইয়াছে।

(3) **বাষ্পায়ন এবং বাষ্পচাপ (Evaporation and vapour pressure) :** কোনও খোলা পাত্রে কিছু পরিমাণ জল বা অন্য যে-কোন তরল পদার্থ রাখিয়া কিছুদিন পরে লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে যে তরল পদার্থটি উবিয়া গিয়াছে। ইহাকে **বাষ্পায়ন** (evaporation) বলে। যে-কোন তাপমাত্রায় এবং সর্বদা তরলের উপর-তল হইতে এই বাষ্পায়ন ক্রিয়া চলিতে থাকে।

কোনও তরলকে একটি পাত্রে আবদ্ধ করিয়া রাখিলে বাষ্পায়নের ফলে আবদ্ধ স্থানটি বাষ্পে পূর্ণ হইবে। বাষ্পীভূত এই অণুগুলি চতুর্দিকে ঘুরিয়া বেড়াইবে এবং পাত্রের দেওয়ালে অনবরত আঘাত করিবে। ফলে দেওয়ালে একটি চাপের উদ্ভব হইবে। এই চাপকে বলা হয় **বাষ্পচাপ** (vapour pressure)।

তরল পদার্থের বাষ্পায়ন ক্রিয়া এবং ইহার ফলে উদ্ভূত চাপ নিঃসংশয়ে প্রমাণ করে যে পদার্থ অণুর দ্বারা গঠিত এবং অণুগুলি প্রত্যেকে স্বীয় গড় অবস্থানে (mean position) থাকিয়া ঘুরিয়া বেড়ায় এবং সুযোগ পাইলেই পদার্থ হইতে বাহির হইয়া যায়।

(4) **ব্রাউনিয়ান গতি (Brownian motion) :** অণুর অবিশ্রান্ত সঞ্চরণের প্রত্যক্ষ পরীক্ষামূলক প্রমাণ ব্রাউনিয়ান গতি। নিম্নে ইহার সম্পূর্ণ বিবরণ দেওয়া হইল।

8.3. ব্রাউনিয়ান গতি : 1827 খ্রীষ্টাব্দে একজন ইংরেজ উদ্ভিদ-বিজ্ঞানী রবার্ট ব্রাউন সর্বপ্রথম আবিষ্কার করেন যে কোন তরলে বিলম্বিত (suspended) ফুলের রেণু বা ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র কণিকাকে শক্তিশালী অণুবীক্ষণ যন্ত্রের সাহায্যে পর্যবেক্ষণ করিলে দেখা যাইবে যে এই কণিকাগুলি প্রচণ্ড গতিতে অথচ অনিয়মিতভাবে অবিরাম ইতস্ততঃ ছুটোছুটি করিতেছে। তরল মাধ্যমে এইসব ক্ষুদ্র কণিকাদের নিরন্তর, দ্রুত, অনিয়মিত এবং এলোমেলো ছুটিয়া বেড়ানোর এই অক্রম গতিকে (random motion) বলা হয় ব্রাউনিয়ান গতি।

অনেক বিজ্ঞানী ব্রাউনিয়ান গতি সম্পর্কে বহু পরীক্ষা করেন এবং এই পরীক্ষালব্ধ ফল পর্যালোচনা করিয়া তাঁহারা নিম্নলিখিত গুরুত্বপূর্ণ তথ্যাদি সংগ্রহ করিয়াছেন—

(*i*) এই গতি সম্পূর্ণ অনিয়মিত, এলোমেলো এবং বিরামহীন। একই অঞ্চলে অবস্থিত থাকিয়াও কোন দুইটি কণার গতি একরকম নহে।

(ii) পাত্রের ঝাঁকানি বা আন্দোলনের উপর এই গতি নির্ভর করে না।

(iii) তরলের সান্দ্রতা (viscosity) যত কম, এই গতি তত বৃদ্ধি পায়। এইজন্য গ্লিসারিনে এই গতির তীব্রতা কম।

(iv) তাপমাত্রা এক থাকিলে একই আকৃতির দুইটি কণার গতি সমান।

(v) তরলের উষ্ণতা বৃদ্ধি পাইলে, কণাগুলির গতিবেগও বৃদ্ধি পায়।

(vi) কণার আকৃতি যত ক্ষুদ্র হইবে, গতিবেগ তত বৃদ্ধি পায়।

ব্যাখ্যা (Explanation) : যদি কোন কঠিন বস্তু জলে বা তরলের মধ্যে বিলম্বিত অবস্থায় থাকে তাহা হইলে তরলস্থিত অণুগুলি চতুর্দিক হইতে সেই বস্তুটির উপর আঘাত করে। চতুর্দিক হইতে আঘাতের পরিমাণ সমান হইলে বস্তুটি সাম্য অবস্থায় তরলের মধ্যে স্থির থাকে। বস্তুটি আকারে বড় হইলে এই অবস্থার সৃষ্টি হয় কিন্তু বস্তুটি আকারে খুব ক্ষুদ্র হইলে তরলের অণুগুলির আঘাত ঠিক সমানভাবে পড়ে না অর্থাৎ একদিকে লব্ধিবলের সৃষ্টি হয় এবং বস্তুটি সেইদিকে তীব্রগতিতে ছুটিয়া যায়। আবার তরলের অণুগুলি অক্রম গতিতে ইতস্ততঃ ছুটিয়া বেড়ায় বলিয়া বস্তুকণিকার উপর আঘাতের ফলে সৃষ্ট লব্ধিবলের অভিমুখ ঠিক থাকে না। এই কারণে বস্তুকণিকাগুলি তরলের মধ্যে দ্রুত, অনিয়মিত, বিরামহীন এবং এদিক-সেদিক ছুটিয়া বেড়ায়।

বিখ্যাত বিজ্ঞানী আইনস্টাইন ব্রাউনিয়ান গতির একটি সম্পূর্ণ প্রমাণমূলক তত্ত্ব প্রকাশ করেন। 1908 খ্রীষ্টাব্দে পেরিন পরীক্ষার দ্বারা আইনস্টাইনের এই তত্ত্বের সমর্থন করেন।

8.4. গ্যাসের গতিতত্ত্বের মূল অঙ্গীকারসমূহ (Fundamental assumptions in kinetic theory of gases) :

গ্যাসের গতিতত্ত্ব নিম্নলিখিত মূল অঙ্গীকারসমূহের উপর প্রতিষ্ঠিত। বিজ্ঞানী ক্লসিয়াস (Clausius) সর্বপ্রথম এই অঙ্গীকারসমূহ লিপিবদ্ধ করেন। এই অঙ্গীকারগুলি যে-গ্যাসের ক্ষেত্রে প্রয়োজ্য তাহাকে **আদর্শ গ্যাস** (ideal gas) বলা হয়।

(1) একটি গ্যাসের অণুগুলি সর্বতোভাবে সদৃশ। বিভিন্ন গ্যাসের অণুগুলি পরস্পর হইতে বিভিন্ন।

(2) গ্যাসের অণুগুলিকে বিন্দু-ভর (point-mass) ধরা হয়। গ্যাস যে-পাত্রে রাখা হয় তাহার আয়তনের তুলনায় অণুগুলির সম্মিলিত আয়তন উপেক্ষণীয়।

(3) অণুগুলি সর্বদিকে অক্রম গতিতে অবিরাম ছুটিয়া বেড়াইতেছে। উহাদের গতিবেগ শূন্য হইতে অসীম পর্যন্ত বিস্তৃত। তাপমাত্রা বৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে অণুগুলির গতিবেগ বৃদ্ধি পায়।

(4) স্থিতাবস্থায় (in steady state) অণুগুলি পরস্পরের সহিত পাত্রের দেওয়ালের সহিত অনবরত ধাক্কা খাইতেছে। পর পর দুইটি ধাক্কার মধ্যে অণুগুলি সরলরেখায় গমন করে। পর পর দুইটি ধাক্কার মধ্যবর্তী সময়ে প্রতিটি অণু যে-পথ অতিক্রম করে তাহাকে **মুক্তপথ** (free path) বলা হয়। এইরকম অনেকগুলি মুক্তপথের গড় দূরত্বকে **গড় মুক্তপথ** (mean free path) বলে।

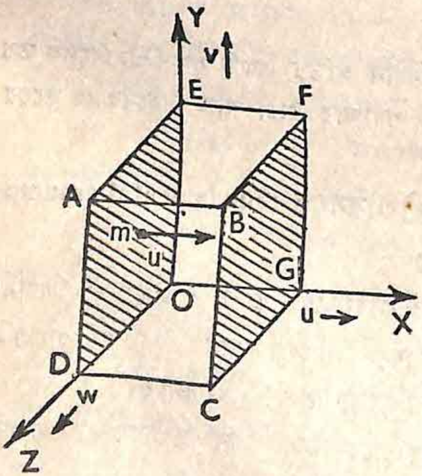
(5) অণুগুলি সম্পূর্ণ স্থিতিস্থাপক গোলক। ইহারা পরস্পরের প্রতি বা দেওয়ালের প্রতি কোন আকর্ষণ বা বিকর্ষণ-বল প্রয়োগ করে না।

(6) যে-সময় ব্যাপিয়া একটি ধাক্কা সংঘটিত হয় তাহা মুক্তপথ অতিক্রম করিবার সময়ের তুলনায় নগণ্য।

(7) স্থির অবস্থায় অণুগুলি পাত্রের মধ্যে সমভাবে বণ্টিত (uniformly distributed) থাকে।

8.5. গ্যাসের গতিতত্ত্বের ভিত্তিতে আদর্শ গ্যাসের চাপ (Pressure of a perfect gas according to kinetic theory of gases) :

গ্যাসের গতিতত্ত্বের মূল অঙ্গীকারসমূহ পূর্ব অনুচ্ছেদে উল্লেখ করা হইয়াছে। অণুগুলি বিন্দু-ভর, পরস্পরের আঘাতগুলি স্থিতিস্থাপক এবং পাত্রের দেওয়ালগুলি পূর্ণ-স্থিতিস্থাপক। যে-কোন অণু যে-কোন দেওয়ালে আঘাত করিলে তাহা কোন শক্তির অপচয় না করিয়া ঐ দেওয়াল হইতে ফিরিয়া আসিবে। তবে অণুগুলির অবিশ্রান্ত আঘাতের ফলে দেওয়ালে একটি চাপের সৃষ্টি হইবে।



চিত্র 39

ধরা যাক্‌, ABCDOEFG একটি ছয়তলবিশিষ্ট ঘনক (চিত্র 39)। ইহাদের প্রতিদিকের দৈর্ঘ্য 1 cm.। মনে কর পাত্রের মধ্যে গ্যাস-অণুর সংখ্যা n এবং ইহাদের যে-কোন একটি অণুর যে-কোন একদিকে গতিবেগ c_1। ঐ গতিবেগকে OX, OY এবং OZ অক্ষ বরাবর তিনটি উপাংশে (components) বিভক্ত করিলে মনে করা যাইতে পারে এই তিনদিকে বেগ যথাক্রমে u_1, v_1 ও w_1 ; u_1 বেগে অণু BFGC এবং AEOD দেওয়ালে আঘাত করিবে এবং একই বেগে প্রতিক্ষিপ্ত (rebound) হইয়া ফিরিয়া আসিবে।

মনে করা যাক, প্রত্যেক অণুর ভর m ; AEOD দেওয়াল হইতে প্রতিক্ষিপ্ত হইয়া BFGC দেওয়ালে আঘাত করিবে। BFGC দেওয়ালে আঘাত করিবার পূর্বে ভরবেগ ছিল mu এবং আঘাত করিবার পরে ভরবেগ হইবে $-mu_1$.

প্রতি আঘাতে ভরবেগের পরিবর্তন $mu_1-(-mu_1)=2mu_1$.

BFGC দেওয়ালে আঘাতের পর প্রতিক্ষিপ্ত হইয়া অণুটি পুনরায় AEOD দেওয়ালে আঘাত করিবে। সুতরাং, দুইটি আঘাতের মধ্যে অণুটির মোট অতিক্রান্ত পথ 2 cm. এবং বেগ u_1 হইলে পর পর দুইটি আঘাতের অন্তর্বর্তী সময় $\frac{2}{u_1}$.

প্রতি সেকেণ্ডে অণুটির দ্বারা যে কয়টি আঘাত সংঘটিত হইবে তাহার সংখ্যা $=\frac{u_1}{2}$। অতএব প্রতি সেকেণ্ডে ভরবেগের পরিবর্তন $=\frac{u_1}{2}\times 2mu_1=mu_1{}^2$.

নিউটনের দ্বিতীয় গতিসূত্র হইতে আমরা জানি ভরবেগের পরিবর্তনের হার প্রযুক্ত বলের সমান। সুতরাং, প্রযুক্ত বলের পরিমাণ p ধরা হইলে $p=mu_1{}^2$.

অনুরূপভাবে, আর একটি অণুর গতিবেগ c_2-কে OX, OY এবং OZ অক্ষ বরাবর তিনটি উপাংশে u_2, v_2 এবং w_2 বিভাজন করিয়া বলা যাইতে পারে দ্বিতীয় অণু দ্বারা BFGC দেওয়ালে প্রযুক্ত বলের পরিমাণ $p_2=mu_2{}^2$.

একই পদ্ধতিতে n অণুগুলির দ্বারা OX অক্ষ অভিমুখে BFGC দেওয়ালে প্রতি সেকেণ্ডে মোট প্রযুক্ত বলের পরিমাণ

$$p_x=m(u_1{}^2+u_2{}^2+u_3{}^2+\quad\cdots\quad\cdots\quad+u_n{}^2)\quad\cdots\quad\cdots\quad(1)$$

n-অণু কর্তৃক OY এবং OZ অক্ষের অভিমুখে ঘনকের তলে প্রযুক্ত বলের পরিমাণ p_y এবং p_z ধরিলে,

$$p_y=m(v_1{}^2+v_2{}^2+v_3{}^2+\quad\cdots\quad\cdots\quad+v_n{}^2)\quad\cdots\quad(2)$$

$$p_z=m(w_1{}^2+w_2{}^2+w_3{}^2+\quad\cdots\quad\cdots\quad+w_n{}^2)\quad\cdots\quad(3)$$

যেহেতু, গ্যাস-অণুর দ্বারা প্রযুক্ত বলের পরিমাণ সবদিকেই সমান, অতএব ধরা যাইতে পারে,

$$p_x=p_y=p_z=p\quad\therefore\quad p=\tfrac{1}{6}(p_x+p_x+p_y+p_y+p_z+p_z)$$

[ছয়টি দেওয়ালের মধ্যে OX অক্ষাভিমুখে BFGC এবং AEOD ও অন্যান্য অক্ষাভিমুখে দুইটি করিয়া তিনটি অক্ষে ছয়টি]

$$=\tfrac{1}{6}\times 2(p_x+p_y+p_z)=\tfrac{1}{3}(p_x+p_y+p_z)$$

$$=\tfrac{1}{3}m\{(u_1{}^2+u_2+\cdots+u_n{}^2)+(v_1{}^2+v_2{}^2+\cdots+v_n{}^2)+(w_1{}^2+w_2{}^2+\cdots+w_n{}^2)\}$$

$$=\tfrac{1}{3}m(c_1{}^2+c_2{}^2+\cdots+c_n{}^2)\quad[\because\ c_1=u_1{}^2+v_1{}^2+w_1{}^2\ ]$$

$$=\tfrac{1}{3}mnc^2\quad\left[\text{এইস্থলে } c^2=\frac{c_1{}^2+c_2{}^2+\cdots+c_n{}^2}{n}\right]$$

c^2-কে বলা হয় **গড় বর্গবেগ (mean square velocity)**।

গ্যাসের মোট ভর = প্রতি অণুর ভর × গ্যাস-অণুর সংখ্যা = mn

যেহেতু ঘনকের আয়তন 1 ঘন সেমি., সুতরাং এইক্ষেত্রে ঘনত্ব $\rho = mn$;

এতএব ঘনকের দেওয়ালে প্রদত্ত চাপ $p = \frac{1}{3}\rho c^2$. ... ... (4)

(4)নং সমীকরণ হইতে $c = \sqrt{\dfrac{3p}{\rho}}$

c-কে বলা হয় **মূল গড় বর্গবেগ (Root mean square velocity)**।

8.6. গ্যাস গতিতত্ত্ব হইতে কয়েকটি গুরুত্বপূর্ণ সিদ্ধান্ত (Some important deductions from kinetic theory of gases) :

(i) বয়েল-এর সূত্র (Boyle's law) :

গ্যাস গতিতত্ত্ব হইতে আমরা পাই, $p = \frac{1}{3}mnc^2$.

এইস্থলে m = প্রতি অণুর ভর, n = 1 cm. বাহু-বিশিষ্ট ঘনকে গ্যাস-অণুর সংখ্যা।

$\therefore mn$ = 1 c.c. আয়তনে গ্যাসের ভর = ρ (= ঘনত্ব)

যদি V আয়তনে গ্যাস-অণুর ভর M হয় তাহা হইলে ঘনত্ব $\rho = \frac{M}{V}$.

অতএব, $p = \frac{1}{3}mnc^2 = \frac{1}{3}\rho c^2 = \frac{1}{3}\frac{M}{V}c^2$

$\therefore pV = \frac{1}{3}Mc^2$ ... ... (5)

$= \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}Mc^2 = \frac{2}{3} \times$ গ্যাস-অণুর গতিশক্তি।

যতক্ষণ গ্যাসের তাপমাত্রা স্থির থাকিবে, ততক্ষণ অণুগুলির গতিশক্তির কোন পরিবর্তন হইবে না।

অর্থাৎ pv = ধ্রুবক।

ইহাই বয়েল-এর সূত্র।

(ii) আদর্শ গ্যাস সমীকরণ (Perfect gas equation) :

গ্যাস-অণুর গতিশক্তির হ্রাসবৃদ্ধি হইলে তাপমাত্রার পরিবর্তন হয়। আবার তাপমাত্রার হ্রাসবৃদ্ধির সঙ্গে সঙ্গে গতিশক্তিরও হ্রাসবৃদ্ধি ঘটে। অর্থাৎ অণুর গতিশক্তি ও তাপমাত্রা পরস্পরের সমানুপাতিক।

$\therefore \frac{1}{2}Mc^2 \propto T$

বা, $\frac{1}{2}Mc^2 = KT$ [এই স্থলে K একটি ধ্রুবক]

কিন্তু আমরা জানি, $pv = \frac{1}{3}Mc^2$ [(5)নং সমীকরণ]

অতএব, $pv = \frac{1}{3}Mc^2 = \frac{2}{3} \times \frac{1}{2}Mc^2 = \frac{2}{3}KT$.

বা, $pv = RT$ [এই স্থলে $\frac{2}{3}K = R$ ধরা হইয়াছে]

উক্ত সমীকরণ হইতেছে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ।

(iii) **গ্রাহামের ব্যাপনসূত্র (Graham's law of diffusion) :**

এই সূত্র অনুসারে একই তাপমাত্রা ও চাপে দুইটি বিভিন্ন গ্যাসের মধ্যে সচ্ছিদ্র ঝিল্লীর (porous membrane) মধ্য দিয়া ব্যাপন হইলে ব্যাপনের হার গ্যাস দুইটির ঘনত্বের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতিক হয়।

ধরা যাক্, ρ_1 ও ρ_2 যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় গ্যাসের ঘনত্ব এবং c_1 ও c_2 উহাদের অণুর মূল গড় বর্গবেগ। প্রথম ও দ্বিতীয় গ্যাসের চাপ যথাক্রমে p_1 ও p_2 হইলে,

$$p=\tfrac{1}{3}\rho_1 c_1^2 \text{ এবং } p_2=\tfrac{1}{3}\rho_2 c_2^2.$$

যখন উভয় গ্যাসের চাপ সমান, তখন $p_1=p_2$.

অতএব, $\tfrac{1}{3}\rho_1 c_1^2=\tfrac{1}{3}\rho_2 c_2^2$

$$\text{অর্থাৎ } \frac{c_1}{c_2}=\sqrt{\frac{\rho_2}{\rho_1}}$$

কিন্তু গ্যাসের ব্যাপনের হার গ্যাস-অণুর মূল গড় বর্গবেগের সমানুপাতিক

$$\therefore \frac{\text{প্রথম গ্যাসের ব্যাপনের হার}}{\text{দ্বিতীয় গ্যাসের ব্যাপনের হার}}=\frac{c_1}{c_2}=\frac{\sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_1}}=\frac{\sqrt{\text{দ্বিতীয় গ্যাসের ঘনত্ব}}}{\sqrt{\text{প্রথম গ্যাসের ঘনত্ব}}}$$

ইহাই গ্রাহাম সূত্র প্রমাণিত করে।

(iv) **অ্যাভোগেড্রোর প্রকল্প (Avogadro's hypothesis) :**

তাপমাত্রা ও চাপ সমান থাকিলে সম-আয়তনের বিভিন্ন গ্যাসে সমসংখ্যক অণু থাকিবে—ইহাই অ্যাভোগেড্রোর প্রকল্প।

ধরা যাক্, একক আয়তনের দুইটি বিভিন্ন গ্যাস লওয়া হইল; ইহাদের চাপ ও তাপমাত্রা যথাক্রমে p এবং T। যদি গ্যাসের অণুর সংখ্যা n_1, প্রতি অণুর ভর m_1 ও প্রতি অণুর মূল গড় বর্গবেগ c_1 এবং দ্বিতীয় গ্যাসের অণুর সংখ্যা n_2, প্রতি অণুর ভর m_2 ও প্রতি অণুর মূল গড় বর্গবেগ c_2 হয়, তাহা হইলে,

$$\text{চাপ } p=\tfrac{1}{3}m_1 n_1 c_1^2=\tfrac{1}{3}m_2 n_2 c_2^2. \qquad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

উভয় গ্যাসের তাপমাত্রা সমান হওয়ায় উহাদের অণুর গড় গতিশক্তিও সমান হইবে। অর্থাৎ,

$$\tfrac{1}{2}m_1 c_1^2=\tfrac{1}{2}m_2 c_2^2. \qquad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

সমীকরণ (1) ও (2) হইতে আমরা পাই $n_1=n_2$.

ইহাই অ্যাভোগেড্রোর প্রকল্প।

8.7. গ্যাস গতিতত্ত্ব হইতে তাপমাত্রার ধারণা (Concept of temperature from kinetic theory of gases) :

আমরা জানি $pv = \frac{1}{3}mnc^2$

আদর্শ গ্যাসের ক্ষেত্রে, $pv = RT$.

অতএব $\frac{1}{3}mnc^2 = RT$

বা, $\frac{1}{2}mc^2 = \frac{3}{2}\frac{R}{n}T = \frac{3}{2}KT$

উপরোক্ত সমীকরণে m ও K ধ্রুবক এবং $K = \frac{R}{n}$ ধরা হইয়াছে।

$\therefore \quad c^2 \propto T$

অর্থাৎ গ্যাস-অণুর গড় বর্গবেগ উহার পরম তাপমাত্রার সমানুপাতিক। ইহার দ্বারা এই বুঝায় যে গতিশক্তি বৃদ্ধি পাইলে তাপমাত্রা বৃদ্ধি পাইবে এবং গতিশক্তি হ্রাস পাইলে তাপমাত্রাও হ্রাস পাইবে।

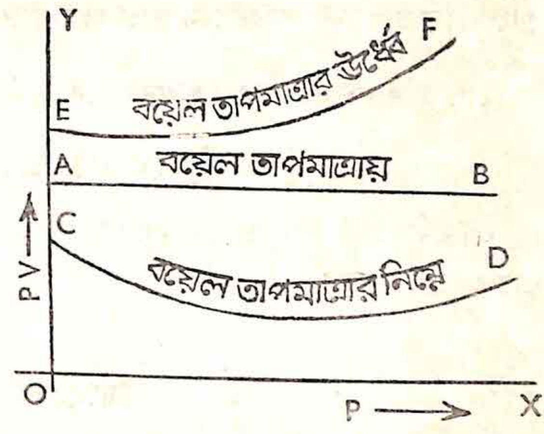
গতিতত্ত্বের মূল-অঙ্গীকার অনুসারে অণুগুলি সতত সঞ্চরণশীল। তাপমাত্রার পরম স্কেলে তাপমাত্রার মান যখন শূন্য হইবে তখন গ্যাস-অণুগুলির গড় বর্গবেগও শূন্য হইবে, অর্থাৎ যখন $T = 0$, তখন $c = 0$ হইবে। এই তাপমাত্রাই **আদর্শ গ্যাস স্কেলের পরম শূন্য (Absolute Zero of the perfect gas scale)**।

8.8. আদর্শ গ্যাস সূত্রের সীমা সম্বন্ধে আলোচনা (Discussion on the limitation of ideal gas laws) :

আদর্শ গ্যাসের সমীকরণ $PV = RT$. এইস্থলে R গ্যাস ধ্রুবক। চাপ (P), আয়তন (V) এবং তাপমাত্রা (T) জানিতে পারিলে যে-কোন গ্যাসের অবস্থা সম্পূর্ণরূপে জ্ঞাত হওয়া যায়। $PV = RT$ সত্য হইলে, আদর্শ গ্যাস উচ্চ বা নিম্ন সকল চাপেই বয়েল এবং চার্লস-এর সূত্র যথাযথ মানিয়া চলিবে এবং নির্দিষ্ট পরিমাণ গ্যাসের বিভিন্ন চাপে (P) গ্যাসের আয়তন (V) মাপিয়া একটি ছক-কাগজে লেখ আঁকা হইলে লেখ-টি একটি আয়তাকার পরাবৃত্ত (rectangular hyperbola) হইবে; অথবা চাপ ও আয়তনের গুণফল (PV)-কে কোটিতে (ordinate) এবং চাপকে ভুজে (abscissa) লইয়া লেখ আঁকিলে ইহা অনুভূমিক অক্ষের সমান্তরাল হইবে। এই উভয় ধরনের লেখকে সমোষ্ণ (isothermal) লেখ বলে। বিভিন্ন উষ্ণতার PV – P লেখগুলি পরস্পরের সমান্তরাল হইবে।

বিভিন্ন পরীক্ষালব্ধ ফল হইতে বিভিন্ন উষ্ণতার PV – P লেখগুলি 40নং চিত্রে দেখান হইল। লেখগুলি হইতে ইহা বুঝা যাইবে যে একটি বিশেষ উষ্ণতায় AB-

লেখ চাপ-অক্ষের সমান্তরাল সরলরেখা হইয়াছে। অর্থাৎ ঐ তাপমাত্রায় লেখ বয়েল-এর সূত্র মানিয়া চলে। ঐ তাপমাত্রাকে **বয়েল তাপমাত্রা (Boyle temperature)** বলা হয়। চিত্র হইতে আরও দেখা যাইবে যে নিম্ন তাপমাত্রায় গ্যাসের উপর চাপের পরিমাণ বর্ধিত করিলে প্রথমে PV-এর মান হ্রাস পাইতে থাকে এবং একটি নিম্নতম মানে পৌঁছাইবার পর পুনরায় বৃদ্ধি পাইতে থাকে (লেখ CD)। বয়েল তাপমাত্রার ঊর্ধ্বে গ্যাসের উপর চাপ বর্ধিত করিলে PV-এর মান বৃদ্ধি পাইতে থাকে (লেখ EF)।



চিত্র 40

রেঁনো (Regnault) ও অ্যামাগাট (Amagat)—দুই প্রখ্যাত বিজ্ঞানী পৃথক ভাবে নির্দিষ্ট উষ্ণতায় এবং নির্দিষ্ট ভরের গ্যাসের উপর ক্রমবর্ধমান চাপ প্রয়োগ করেন। পরীক্ষালব্ধ ফল হইতে তিনি PV − P লেখ আঁকেন। এইরকম ভাবে বিভিন্ন উষ্ণতায় PV − P লেখ আঁকিয়া তিনি 40নং চিত্রের অনুরূপ লেখচিত্র পান। ইহা হইতে তিনি স্পষ্ট উপলব্ধি করেন আদর্শ গ্যাস PV = RT সমীকরণ মানিয়া চলে না।

অ্যামাগাট প্রায় 3000 বায়ুমণ্ডলীয় চাপের ন্যায় উচ্চ চাপ পর্যন্ত নাইট্রোজেন, হাইড্রোজেন ইত্যাদির উপর প্রয়োগ করেন এবং একই ফল পাইলেন। অ্যাণ্ড্রুজ (Andrews) কার্বন-ডাই-অক্সাইড গ্যাসকে একটি নির্দিষ্ট তাপমাত্রায় রাখিয়া চাপ প্রয়োগে আয়তনের পরিবর্তন লক্ষ্য করেন এবং বুঝিতে পারেন যে প্রায় সকল গ্যাসই আদর্শ গ্যাস সমীকরণ হইতে বিচ্যুত হইতেছে।

আদর্শ গ্যাসের বয়েল-এর সূত্র হইতে বিচ্যুত হইবার কারণ হিসাবে 1879 খ্রীষ্টাব্দে ভ্যান-ডার-ওয়াল্‌স (Van-der-waals) গ্যাসের গতিতত্ত্বের মূল অঙ্গীকার-সমূহের দুইটিকে বর্জন করেন। সেই দুইটি মূল অঙ্গীকার হইতেছে—(1) গ্যাস অণুগুলি বিন্দু-ভর এবং (2) অণুগুলির মধ্যে পারস্পরিক কোন আকর্ষণ নাই। তাঁহার মতে গ্যাস-অণুগুলির একটি নির্দিষ্ট আকৃতি অর্থাৎ আয়তন আছে এবং অণুগুলির মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ আছে।

অণুগুলির নির্দিষ্ট আকৃতি বা আয়তন আছে যদি ধরা যায় তাহা হইলে তাহাদের

সঞ্চরণের জন্য মোট আয়তন V [V = পাত্রের আয়তন] অপেক্ষা কম হইবে। ভ্যান্-ডার-ওয়াল্সের এই সংশোধিত আয়তন $=(V-b)$। গ্যাস-অণুগুলির মধ্যে পারস্পরিক আকর্ষণ রহিয়াছে এবং ইহার ভিত্তিতে ভ্যান্-ডার-ওয়াল্স পাত্রের দেওয়ালের জন্য যে সংশোধিত চাপ নির্ণয় করিয়াছেন তাহা হইল $\left(P+\frac{a}{V^2}\right)$।

চাপ ও আয়তনের এই সংশোধনের ফলে আদর্শ গ্যাস সমীকরণ হিসাবে লেখা যায়

$$\left(P+\frac{a}{V^2}\right)(V-b)=RT.$$

এই সমীকরণটি ভ্যান্-ডার-ওয়াল্স সমীকরণ নামে সুপরিচিত ; a ও b হইল ভ্যান-ডার-ওয়ালের ধ্রুবক।

উদাহরণ

(1) প্রমাণ তাপমাত্রা এবং চাপে বায়ুর অণুগুলির মূল গড় বর্গবেগ নির্ণয় কর। (বায়ুর ঘনত্ব = 0·00129 gm/c.c.)

(C. U. 1964)

আমরা জানি, অণুর মূল গড় বর্গবেগ $c=\sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

এইস্থলে চাপ $P=76\times13{\cdot}6\times981$ dynes/cm² (প্রমাণ চাপ)

এবং ঘনত্ব $\rho=0{\cdot}00129$ gms/c.c.

উপরোক্ত সমীকরণে ইহাদের মান বসাইয়া,

$$c=\sqrt{\frac{3\times76\times13{\cdot}6\times981}{0{\cdot}00129}}=4{\cdot}856\times10^4 \text{ cm/sec.}$$

(2) 0°C তাপমাত্রায় অক্সিজেনের মূল গড় বর্গবেগ নির্ণয় কর। (ঘনত্ব = 1·43 gm/litre সাধারণ তাপমাত্রা ও চাপে।)

(C. U. 1965)

অণুর মূল গড় বর্গবেগ $c=\sqrt{\frac{3P}{\rho}}$

এইক্ষেত্রে চাপ $P=76\times13{\cdot}6\times981$ dynes/cm². (প্রমাণ চাপ)

ঘনত্ব $\rho=1{\cdot}43$ gm/litre = ·00143 gm/c.c.

উপরোক্ত সমীকরণে মান বসাইয়া,

$$c=\sqrt{\frac{3\times76\times13{\cdot}6\times981}{{\cdot}00143}}=4{\cdot}613\times10^4 \text{ cm/sec.}$$

(3) স্থির চাপে কোন্ তাপমাত্রায় নাইট্রোজেন অণুর মূল গড় বর্গবেগ প্রমাণ চাপ ও তাপমাত্রায় মূল গড় বর্গবেগ অপেক্ষা দ্বিগুণ হইবে? (C. U. 1970)

আমরা জানি $c^2 \propto T$ (অনুচ্ছেদ 8.7 হইতে)

অথবা $c = \sqrt{T}$. ... ... (1)

ধরা যাক্, প্রমাণ তাপমাত্রায় (T_0 °A) মূল গড় বর্গবেগ c এবং T_1 °A তাপমাত্রায় বেগ হইল 2c.

∴ সমীকরণ (1) হইতে, $\dfrac{2c}{c} = \sqrt{\dfrac{T_1}{T_0}}$

বা, $\dfrac{4c^2}{c^2} = \dfrac{T_1}{T_0}$

অতএব $T_1 = T_0 \times 4 = 4 \times 273 = 1092°A$

$= (1092 - 273)°C = 819°C.$

প্রশ্নাবলী

1. পদার্থের অণুর অবিরাম গতির সমর্থনে কয়েকটি প্রমাণ দাও।

2. গ্যাসের গতিতত্ত্বের মূল অঙ্গীকারসমূহ বিবৃত কর। বাস্তব গ্যাস সম্পর্কে উহাদের বিষয় আলোচনা কর। গতিতত্ত্ব-অনুযায়ী তাপমাত্রার ব্যাখ্যা কি? (C. U. 1962, 1970)

3. গ্যাস-অণুর "গড় বর্গবেগ" ও "গড় মুক্তপথ" বলিতে কি বুঝায় ব্যাখ্যা কর। ব্রাউনিয়ান গতি সম্পর্কে কি জান?

4. গ্যাসের গতিতত্ত্ব হইতে বয়েল-এর সূত্র, চার্লস-এর সূত্র, অ্যাভোগেড্রো প্রকল্প এবং গ্রাহামের ব্যাপন সূত্র কিরূপে পাওয়া যায় ব্যাখ্যা কর।

5. আদর্শ গ্যাস সূত্রের সীমা সম্বন্ধে আলোচনা কর। বয়েল-তাপমাত্রা বলিতে কি বুঝ?

6. সাধারণ তাপমাত্রা ও চাপে হাইড্রোজেনের ঘনত্ব 9×10^{-5} gm/c.c. হইলে, গ্যাস-অণুর মূল গড় গতিবেগ নির্ণয় কর। (উঃ 1.82×10^5 cm/sec.)

7. কোন গ্যাসের সাধারণ চাপ ও উষ্ণতায় (তাপমাত্রা 0°C, চাপ = 760 mm.) ঘনত্ব 9×10^{-4} gms/c.c. হইলে, গ্যাস-অণুর মূল গড় বেগ নির্ণয় কর। (C. U. 1958) (উঃ 5.8×10^4 cms/sec.)

নবম অধ্যায়

তাপ-সঞ্চালন (Transmission of Heat)

9.0. সূচনা ঃ তাপ যখন একস্থান হইতে অন্যস্থানে গমন করে তখন ইহাকে তাপ-সঞ্চালন বলা হয়। তাপ-সঞ্চালনের তিনটি পদ্ধতি আছে। যথা ঃ (১) **পরিবহণ** (Conduction), (২) **পরিচলন** (Convection) ও (৩) **বিকিরণ** (Radiation)।

9.1. পরিবহণ (Conduction) ঃ

কোন ধাতব দণ্ডের একপ্রান্ত গরম করিলে কিছুক্ষণ পরে দেখা যাইবে যে অন্যপ্রান্তও গরম হইয়া গিয়াছে। এইস্থলে তাপ দণ্ডের একপ্রান্ত হইতে অন্যপ্রান্তে সঞ্চালিত হইল কিন্তু দণ্ডের কণাগুলির কোন স্থান-পরিবর্তন হইল না। ইহার কারণ হইল এই যে দণ্ডের এক প্রান্তকে উত্তপ্ত করিলে ঐ প্রান্তের কণাগুলি উত্তপ্ত হয়। পরে উহা পার্শ্ববর্তী ঠাণ্ডা কণাকে তাপ প্রদান করে। এই কণা আবার উত্তপ্ত হইয়া ঐ কণাগুলির পরবর্তী ঠাণ্ডা কণাকে তাপ দিয়া উত্তপ্ত করে। এইরূপভাবে তাপ একপ্রান্ত হইতে অন্যপ্রান্তে সঞ্চালনের পদ্ধতিকে পরিবহণ বলে।

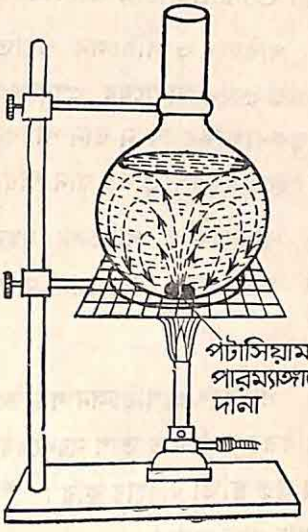
সংজ্ঞা ঃ যে পদ্ধতিতে তাপ কোন বস্তুর উষ্ণতর অংশ হইতে শীতলতর অংশে সঞ্চালিত হয় কিন্তু ইহার জন্য বস্তুর কণাগুলির কোন স্থান-পরিবর্তন হয় না তাহাকে পরিবহণ বলে। সাধারণতঃ কঠিন পদার্থের ক্ষেত্রে তাপ-সঞ্চালন পরিবহণ প্রণালীতে হয়।

9.2. পরিচলন (Convection) ঃ

তরল ও বায়বীয় পদার্থে তাপ-সঞ্চালন পরিচলন পদ্ধতিতে হইয়া থাকে। যখন কোন তরল বা বায়বীয় পদার্থকে উত্তপ্ত করা হয় তখন উহার ঘনত্ব কমিয়া যায়। তখন উহা উপরের দিকে উঠিতে থাকে এবং সেই অংশে উপরের অপেক্ষাকৃত শীতলতর এবং ভারী পদার্থ নামিয়া আসে। এইরূপ পদ্ধতিকে পরিচলন বলা হয়। এইখানে তাপ-সঞ্চালন কণাগুলির স্থান-পরিবর্তনের জন্য হইয়া থাকে।

পরীক্ষা ঃ একটি কাচের ফ্লাস্কে কিছু পরিমাণ জল লওয়া হইল। ইহার মধ্যে সামান্য পটাসিয়াম পারমাঙ্গানেট লওয়া হইল (চিত্র 41)। এখন ফ্লাস্কটিকে উত্তপ্ত করিলে দেখা যাইবে যে একটি লাল জলের ধারা নীচ হইতে উপরের দিকে উঠিতেছে

এবং নলের গা বাহিয়া একটি সাদা জলের স্রোত উপর হইতে নীচের দিকে নামিতেছে। ইহার কারণ হইল নীচের জল উত্তপ্ত হইয়া হালকা হয় এবং উপরের দিকে উঠিয়া যায়। এই সময় উপর হইতে অপেক্ষাকৃত শীতল ও ভারী জল নীচের দিকে নামিয়া আসে। এইরকমভাবে কিছুক্ষণ চলিবার পর অবশ্য জলের তাপমাত্রা সবত্র সমান হইয়া পড়ে। এই পদ্ধতিতে জলকণাগুলির স্থান-পরিবর্তনের দ্বারা তাপ-সঞ্চালন হয়। এই পদ্ধতিকে পরিচলন পদ্ধতি বলে।



চিত্র 41

সংজ্ঞা ঃ যে পদ্ধতিতে বস্তুকণাগুলির স্থান-পরিবর্তন দ্বারা তাপ উষ্ণতর অংশ হইতে শীতলতর অংশে সঞ্চালিত হয় তাহাকে পরিচলন বলে।

9.3. বিকিরণ (Radiation) ঃ

এই পদ্ধতিতে তাপ একস্থান হইতে অন্যস্থানে যাওয়ার সময় কোন জড় মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না। আমরা সূর্য হইতে তাপ পাই। কিন্তু সূর্য ও পৃথিবীর ভিতর অনেক স্থান শূন্য। সূর্য হইতে তাপ পরিবহণ বা পরিচলন পদ্ধতিতে আসিতে পারে না। কারণ উপরোক্ত দুইটি পদ্ধতির ক্ষেত্রে জড় মাধ্যমের প্রয়োজন। সুতরাং সূর্য হইতে যে পদ্ধতিতে তাপ পৃথিবীতে আসে তাহাকে বিকিরণ বলা হয়।

আমরা উনানের পাশে দাঁড়াইলে গরম অনুভব করি। এই তাপ পরিবহণ পদ্ধতিতে আসিতে পারে না। কারণ বাতাস তাপের কুপরিবাহী। আবার ইহা পরিচলন পদ্ধতিতেও আসিতে পারে না। কারণ উষ্ণ বায়ু গরম হইয়া উপরে উঠিয়া যায় এবং অপেক্ষাকৃত ঠাণ্ডা বায়ু উনুনের দিকে প্রবাহিত হয়। অথচ আমাদের ঠাণ্ডাবোধ করার পরিবর্তে আমরা গরম অনুভব করি। অতএব ইহা বিকিরণ পদ্ধতিতে হইয়া থাকে।

সংজ্ঞা ঃ যে পদ্ধতিতে তাপ কোন জড় মাধ্যমকে অবলম্বন না করিয়া বা জড় মাধ্যম থাকিলে তাহাকে উত্তপ্ত না করিয়া একস্থান হইতে অন্যস্থানে সঞ্চালিত হয় তাহাকে বিকিরণ বলে।

9.4. পরিবহণ, পরিচলন ও বিকিরণের মধ্যে পার্থক্য (Distinction between Conduction, Convection and Radiation) :

(1) পরিবহণ ও পরিচলন পদ্ধতির জন্য মাধ্যমের প্রয়োজন। কিন্তু বিকিরণ পদ্ধতির জন্য কোন মাধ্যমের প্রয়োজন হয় না। পরিবহণ পদ্ধতিতে তাপ-সঞ্চালন হইলে বস্তুকণাগুলির কোন স্থান-পরিবর্তন হয় না। কিন্তু পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ-সঞ্চালন হইলে বস্তুকণাগুলির স্থান-পরিবর্তন হয়।

(2) পরিবহণ ও পরিচলন মন্থর পদ্ধতি, কিন্তু বিকিরণ খুব দ্রুত পদ্ধতি। বিকিরণ পদ্ধতিতে যে-বেগে তাপ-সঞ্চালন হয় তাহা আলোর গতিবেগের সমান।

(3) পরিবহণ ও পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ যে-কোন পথে চলাচল করিতে পারে। কিন্তু বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ সরলরেখায় চলে। এইজন্য আমরা সূর্যের তাপ নিবারণ করিবার জন্য ছাতা ব্যবহার করি। ইহা প্রমাণ করে যে সূর্য হইতে বিকীর্ণ তাপ সরলরেখায় গমন করে।

(4) পরিবহণ ও পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ যে-মাধ্যমের ভিতর দিয়া যায় তাহাকে উত্তপ্ত করে। কিন্তু বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ যে-মাধ্যমের ভিতর দিয়া যায় তাহাকে উত্তপ্ত করে না।

9.5. তাপ-পরিবাহিতা (Thermal conductivity) :

তাপ-পরিবহণের ধর্মকে পদার্থের তাপ-পরিবাহিতা বলে।

সব পদার্থই তাপ পরিবহণ করিতে পারে। কিন্তু সমস্ত পদার্থের তাপ-পরিবাহিতা সমান নয়। আমরা জানি কোন লোহার দণ্ড যত সহজে তাপ পরিবহণ করিতে পারে কাঠ তত সহজে পারে না। এইজন্য লোহার তাপ-পরিবাহিতা কাঠের চেয়ে বেশী।

9.5a. সুপরিবাহী ও কুপরিবাহী (Good conductor and Bad conductor) :

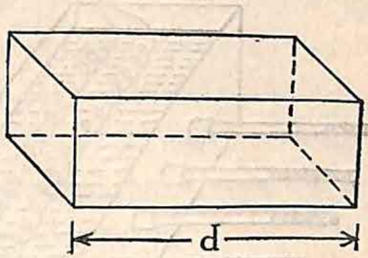
যে-সমস্ত পদার্থ সহজেই তাপ পরিবহণ করিতে পারে তাহাদের **সুপরিবাহী** বলে। কিন্তু যে-সমস্ত পদার্থ সহজে তাপ পরিবহণ করিতে পারে না তাহাদের **কুপরিবাহী** বলে। প্রায় সব ধাতুই সুপরিবাহী। কাঠ, কাচ, রবার, কাপড় ও গ্যাস তাপের কুপরিবাহী।

9.5b. তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক (Co-efficient of thermal conductivity) :

যে-কোন উপাদানের একটি আয়তাকার প্লেট লওয়া হইল (চিত্র 42)। ধরা যাক, প্লেটটির ক্ষেত্রফল A, বেধ d এবং দুই সমান্তরাল পৃষ্ঠের তাপমাত্রা যথাক্রমে θ_1 ও θ_2 $(\theta_1 > \theta_2)$। যদি t সেকেণ্ডে Q পরিমাণ তাপ লম্বভাবে এক পৃষ্ঠ হইতে অন্য পৃষ্ঠে পরিবাহিত হয়, তাহা হইলে, তাপ $Q \propto A$, প্লেটটির ক্ষেত্রফল $\propto (\theta_1 - \theta_2)$ উভয় পৃষ্ঠের তাপমাত্রার পার্থক্য

$\propto t$, সময়

$\propto \frac{1}{d}$ প্লেটের বেধ



চিত্র 42

স্থতরাং $Q \propto \frac{A(\theta_1 - \theta_2)t}{d}$ $\therefore$ $Q = \frac{KA(\theta_1 - \theta_2)t}{d}$

এখানে K একটি ধ্রুবক। এই 'K'-কে উক্ত পদার্থের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক (Co-efficient of thermal conductivity) বলা হয়।

যদি $A = 1\ cm^2$, $\theta_1 - \theta_2 = 1^\circ C$, $t = 1$ sec এবং $d = 1$ cm হয় তাহা হইলে $Q = K$.

সংজ্ঞা : একক ঘনকের দুই বিপরীত পৃষ্ঠের তাপমাত্রার প্রভেদ একক হইলে উহার মধ্য দিয়া এক পৃষ্ঠ হইতে অন্য পৃষ্ঠে লম্বভাবে একক সময়ে যে পরিমাণ তাপ সঞ্চালিত হয় তাহাকে ঐ ঘনকের উপাদানের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক বলে।

'তামার পরিবাহিতাঙ্ক 0·92' বলিতে আমরা বুঝি যে তামার একটি সেন্টিমিটার ঘনকের দুইটি বিপরীত পৃষ্ঠের তাপমাত্রার প্রভেদ 1°C হইলে 1 সেকেণ্ডে 0·92 ক্যালরি তাপ ঘনকের মধ্য দিয়া এক পৃষ্ঠ হইতে অপর পৃষ্ঠে লম্বভাবে পরিবাহিত হইবে।

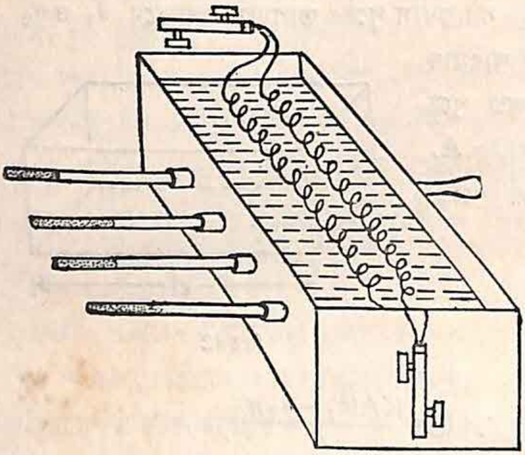
9.5c. বিভিন্ন পদার্থের পরিবাহিতার তুলনা (Comparison of conductivities of different substances) :

নিম্নের পরীক্ষার সাহায্যে বিভিন্ন পদার্থের পরিবাহিতার তুলনা করা যায়।

ইন্‌গেন-হাউজ্‌-এর পরীক্ষা (Ingen-Hausz Experiment) :

এই পরীক্ষার ব্যবস্থা 43নং চিত্রে দেখান হইয়াছে। একটি ধাতব পাত্রের মধ্যে কতকগুলি ছিদ্র থাকে। একই দৈর্ঘ্য ও প্রস্থচ্ছেদের কতকগুলি বিভিন্ন ধাতুর দণ্ডের গায়ে সমানভাবে মোমের প্রলেপ লাগানো হয়। দণ্ডগুলিকে ছিদ্রের মধ্য দিয়া পাত্রের

ভিতর এমনভাবে লওয়া হয় যাহাতে প্রত্যেক দণ্ডের সমান অংশ পাত্রের মধ্যে থাকে। পাত্রের মধ্যে জল লইয়া ইলেকট্রিক হিটার দ্বারা গরম করা হয়। ইহার ফলে প্রত্যেক দণ্ডের একপ্রান্ত উত্তপ্ত হইবে এবং এই তাপ দণ্ড বাহিয়া প্রবাহিত হইবে। তখন মোম গলিতে শুরু করিবে। কিছুক্ষণ পরে দেখা যাইবে যে মোম আর গলিতেছে না। এই সময় প্রত্যেক দণ্ডের তাপমাত্রা স্থির অবস্থায় আসে। দেখা যাইবে যে, বিভিন্ন দণ্ডের মোম বিভিন্ন দৈর্ঘ্যে গলিয়াছে। যে দণ্ডের মোম বেশী গলিবে সেই দণ্ডের পরিবাহিতা বেশী।



চিত্র 43

যদি বিভিন্ন দণ্ডগুলির পরিবাহিতাঙ্ক k_1, k_2, k_3,……ইত্যাদি হয় এবং মোম গলনের দৈর্ঘ্য যথাক্রমে l_1, l_2, l_3……ইত্যাদি হয় তাহা হইলে প্রমাণ করা যায় যে,

$$\frac{k_1}{l_1^2}=\frac{k_2}{l_2^2}=\frac{k_3}{l_3^2}=\cdots\cdots\cdots=\text{ধ্রুবক}।$$

সুতরাং l_1, l_2, l_3,……ইত্যাদি নির্ণয় করিয়া বিভিন্ন পদার্থের পরিবাহিতাঙ্কের তুলনা করা যায়। পরীক্ষাধীন কোন পদার্থের পরিবাহিতাঙ্ক জানা থাকিলে অন্যান্য পদার্থগুলির পরিবাহিতাঙ্ক নির্ণয় করা যায়।

2.6. তাপ-ব্যাপনতা (Diffusivity or Thermometric Conductivity) : কোন পদার্থের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক ও প্রতি একক আয়তনে তাপগ্রাহিতা এই দুইয়ের অনুপাতকে তাপ-ব্যাপনতা বলে।

যদি কোন পদার্থের তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক K হয়, ঘনত্ব l হয় এবং আপেক্ষিক তাপ S হয় তাহা হইলে তাপ-ব্যাপনতা $\mu=\frac{K}{\rho S}$। সুতরাং তাপ-ব্যাপনতা পদার্থের আপেক্ষিক তাপের উপর নির্ভর করে।

9.7. তাপ-পরিবহণের ব্যবহারিক প্রয়োগ (Practical applications of thermal conduction) :

(1) গ্রামে বাসগৃহের ছাদ খড় দ্বারা তৈয়ারি করা হয়। খড় হইল তাপের

কুপরিবাহী। খড়ের ছাউনির ভিতর অসংখ্য ছিদ্র থাকে। এই ছিদ্র বায়ুদ্বারা পূর্ণ থাকে। বায়ুও হইল তাপের কুপরিবাহী। গ্রীষ্মকালে তাপ খড়ের ছাদের ভিতর দিয়া গৃহে প্রবেশ করিতে পারে না। সেইজন্য গৃহের অভ্যন্তর ঠাণ্ডা থাকে। আবার শীতকালে গৃহের তাপ বাহিরে যাইতে পারে না সেইজন্য গৃহের অভ্যন্তর গরম থাকে। গৃহের ছাদ টিন দিয়া তৈয়ারি করিলে কিন্তু তাহার বিপরীত ঘটে। কারণ টিন তাপের সুপরিবাহী। গ্রীষ্মকালে গৃহ গরম হয় এবং শীতকালে গৃহ ঠাণ্ডা হয়।

(2) কাচের বোতলের ছিপি শক্তভাবে আটকাইয়া গেলে বোতলের মুখ গরম করিলে ছিপিটি খুলিয়া যায়। ইহার কারণ কাচ তাপের কুপরিবাহী। তাপ দিলে বোতলের মুখের প্রসারণ হয় কিন্তু তাপ ছিপিতে সহজে পরিবাহিত হইতে পারে না, ফলে ছিপির প্রসারণ হয় না। সেইজন্য ছিপিটি সহজেই খুলিয়া যায়।

(3) শীতকালে আমরা পশমের পোশাক ব্যবহার করি। ইহার প্রথম কারণ হইল পশম তাপের কুপরিবাহী। দ্বিতীয় কারণ হইল পশমের পোশাকে অসংখ্য ছিদ্র থাকে এবং ছিদ্রগুলি বায়ুপূর্ণ থাকে। বায়ু তাপের কুপরিবাহী। সুতরাং পশমের পোশাকের মধ্য দিয়া তাপ সহজে বাহিরে আসিতে পারে না, সেইজন্য শীতকালে পশমের পোশাক পরিধান করিলে আরাম বোধ হয়। কিন্তু সুতীর পোশাকে আঁশগুলি আলগা ভাবে থাকে না বলিয়া ইহার ভিতর বায়ুস্তরও বিশেষ থাকিতে পারে না। সেইজন্য তাপ সহজেই বাহিরে আসিতে পারে।

শীতকালে একটি জামা পরিধান না করিয়া ঐ জামার সমান পুরু দুইটি জামা পরিধান করিলে বেশী আরাম পাওয়া যায়। ইহার কারণ হইল দুইটি জামার ভিতর বায়ুস্তর থাকে। ঐ বায়ুস্তর কুপরিবাহী হওয়ার জন্য ইহার ভিতর দিয়া তাপ সহজে বাহিরে যাইতে পারে না।

শীতকালে লেপ ব্যবহার করিলে আরাম বোধ হয়। কারণ লেপের তুলার মধ্যে বায়ুস্তর থাকে। ঐ বায়ুস্তরের ভিতর দিয়া তাপ সহজে বাহিরে যাইতে পারে না।

আমরা জানি নূতন লেপ পুরাতন লেপের চেয়ে বেশী আরাম দিতে পারে। নূতন লেপের ভিতর যথেষ্ট পরিমাণ বায়ু থাকে। কিন্তু পুরাতন লেপে তুলাগুলি পিষ্ট হওয়ার জন্য বেশী বায়ু ইহার ভিতর থাকিতে পারে না।

(4) বরফকে কাঠের গুঁড়ার মধ্যে রাখিলে বরফ গলিয়া যায় না। ইহার কারণ হইল কাঠের গুঁড়া তাপের কুপরিবাহী। এজন্য তাপ সহজে বাহির হইতে বরফের সংস্পর্শে আসিতে পারে না। সেইজন্য বরফ গলিয়া যায় না।

(5) শীতপ্রধান দেশে ঘরের জানালাতে জোড়া জোড়া কাচের শার্সি ব্যবহার

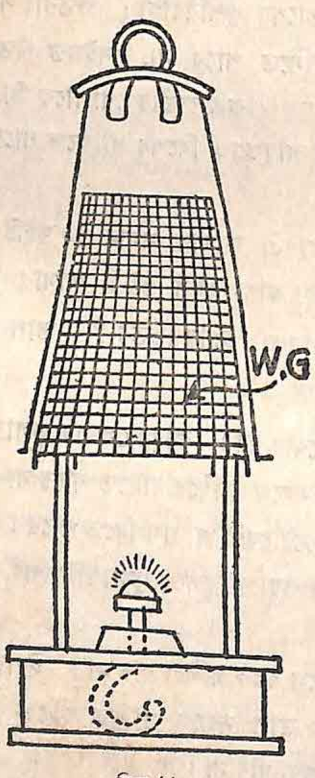
করা হয়। দুইটি কাচের শার্সির মধ্যে বায়ু থাকে। বায়ু তাপের কুপরিবাহী। সেইজন্য বায়ুস্তর ঘরকে গরম রাখিতে সাহায্য করে।

(6) কেটলির হাতল বেতদ্বারা জড়ানো থাকে। ইহার ফলে গরম জলপূর্ণ কেটলি ঐ হাতলদ্বারা ধরিলে বিশেষ গরম লাগে না। কারণ বেত হইল তাপের কুপরিবাহী।

(7) রৌদ্রে একটি লোহার ও একটি কাঠের চেয়ার রাখিলে থার্মমিটারের সাহায্যে দেখানো যায় যে দুইটি চেয়ারের তাপমাত্রা সমান। কিন্তু চেয়ার দুইটি হাত দিয়া ধরিলে দেখা যাইবে যে লোহার চেয়ারটি কাঠের চেয়ার অপেক্ষা গরম। ইহার কারণ হইল লোহা তাপের সুপরিবাহী এবং কাঠ তাপের কুপরিবাহী। সেইজন্য লোহার চেয়ার সহজেই হাতে তাপ পরিবাহিত করিতে পারে। কিন্তু কাঠের চেয়ার তাহা পারে না। ঐ একই কারণে কোন ঠাণ্ডা ঘরে কোন ধাতব বস্তু কোন কাঠের বস্তু অপেক্ষা বেশী ঠাণ্ডা বলিয়া মনে হয়।

9.8. ডেভীর নিরাপত্তা বাতি (Davy's Safety Lamp) :

ধাতব পদার্থের সুপরিবাহিতাকে প্রয়োগ করিয়া ডেভী এক নিরাপত্তা বাতির উদ্ভাবন করেন। বিস্ফোরক গ্যাসপূর্ণ খনিতে বিস্ফোরণের সম্ভাবনাকে দূর করিবার জন্য এই বাতি ব্যবহার করা হয়। এই বাতির আকৃতি 44নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে। এই বাতিতে অগ্নিশিখাকে ঘিরিয়া একটি তামার জাল থাকে এবং শিখাকে বায়ুপ্রবাহ হইতে রক্ষা করিবার জন্য নীচের অংশে মোটা কাচ দেওয়া থাকে। খনির ভিতর বিস্ফোরক গ্যাস থাকিলে গ্যাসের কিছু অংশ তামার জাল দিয়া বাতির ভিতরে ঢুকিয়া যায়। ইহা নীল শিখায় জ্বলিতে থাকে। তামার জাল তাপের সুপরিবাহী বলিয়া তাপ চারিদিকে ছড়াইয়া দিবে এবং ইহার ফলে বাহিরের বিস্ফোরক গ্যাসকে উহার জ্বলন বিন্দুতে পৌঁছাইতে দিবে না। সেইজন্য বিস্ফোরণ আর ঘটিতে পারে না। শিখার রং নীল হইলেই খনির লোকেরা সাবধান হইয়া যায়। বাতির ভিতরে অল্প পরিমাণ তেল লওয়া হয় যাহাতে

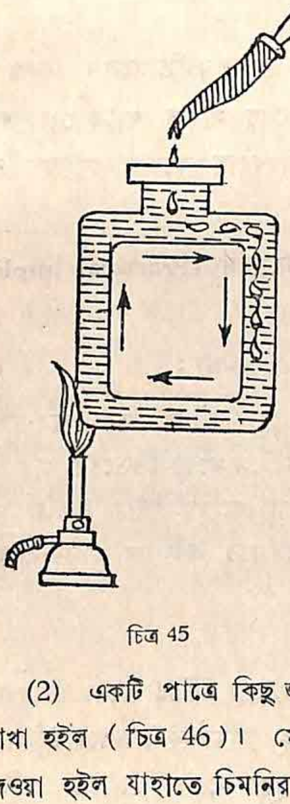


চিত্র 44

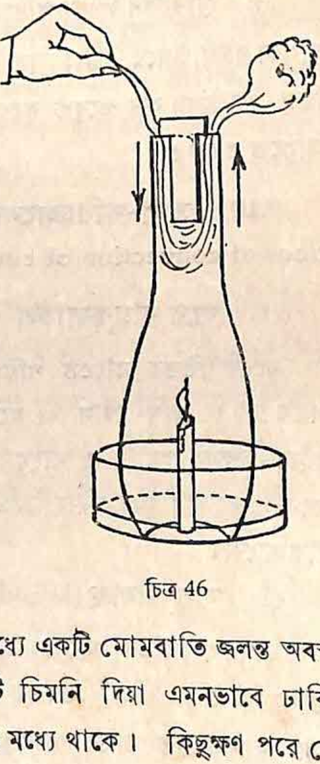
মিশ্রণের জলন বিন্দুতে পৌছানোর আগেই শেষ হইয়া যায়। ফলে বাতি নিবিয়া যায়।

9.9. তাপ-পরিচলনের কয়েকটি পরীক্ষা (Some experiments on convection of heat) :

(1) আয়তাকার বাঁকান একটি কাচনল জলদ্বারা পূর্ণ করা হয় (চিত্র 45)। পাত্রের মুখে একটুকরা নীল ছাড়িয়া দিয়া একপ্রান্তে তলা হইতে তাপ প্রয়োগ করা হয়। দেখা যাইবে যে শিখার কাছে উত্তপ্ত পরিষ্কার জল উপরে উঠিবে এবং অন্য বাহু দিয়া অপেক্ষাকৃত ঠাণ্ডা নীল জল নীচে নামিবে। এইরকম ভাবে একটি জলস্রোতের সৃষ্টি হইবে। কিছু সময় পরে সমস্ত জলের তাপমাত্রা সমান হইবে। এইরূপভাবে তাপ-সঞ্চালনকে **পরিচলন** (convection) বলে। এই জলের স্রোতকে **পরিচলন স্রোত** (convection current) বলে।



চিত্র 45



চিত্র 46

(2) একটি পাত্রে কিছু জল রাখিয়া ইহার মধ্যে একটি মোমবাতি জলন্ত অবস্থায় রাখা হইল (চিত্র 46)। মোমবাতিটিকে একটি চিমনি দিয়া এমনভাবে ঢাকিয়া দেওয়া হইল যাহাতে চিমনির নীচের অংশ জলের মধ্যে থাকে। কিছুক্ষণ পরে দেখা যাইবে যে বাতিটি নিবিয়া গিয়াছে। কারণ চিমনির ভিতরের অক্সিজেন শেষ হইয়া

গিয়াছে এবং চিমনির তলা দিয়া অক্সিজেন আসিবার কোন পথ নাই। ইহার ফলে পরিচলন স্রোতেরও সৃষ্টি হয় না। এখন চিমনিকে সরানো হইল।

পুনরায় বাতিকে জ্বালাইয়া T-আকারের একটি কার্ডবোর্ড চিমনির মুখে যদি চিত্রের মত রাখা যায় তাহা হইলে দেখা যাইবে যে বাতিটি জ্বলিতেছে। পাতটি ঢুকাইবার জন্য বাতাস একদিক দিয়া ভিতরে প্রবেশ করে এবং অন্যদিক দিয়া বাহির হইয়া যায়। এইরূপে পরিচলন স্রোতের সৃষ্টি হয় এবং বাতিটি জ্বলিতে থাকে।

বাতাস একদিক দিয়া প্রবেশ করিতেছে এবং অন্যদিক দিয়া বাহির হইতেছে প্রমাণ করিতে হইলে একটি ব্লটিং কাগজ তার্পিন তেলে ভিজাইয়া শুকানো করা হয় এবং ইহাতে অগ্নিসংযোগ করিলে প্রচুর ধুঁয়া সৃষ্টি হয়। এই কাগজকে চিমনির মুখে ধরিলে দেখা যাইবে যে T-বোর্ডের একদিক দিয়া ধুঁয়া প্রবেশ করিতেছে এবং অন্যদিক দিয়া বাহির হইয়া যাইতেছে।

(3) হারিকেন লণ্ঠনে পরিচলন স্রোত সৃষ্টি হওয়ার জন্য বাতি জ্বলে। জ্বলন্ত গ্যাস হালকা হইয়া উপরে উঠিয়া যায় এবং চিমনি যে-ফ্রেমের সহিত আটকানো তাহার ছিদ্র দিয়া ঠাণ্ডা বায়ু প্রবেশ করে এবং অক্সিজেন সরবরাহ করে। সেইজন্য বাতি জ্বলিতে থাকে।

9.10. তাপ-পরিচলনের ব্যবহারিক প্রয়োগ (Practical applications of convection of current) :

(1) ঘরে বায়ু-চলাচল (Ventilation in a room) :

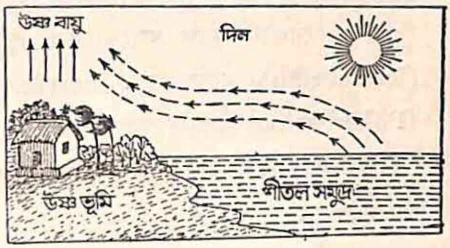
ঘরের ভিতর বায়ুতে পরিচলন স্রোত সৃষ্টি হয় বলিয়া ঘরে বায়ু-চলাচল সম্ভব হয়। শ্বাস-প্রশ্বাস বা ঘরে আগুন জ্বালিয়া রাখিলে ঘরের ভিতরের বায়ু উত্তপ্ত হইয়া হালকা হয় এবং বায়ুরন্ধ্র (ventilator) দিয়া বাহির হইয়া যায়। ঘরের জানালা-দরজার মধ্য দিয়া ঠাণ্ডা বায়ু ঘরে প্রবেশ করে এবং অক্সিজেন-সরবরাহ ঠিক থাকে।

(2) বায়ু-প্রবাহ (Wind) :

ভূপৃষ্ঠের বিভিন্ন স্থানের তাপমাত্রা বিভিন্ন। সেইজন্য বিভিন্ন স্থানের বায়ুমণ্ডলের তাপমাত্রা ও আর্দ্রতা বিভিন্ন হয়। গরম বাষ্পপূর্ণ বায়ু হালকা হইয়া উপরে উঠিয়া যায় এবং অপেক্ষাকৃত ঠাণ্ডা ও শুষ্ক বায়ু ঐ শূন্যস্থান পূরণ করে। সেইজন্য প্রকৃতিতে মৌসুমী বায়ু, বাণিজ্য বায়ু ইত্যাদি নানাপ্রকারের বায়ুপ্রবাহ সৃষ্টি হয়।

(3) **স্থলবায়ু ও সমুদ্রবায়ু** (Land and sea breezes) :

বায়ুমণ্ডলে বায়ুর পরিচলন স্রোতের জন্যও স্থলবায়ু ও সমুদ্রবায়ুর সৃষ্টি হয়। দিনের বেলায় স্থল জল অপেক্ষা বেশী গরম হয়। কারণ জল অপেক্ষা স্থলের আপেক্ষিক তাপ কম। সেইজন্য স্থল-সংলগ্ন বায়ু উত্তপ্ত হইয়া উপরের দিকে উঠিয়া যায়। সেই সময় সমুদ্র হইতে অপেক্ষাকৃত ঠাণ্ডা বায়ু স্থলের দিকে প্রবাহিত হয়। ইহাকে **সমুদ্রবায়ু** বলে (চিত্র 47)। ইহা দিনের বেলায় হয় এবং সন্ধ্যার দিকে সর্বাপেক্ষা প্রবল হয়।



চিত্র 47

রাত্রিকালে তাপ-বিকিরণের ফলে স্থল জল অপেক্ষা তাড়াতাড়ি ঠাণ্ডা হইয়া পড়ে। সেইজন্য সমুদ্রের উপরের হাওয়া উপরের দিকে উঠিয়া যায় এবং স্থল হইতে অপেক্ষাকৃত ঠাণ্ডা বায়ু সমুদ্রের দিকে প্রবাহিত হয়। ইহাকে **স্থলবায়ু** বলে (চিত্র 48)। স্থলবায়ু ভোরের দিকে সর্বাপেক্ষা প্রবল হয়।



চিত্র 48

9.11. বিকিরণ (Radiation) :

আমরা জানি, যে-পদ্ধতিতে তাপ কোন জড় মাধ্যমকে অবলম্বন না করিয়া বা জড় মাধ্যম থাকিলে তাহাকে উত্তপ্ত না করিয়া একস্থান হইতে অন্যস্থানে সঞ্চালিত হয় তাহাকে বিকিরণ বলে। সূর্য হইতে তাপ বিকিরণ-পদ্ধতিতে পৃথিবীতে পৌঁছায়। বিকীর্ণ তাপ ও আলোকের মধ্যে অনেক ক্ষেত্রে সাদৃশ্য আছে। নিম্নলিখিত ধর্মগুলি হইতে এই সাদৃশ্য বোঝা যায়।

(1) আলোকের ন্যায় বিকীর্ণ তাপ শূন্যস্থান দিয়া চলাচল করিতে পারে। তাপ এবং আলো সূর্য হইতে শূন্যস্থানের মধ্য দিয়া আমাদের কাছে আসে।

(2) আলোকের ন্যায় বিকীর্ণ তাপ সরলরেখায় চলে।

(3) কোন সমসত্ব মাধ্যমে বিকীর্ণ তাপ আলোকের ন্যায় সবদিকে সমানভাবে নির্গত হয়।

(4) আলোকের ন্যায় বিকীর্ণ তাপ ব্যস্ত বর্গসূত্র (inverse square law) মানিয়া চলে।

(5) আলোকের ন্যায় বিকীর্ণ তাপ সমবেগে চলে। এই বেগ হইল 3×10^{10} cms/sec.

(6) বিকীর্ণ তাপ আলোকের ন্যায় প্রতিফলন (Reflection), প্রতিসরণ (Refraction), ব্যতিচার (Interference), ব্যবর্তন (Diffraction) ও সমবর্তন (Polarisation) প্রভৃতি সূত্রগুলি মানিয়া চলে।

9.12. **বিকিরণ একপ্রকার শক্তির ন্যায়** (Radiation as a form of energy):

আমরা জানি বিকিরণ পদ্ধতিতে তাপ কোন জড় মাধ্যমকে অবলম্বন না করিয়া বা জড় মাধ্যম থাকিলে তাহাকে উত্তপ্ত না করিয়া একস্থান হইতে অন্যস্থানে সঞ্চালিত হয়। বিকিরণ পদ্ধতিতে সঞ্চালিত তাপকে **বিকীর্ণ তাপ** (Radiant heat), **বিকীর্ণ শক্তি** (Radiant energy) বলা হয়। যখন কোন বস্তু বিকীর্ণ তাপ গ্রহণ করে তখন ইহার অণুগুলির আলোড়ন বাড়িয়া যায় এবং ইহার তাপমাত্রা বাড়িয়া যায়। কিন্তু কোন বস্তু তাপশক্তি হারাইলে ইহার তাপমাত্রা কমিয়া যায়। বিকীর্ণ তাপের সহিত আলোকের সাদৃশ্য আছে।

যে-উত্তপ্তবস্তু বিকিরণের দ্বারা তাপ সঞ্চালিত করে সেই বস্তুকে নিঃসারক (emitter) বা উৎস (source) বলে।

যে-ঠাণ্ডাবস্তু বিকীর্ণ তাপ গ্রহণ করে সেই বস্তুকে বিশোষক (absorber) বলে।

বিকিরণ পদ্ধতিতে সূর্য হইতে তাপ ও আলো পৃথিবীতে আসে। এই আলো ও তাপকে তড়িচ্চুম্বক তরঙ্গ হিসাবে ধরিয়া লওয়া যায়। আমরা জানি গ্যামা রশ্মি (gamma rays), এক্স্-রশ্মি (X-rays), দৃষ্টিগোচর আলো (visible light), তাপীয় বিকিরণ (thermal radiation) এবং বেতার তরঙ্গ (wireless wave) সবই হইল তির্যক তড়িচ্চুম্বক তরঙ্গ। ইহাদের মধ্যে তফাত হইল কম্পাঙ্কের প্রভেদ। সুতরাং ইহাদের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যও ভিন্ন। দৃষ্টিগোচর আলোকের কম্পাঙ্ক হইল 8000×10^{-8} cm (লাল) হইতে 4000×10^{-8} cm (বেগনী)। এই সমস্ত তরঙ্গ দ্বারা যে-বিকিরণ হয় তাহাকে **উজ্জ্বল বিকিরণ** (luminous radiation) বলে। যখন তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য 8000×10^{-8} cm এর বেশী হয় তখন বিকিরণ দৃষ্টিগোচর হয় না; কিন্তু তাপ উৎপন্ন করে। এই বিকিরণকে **লাল-উজানি** (Infra-red) বা **তাপীয়-বিকিরণ** (thermal radiation) বলে। তাপীয় বিকিরণের পর হারজিয়ান তরঙ্গ (Hertzian wave) এবং বেতার তরঙ্গ (radio wave) পাওয়া যায়। আবার যখন তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য

4000×10^{-8}cm-এর কম হয় তখন যে বিকিরণ হয় তাহাকে **অতিবেগনী বিকিরণ** (Ultra-violet radiation) বলে। অতিবেগনী বিকিরণের পর এক্স্‌-রশ্মি (X-rays) এবং গ্যামা রশ্মি (gamma rays) পাওয়া যায়।

9.13. কালো বস্তু (Black body) :

বিকীর্ণ শক্তি যখন কোন বস্তুর উপর আপতিত হয় তখন ইহার কিছুটা অংশ শোষিত (absorbed), কিছুটা অংশ প্রতিফলিত (reflected) এবং বাকী অংশ অপসৃত (transmitted) হয়। যে-বস্তু সকল তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের বিকিরণ সম্পূর্ণভাবে শোষণ করে তাহাকে **কালো বস্তু** (black body) বলে। এই বস্তু বিকিরণের কোন অংশ প্রতিফলিত বা অপসৃত করে না। সেইজন্য এই বস্তুর উপর যে-কোন তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের বিকিরণ পড়িলে ইহাকে কালো দেখায়। যখন একটি কালো বস্তুকে উত্তপ্ত করা হয় তখন ইহা সকল তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের বিকিরণ নিঃসারিত করে।

আমরা জানি, $1 = a + r + t$.

এখানে a = মোট শক্তির শোষিত ভগ্নাংশ

r = " " প্রতিফলিত "

এবং t = " " অপসৃত "

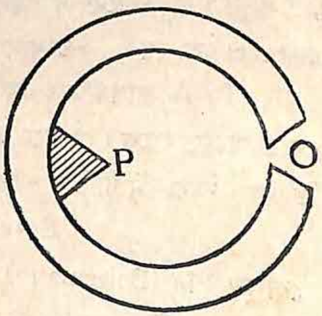
কালো বস্তুর ক্ষেত্রে $r = 0$, $t = 0$ এবং $a = 1$.

কালো বস্তুর উদাহরণ হইল ভুসাকালি (Lamp black) ও প্ল্যাটিনাম কালি (Platinum black)। ইহারা যথাক্রমে 97% ও 98% আপতিত বিকিরণ শোষণ করে।

যখন কোন কালো বস্তুকে উত্তপ্ত করা হয় তখন ইহা সমস্ত তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের বিকিরণ নিঃসারিত করে। এই বিকিরণকে **কালো বস্তুর বিকিরণ** (Black body radiation) বলে।

9.14. কালো বস্তুর ব্যবহারিক রূপ (Practical form of a black body) :

ফেরী (Fery) কালো বস্তুর এক ব্যবহারিক রূপ প্রবর্তন করিয়াছেন। ইহা হইল একটি ফাঁপা গোলক এবং ইহার ভিতরের অংশ কালো রং করা (চিত্র 49)। এই গোলকের O ছিদ্রের বিপরীত দিকে গোলকের ভিতরে P একটি শঙ্কু। ইহা বিকীর্ণ রশ্মিকে প্রতিফলিত করিয়া বাহিরে যাইতে বাধার সৃষ্টি করে।



চিত্র 49

এই গোলকটিকে উত্তপ্ত করিলে বহির্গত বিকীর্ণ রশ্মিকে বলা হয় কালো বস্তুর বিকিরণ।

9.15. নিঃসারক ক্ষমতা এবং বিশোষক ক্ষমতা (Emissive power and absorptive power) :

কোন তাপমাত্রায় কোন বস্তুর প্রতি একক ক্ষেত্রফল হইতে প্রতি এক সেকেণ্ডে যে-পরিমাণ তাপ নিঃসারিত হয় তাহাকে ঐ বস্তুর উক্ত তাপমাত্রায় নিঃসারক ক্ষমতা বলে।

বিকীর্ণ তাপ $R \propto (\theta_1 - \theta_2)$ বা তাপমাত্রার প্রভেদ,

$\propto A$ বা ক্ষেত্রফল

$\propto t$ বা সময়।

$\therefore \quad R \propto A(\theta_1 - \theta_2)t.$ বা, $R = E.A(\theta_1 - \theta_2)t.$

এখানে $E =$ নিঃসারক ক্ষমতা।

কোন বস্তুর প্রতি একক ক্ষেত্রফলে প্রতি একক সময়ে যে বিকীর্ণ তাপ বিশোষিত হয় এবং ঐ প্রতি একক ক্ষেত্রফলে প্রতি একক সময়ে যে বিকীর্ণ তাপ আপতিত হয় এই দুইয়ের অনুপাতকে ঐ বস্তুর বিশোষক ক্ষমতা বলে।

কালো বস্তুর বিশোষক ক্ষমতা $= 1$.

6.16. স্টীফানের সূত্র (Stefan's law) :

একটি কালো বস্তুর প্রতি একক ক্ষেত্রফল হইতে প্রতি সেকেণ্ডে নিঃসারিত বিকীর্ণ তাপের মোট পরিমাণ বস্তুর চরম তাপমাত্রার চতুর্থ সূচকের (fourth power) সহিত সমানুপাতিক। ইহাকে স্টীফানের সূত্র বলে।

T চরম তাপমাত্রায় কোন কালো বস্তুর প্রতি একক ক্ষেত্রফল হইতে প্রতি এক সেকেণ্ডে মোট বিকীর্ণ তাপ যদি E হয় তাহা হইলে স্টীফানের সূত্রানুসারে $E \propto T^4$ বা, $E = \sigma T^4$। এখানে σ হইল একটি ধ্রুবক। ইহাকে স্টীফানের ধ্রুবক (Stefan's constant) বলা হয়। σ-র মান হইল $5{\cdot}77 \times 10^{-5}$ erg.sec^{-1}.cm^{-2}.deg^{-4}.

যদি T_2°A তাপমাত্রায় একটি কালো বস্তু T_1°A তাপমাত্রায় আর একটি কালো বস্তু দ্বারা আবৃত থাকে (যেখানে $T_2 > T_1$) তাহা হইলে প্রতি একক ক্ষেত্রফল হইতে প্রতি একক সময়ে নিঃসারিত শক্তির পরিমাণ

$$E = \sigma(T_2^4 - T_1^4).$$

বোল্‌জ্‌ম্যান (Boltzmann) থার্মোডায়নামিকসের সাহায্যে স্টীফানের এই স্থূল সূত্রটির এক তাত্ত্বিক প্রমাণ দেন। সেইজন্য ইহাকে স্টীফান-বোল্‌জ্‌ম্যানের সূত্র (Stefan-Boltzmann law) বলে।

9.17. স্টীফান-বোল্জ্‌ম্যানের সূত্র হইতে নিউটনের শীতলীকরণের সূত্র (Newton's law of cooling from Stefan-Boltzmann law) :

আমরা স্টীফানের সূত্র হইতে জানি যদি T_2°A তাপমাত্রায় একটি কালো বস্তু T_1°A তাপমাত্রায় আর একটি কালো বস্তু দ্বারা আবৃত থাকে. (যেখানে $T_2 > T_1$.) তাহা হইলে প্রতি একক ক্ষেত্রফল হইতে প্রতি একক সময়ে নিঃসারিত শক্তির পরিমাণ

$$E=\sigma(T_2^4-T_1^4)=\sigma(T_2^2-T_1^2)(T_2^2+T_1^2)$$
$$=\sigma(T_2-T_1)(T_2+T_1)(T_2^2+T_1^2)$$
$$=\sigma(T_2-T_1)(T_2^3+T_2^2T_1+T_2T_1^2+T_1^3)$$

যখন বস্তু ও পরিবেশের মধ্যে তাপমাত্রার প্রভেদ খুব কম হয় তখন $E \propto (T_2-T_1)$

(T_2-T_1)-এর প্রভেদ খুব কম হইলে $(T_2^3+T_2^2T_1+T_2T_1^2+T_1^3)$ রাশিটিকে প্রায় ধ্রুবক বলিয়া মনে করা যাইতে পারে।

সুতরাং বস্তুর তাপমাত্রা পরিবেশের তাপমাত্রা অপেক্ষা সামান্য বেশী হইলে, প্রতি একক সময়ে বস্তু কর্তৃক বর্জিত তাপ বস্তু ও পরিবেশের তাপমাত্রার প্রভেদের সমানুপাতিক। ইহাই নিউটনের শীতলীকরণ সূত্র।

9.17a. স্টীফান সূত্রের প্রয়োগ (Application of Stefan's law) :

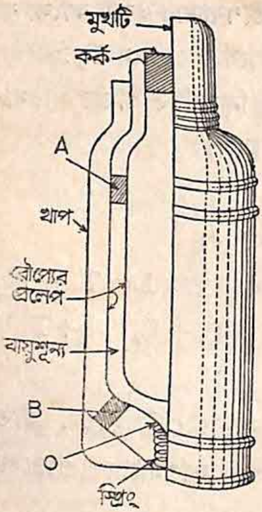
আমরা জানি কালো বস্তু হইতে নিঃসারিত বিকিরণ বস্তুর তাপমাত্রার উপর নির্ভর করে। সুতরাং কোন যন্ত্রের দ্বারা নিঃসারিত বিকিরণ মাপিতে পারিলেই বস্তুর তাপমাত্রা মাপা যায়। কোন বস্তু হইতে মোট নিঃসারিত বিকিরণ মাপিয়া স্টীফান সূত্রের ($T \propto E^{\frac{1}{4}}$) সাহায্য লইয়া বস্তুর তাপমাত্রা মাপিতে পারা যায়। যে-যন্ত্রের সাহায্যে স্টীফানের সূত্র প্রয়োগ করিয়া বস্তুর তাপমাত্রা মাপা হয় তাহার নাম **সম্পূর্ণ বিকিরণ পাইরোমিটার** (Total Radiation Pyrometer)। এই যন্ত্রের সাহায্যে কোন বস্তুর উচ্চ তাপমাত্রাও মাপা যায়। সেই জন্য যন্ত্রকে বস্তুর তাপমাত্রায় তুলিবার প্রয়োজন হয় না বা বস্তুর সহিত সংস্পর্শও করাইতে হয় না। এই যন্ত্র কেবলমাত্র কালো বস্তুরই তাপমাত্রা মাপিতে পারে।

9.18. থার্মোফ্লাস্ক (Thermoflask) :

এই ফ্লাস্কে কোন উষ্ণ তরল রাখিলে বহুক্ষণ উষ্ণ থাকে কিংবা কোন ঠাণ্ডা তরল বহুক্ষণ ধরিয়া ঠাণ্ডা থাকে। ইহার কারণ এই যে এই ফ্লাস্ক এরূপভাবে তৈয়ারি করা হয় যাহাতে তাপ-সঞ্চালনের তিন প্রকার প্রণালীকেই নিবারণ করে।

থার্মোফ্লাস্কের গঠনপ্রণালী 50নং চিত্রে দেখানো হইয়াছে। ইহা একটি দুই-দেওয়াল-বিশিষ্ট কাচের পাত্র। দুই দেওয়ালের মধ্যবর্তী স্থান নীচের সূক্ষ্ম ছিদ্র দিয়া যথাসম্ভব

বায়ুশূন্য করা হয়। প্রয়োজনীয় মাত্রায় বায়ুশূন্য হইলে নীচের ছিদ্রপথ গলাইয়া বন্ধ করা হয়। কাচনলের বাহিরের দেওয়ালের ভিতরের দিক এবং ভিতরের দেওয়ালের বাহিরের দিক রূপা বা পারদের প্রলেপ দিয়া পালিশ করা থাকে। কাচপাত্রের গলার দিকটা একটু সরু এবং এই মুখ কর্ক দ্বারা বন্ধ করা হয়। এই কাচপাত্রটিকে অপর একটি ধাতব পাত্রের ভিতর রাখিয়া মধ্যবর্তী স্থানে তাপ-অপরিবাহী পদার্থ রাখা হয় এবং একটি স্প্রিং-এর সাহায্যে কাচপাত্রটিকে ধাতব পাত্রের মধ্যে আটকানো হয় যাহাতে বাহিরের আঘাতে কাচপাত্রটি ভাঙ্গিতে না পারে। ধাতব পাত্রের মুখ আটকাইবার জন্য একটি প্যাঁচের ঢাকনা ব্যবহার করা হয়।



চিত্র 50

কাচপাত্রের দুই দেওয়ালের স্থান বায়ুশূন্য হওয়ায় পরিবহণ ও পরিচলন পদ্ধতিতে তাপ-সঞ্চালন হইতে পারে না। ইহা ছাড়া দুই দেওয়ালে রূপা বা পারদের প্রলেপ থাকার জন্য বিকিরণ পদ্ধতিতেও তাপ-সঞ্চালন হইতে পারে না। মুখে কর্ক লাগানো থাকে বলিয়া ঐ পথেও তাপ-চলাচল মোটামুটি বন্ধ থাকে। সেইজন্য উষ্ণ তরল ইহার ভিতর রাখিলে ভিতরের তরল উষ্ণই থাকিবে। অনুরূপভাবে ঠাণ্ডা তরল রাখিলে ভিতরের তরল ঠাণ্ডাই থাকিবে। ডেওয়ার (Dewar) তরল বায়ু, তরল অক্সিজেন ইত্যাদি রাখিবার জন্য এই যন্ত্র প্রথম প্রস্তুত করেন, সেইজন্য এই ফ্লাস্ককে অনেক সময় **ডেওয়ার ফ্লাস্ক** নামেও অভিহিত করা হয়।

উদাহরণ

1. তামার পরিবহণ গুণাঙ্ক ·96। এক মিটার লম্বা, এক মিটার চওড়া ও এক সেন্টিমিটার পুরু একটি তামার প্লেটের বিপরীত প্রান্তের তাপমাত্রার প্রভেদ 10°C হইলে প্রতি মিনিটে কত একক তাপ প্লেটের ভিতর দিয়া প্রবাহিত হইবে?

আমরা জানি, $Q=\frac{K.A.(\theta_1-\theta_2)t}{d}$

এখানে, $K=\cdot96$, $A=100\times100$ বর্গ সেমি., $\theta_1-\theta_2=10^\circ C$, $t=60$ সেকেণ্ড এবং $d=1$ সেমি.

$\therefore\ Q=\frac{\cdot96\times100\times100\times10\times60}{1}=5760000$ cals.

2. 1·25 cm. পুরু একটি লোহার বয়লারে বায়ুমণ্ডলের চাপে জল আছে। উত্তপ্ত জলের ক্ষেত্রফল 2·5 বর্গ মিটার এবং বাহিরের দিকে তাপমাত্রা 120°C। যদি লোহার পরিবহণ গুণাঙ্ক 0·2 হয় এবং জলের বাষ্পীভবনের লীনতাপ 536 cal. হয় তাহা হইলে প্রতি ঘণ্টায় কত পরিমাণ জল বাষ্পীভূত হইবে ?

আমরা জানি, $Q=\frac{KA(\theta_1-\theta_2)t}{d}$

এখানে, $K=0{\cdot}2$, $A=2{\cdot}5$ বর্গ মিটার $=2{\cdot}5\times100\times100$ বর্গ সেমি., $\theta_1=120^\circ C$, $\theta_2=100^\circ C$ ($\because$ বায়ুমণ্ডলের চাপে জলের স্ফুটনাঙ্ক $=100^\circ C$), $t=1$ ঘণ্টা $=60\times60$ সেকেণ্ড এবং $d=1{\cdot}25$ সেমি.,

$$\therefore\quad Q=\frac{0{\cdot}2\times2{\cdot}5\times100\times100\times(120-100)\times3600}{1{\cdot}25}=288\times10^4 \text{ cals.}$$

$\therefore$ প্রতি ঘণ্টায় জলের বাষ্পীভবনের পরিমাণ

$$=\frac{288\times10^4}{536}=537{\cdot}31 \text{ gms.}$$

3. একটি ধাতব দণ্ডের পরিবহণ গুণাঙ্ক 0·9 এবং ইহার দৈর্ঘ্য 31·41 cm. ও ব্যাস 4 cm.। দণ্ডের একপ্রান্ত 100°C তাপমাত্রায় বাষ্পের মধ্যে আছে এবং অপর প্রান্ত 0°C তাপমাত্রায় বরফের মধ্যে আছে। প্রতি মিনিটে কত পরিমাণ বরফ গলিবে নির্ণয় কর।

আমরা জানি, $Q=\frac{KA(\theta_1-\theta_2)t}{d}$

এখানে, $K=0{\cdot}9$, $A=\frac{22}{7}\times(2)^2=\frac{22}{7}\times4$ sq. cm.,

$\theta_1-\theta_2=100-0=100^\circ C$, $t=60$ sec. এবং $d=31{\cdot}41$ cm.

$$\therefore Q=\frac{0{\cdot}9\times22\times4\times100\times60}{7\times31{\cdot}41}$$

$\therefore$ প্রতি মিনিটে বরফ গলনের পরিমাণ

$$=\frac{1}{80}\times\frac{0{\cdot}9\times22\times4\times100\times60}{7\times31{\cdot}41}=27 \text{ gm.}$$

4. একটি ঘনকের প্রত্যেক পার্শ্বের দৈর্ঘ্য 10 cm.। ইহাকে 0°C তাপমাত্রায় বরফদ্বারা ভরতি করিয়া 100°C তাপমাত্রায় জলের ভিতর সম্পূর্ণ নিমজ্জিত করা হইল। সমস্ত বরফ গলিতে কত সময় লাগিবে নির্ণয় কর। ঘনকের প্রত্যেক পার্শ্ব 0·2 cm.

পুরু এবং উহার পরিবহণ গুণাঙ্ক $= 0·02$ C. G. S. unit ও বরফের ঘনত্ব $= 0·916$ gm/c.c.

বরফের আয়তন $= 10 \times 10 \times 10 = 1000$ c.c.

বরফের ঘনত্ব $= 0·916$ gm./c.c.

$\therefore$ বরফের ভর $= 1000 \times ·916 = 916$ gm.

$\therefore$ 916 gm বরফ গলিবার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $= 916 \times 80$ cals.

আমরা জানি, $Q = \dfrac{KA(\theta_1 - \theta_2)t}{d}$

এখানে, $K = 0·02$ C. G. S. unit, $A = 10 \times 10$ sq cm., $\theta_1 - \theta_2 = 100^\circ C$ এবং $d = 0·2$ cm.

সুতরাং ঘনকের প্রত্যেক পার্শ্ব হইতে যে-তাপ পরিবাহিত হইবে তাহা হইল

ঘনকের ৬টি পার্শ্ব আছে।

$\therefore$ ঘনকের সব পার্শ্ব হইতে মোট যে-তাপ পরিবাহিত হইবে তাহা হইল

$$6Q = \frac{6 \times 0·02 \times 10 \times 10 \times 100 \times t}{0·2}$$

বা, $$916 \times 80 = \frac{6 \times 0·02 \times 10 \times 10 \times 10 \times 100 \times t}{0·2}$$

$$\therefore \quad t = \frac{916 \times 80 \times 0·2}{0·02 \times 100 \times 100 \times 6} = 12·27 \text{ secs.}$$

প্রশ্নাবলী

1. তাপ-সঞ্চালনের বিভিন্ন পদ্ধতি কি? উদাহরণসহযোগে ইহাদের বুঝাইয়া দাও। ইহাদের মধ্যে পার্থক্য কি?

2. 'তাপ-পরিবাহিতা' ও 'তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক' কাহাকে বলে? বিভিন্ন পদার্থের পরিবাহিতা যে বিভিন্ন তাহা একটি পরীক্ষা দ্বারা বুঝাইয়া দাও।

3. তাপ-ব্যাপনতা কাহাকে বলে? তাপ-ব্যাপনতার সহিত তাপ-পরিবাহিতাঙ্কের সম্বন্ধ কি? তাপ-পরিবহণের কয়েকটি ব্যবহারিক প্রয়োগের উল্লেখ কর।

4. তাপের সুপরিবাহী ও কুপরিবাহী কাহাকে বলে? ইহাদের কয়েকটি উদাহরণ দাও। কাচের 'পরিবাহিতাঙ্ক ·002'—এই উক্তিদ্বারা কি বোঝা যায়?

5. ডেভীর নিরাপত্তা বাতি বর্ণনা কর এবং ইহার কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর।

6. একটি থার্মোফ্লাস্ক বর্ণনা কর। ইহার সাহায্যে কিরূপে তাপ-সঞ্চালনের তিনটি পদ্ধতিকেই নিবারণ করা যায় ব্যাখ্যা কর।

7. পরিচলন স্রোত বলিতে কি বোঝা যায়? তাপ-পরিচলনের কয়েকটি ব্যবহারিক প্রয়োগ বর্ণনা কর।

8. বিকীর্ণ তাপের সহিত আলোকের কি কি সাদৃশ্য আছে লেখ। কালো বস্তু কাহাকে বলে? উদাহরণ দ্বারা কালো বস্তু বুঝাইয়া দাও।

9. নিঃসারক ক্ষমতা এবং বিশোষক ক্ষমতা কাহাকে বলে? স্টীফানের সূত্র কাহাকে বলে? স্টীফান ধ্রুবকের মান কত? স্টীফান সূত্রের প্রয়োগ কি?

10. একটি ঘরের কাচের জানালার মোট ক্ষেত্রফল 8 বর্গমিটার এবং কাচ 5 মিলিমিটার পুরু। যদি ঘরের ভিতরের তাপমাত্রা 20°C হয় এবং বাহিরের তাপমাত্রা −10°C হয় তাহা হইলে কি হারে তাপ বাহির হইয়া যাইবে নির্ণয় কর। কাচের পরিবাহিতাঙ্ক = ·002। [উঃ $11{\cdot}52 \times 10^5$ cals/sec.]

11. একটি ঘরের ভিতরের তাপমাত্রা 15°C এবং বাহিরের তাপমাত্রা 5°C। 4 মিটার লম্বা, 3 মিটার চওড়া এবং 40 সেন্টিমিটার পুরু একটি দেওয়ালের ভিতর দিয়া এক ঘণ্টায় কত পরিমাণ তাপ বাহির হইয়া যাইবে নির্ণয় কর। দেওয়ালের পরিবাহিতাঙ্ক ·005। [উঃ 540,000 cals.]

12. একটি ধাতব পাত্রের ক্ষেত্রফল 1 বর্গমিটার এবং পুরু 5 মিলিমিটার। পাত্রটিকে বরফ দ্বারা ভরতি করা হইল এবং ইহার সর্বদিকে বাষ্প রাখা হইল। 2 মিনিটে কত পরিমাণ বরফ গলিবে? পাত্রের পরিবাহিতাঙ্ক 0·03 এবং গলনের লীনতাপ 80 ক্যালরি/গ্রাম। [উঃ 90,000 gms.]

13. একটি কাচের বাক্সের ভিতরের দৈর্ঘ্য 100 সেমি., প্রস্থ 60 সেমি. এবং উচ্চতা 60 সেমি. ও কাচ 2 সেমি. পুরু। বাক্সের ভিতরে বরফ আছে এবং ইহার বাহিরের তাপমাত্রা 30°C। কত হারে বরফ গলিবে নির্ণয় কর। কাচের পরিবাহিতাঙ্ক 0·004। [উঃ 2·34 gms/sec.]

14. 60 বর্গ সেমি. ক্ষেত্রফল ও 0·5 সেমি. বেধ-বিশিষ্ট একটি ধাতব পাতের মধ্য দিয়া প্রতি সেকেণ্ডে 3000 ক্যালরি স্থির তাপপ্রবাহ চালু রাখা প্রয়োজন। উভয় পৃষ্ঠের তাপমাত্রার পার্থক্য কত হইবে? ঐ ধাতুর পরিবাহিতাঙ্ক = 1·53 সি. জি. এস. একক। (C. U. B. Sc. Part I, 1964) [উঃ 16·3°C.]

পুরু এবং উহার পরিবহণ গুণাঙ্ক = 0·02 C. G. S. unit ও বরফের ঘনত্ব = 0·916 gm/c.c.

বরফের আয়তন $= 10 \times 10 \times 10 = 1000$ c.c.

বরফের ঘনত্ব = 0·916 gm./c.c.

$\therefore$ বরফের ভর $= 1000 \times {\cdot}916 = 916$ gm.

$\therefore$ 916 gm বরফ গলিবার জন্য প্রয়োজনীয় তাপ $= 916 \times 80$ cals.

আমরা জানি, $Q = \dfrac{KA(\theta_1 - \theta_2)t}{d}$

এখানে, $K = 0{\cdot}02$ C. G. S. unit, $A = 10 \times 10$ sq cm., $\theta_1 - \theta_2 = 100^\circ$C এবং $d = 0{\cdot}2$ cm.

সুতরাং ঘনকের প্রত্যেক পার্শ্ব হইতে যে-তাপ পরিবাহিত হইবে তাহা হইল

$$Q = \frac{0{\cdot}02 \times 10 \times 10 \times 100 \times t}{0{\cdot}2}$$

ঘনকের 6টি পার্শ্ব আছে।

$\therefore$ ঘনকের সব পার্শ্ব হইতে মোট যে-তাপ পরিবাহিত হইবে তাহা হইল

$$6Q = \frac{6 \times 0{\cdot}02 \times 10 \times 10 \times 100 \times t}{0{\cdot}2}$$

বা, $$916 \times 80 = \frac{6 \times 0{\cdot}02 \times 10 \times 10 \times 10 \times 100 \times t}{0{\cdot}2}$$

$$\therefore \quad t = \frac{916 \times 80 \times 0{\cdot}2}{0{\cdot}02 \times 100 \times 100 \times 6} = 12{\cdot}27 \text{ secs.}$$

প্রশ্নাবলী

1. তাপ-সঞ্চালনের বিভিন্ন পদ্ধতি কি? উদাহরণসহযোগে ইহাদের বুঝাইয়া দাও। ইহাদের মধ্যে পার্থক্য কি?

2. 'তাপ-পরিবাহিতা' ও 'তাপ-পরিবাহিতাঙ্ক' কাহাকে বলে? বিভিন্ন পদার্থের পরিবাহিতা যে বিভিন্ন তাহা একটি পরীক্ষা দ্বারা বুঝাইয়া দাও।

3. তাপ-ব্যাপনতা কাহাকে বলে? তাপ-ব্যাপনতার সহিত তাপ-পরিবাহিতাঙ্কের সম্বন্ধ কি? তাপ-পরিবহণের কয়েকটি ব্যবহারিক প্রয়োগের উল্লেখ কর।

4. তাপের সুপরিবাহী ও কুপরিবাহী কাহাকে বলে? ইহাদের কয়েকটি উদাহরণ দাও। কাচের 'পরিবাহিতাঙ্ক ·002'—এই উক্তিদ্বারা কি বোঝা যায়?

5. ডেভীর নিরাপত্তা বাতি বর্ণনা কর এবং ইহার কার্যপ্রণালী ব্যাখ্যা কর।

6. একটি থার্মোফ্লাস্ক বর্ণনা কর। ইহার সাহায্যে কিরূপে তাপ-সঞ্চালনের তিনটি পদ্ধতিকেই নিবারণ করা যায় ব্যাখ্যা কর।

7. পরিচলন স্রোত বলিতে কি বোঝা যায়? তাপ-পরিচলনের কয়েকটি ব্যবহারিক প্রয়োগ বর্ণনা কর।

8. বিকীর্ণ তাপের সহিত আলোকের কি কি সাদৃশ্য আছে লেখ। কালো বস্তু কাহাকে বলে? উদাহরণ দ্বারা কালো বস্তু বুঝাইয়া দাও।

9. নিঃসারক ক্ষমতা এবং বিশোষক ক্ষমতা কাহাকে বলে? স্টীফানের সূত্র কাহাকে বলে? স্টীফান ধ্রুবকের মান কত? স্টীফান সূত্রের প্রয়োগ কি?

10. একটি ঘরের কাচের জানালার মোট ক্ষেত্রফল 8 বর্গমিটার এবং কাচ 5 মিলিমিটার পুরু। যদি ঘরের ভিতরের তাপমাত্রা 20°C হয় এবং বাহিরের তাপমাত্রা −10°C হয় তাহা হইলে কি হারে তাপ বাহির হইয়া যাইবে নির্ণয় কর। কাচের পরিবাহিতাঙ্ক = ·002। [উঃ $11{\cdot}52 \times 10^5$ cals/sec.]

11. একটি ঘরের ভিতরের তাপমাত্রা 15°C এবং বাহিরের তাপমাত্রা 5°C। 4 মিটার লম্বা, 3 মিটার চওড়া এবং 40 সেন্টিমিটার পুরু একটি দেওয়ালের ভিতর দিয়া এক ঘণ্টায় কত পরিমাণ তাপ বাহির হইয়া যাইবে নির্ণয় কর। দেওয়ালের পরিবাহিতাঙ্ক ·005। [উঃ 540,000 cals.]

12. একটি ধাতব পাত্রের ক্ষেত্রফল 1 বর্গমিটার এবং পুরু 5 মিলিমিটার। পাত্রটিকে বরফ দ্বারা ভরতি করা হইল এবং ইহার সর্বদিকে বাষ্প রাখা হইল। 2 মিনিটে কত পরিমাণ বরফ গলিবে? পাত্রের পরিবাহিতাঙ্ক 0·03 এবং গলনের লীনতাপ 80 ক্যালরি/গ্রাম। [উঃ 90,000 gms.]

13. একটি কাচের বাক্সের ভিতরের দৈর্ঘ্য 100 সেমি., প্রস্থ 60 সেমি. এবং উচ্চতা 60 সেমি. ও কাচ 2 সেমি. পুরু। বাক্সের ভিতরে বরফ আছে এবং ইহার বাহিরের তাপমাত্রা 30°C। কত হারে বরফ গলিবে নির্ণয় কর। কাচের পরিবাহিতাঙ্ক 0·004। [উঃ 2·34 gms/sec.]

14. 60 বর্গ সেমি. ক্ষেত্রফল ও 0·5 সেমি. বেধ-বিশিষ্ট একটি ধাতব পাতের মধ্য দিয়া প্রতি সেকেণ্ডে 3000 ক্যালরি স্থির তাপপ্রবাহ চালু রাখা প্রয়োজন। উভয় পৃষ্ঠের তাপমাত্রার পার্থক্য কত হইবে? ঐ ধাতুর পরিবাহিতাঙ্ক = 1·53 সি. জি. এস. একক। (C. U. B. Sc. Part I, 1964) [উঃ 16·3°C.]

15. একজন মানুষ 4 মিলিমিটার পুরু ফ্লানেলের আবরণ পরিধান করিয়াছে। যদি বাহিরের তাপমাত্রা 27°C হয়, তাহা হইলে মানুষের শরীরের প্রতি বর্গমিটার হইতে প্রতি ঘণ্টায় কত তাপ বর্জিত হইবে নির্ণয় কর। ফ্লানেলের পরিবাহিতাঙ্ক = 0·000012 এবং মানুষের শরীরের তাপমাত্রা = 98·6°F। [উঃ 108000 cals.]

16. একটি লোহার ঘনকের ক্ষেত্রফল 4 বর্গ সেমি. এবং ইহার একপ্রান্তে বাষ্প আছে এবং অন্যপ্রান্তে বরফ আছে। 10 মিনিটে কত পরিমাণ বরফ গলিবে নির্ণয় কর। লোহার পরিবাহিতাঙ্ক 0·2। (বরফ গলনের লীনতাপ 8 ক্যালরি/ডেসিগ্রাম।) [উঃ 300 gms.]

কম্পন ও তরঙ্গ

প্রথম অধ্যায়

দোলন ও উহার বৈশিষ্ট্য

(Oscillation and Its Characterisics)

1.0. **সূচনা** : পদার্থবিজ্ঞানের যে-শাখায় শব্দের (i) উৎপত্তি, (ii) বিস্তার এবং (iii) অনুভূতির কলাকৌশল সম্বন্ধে বিস্তারিত আলোচনা করা হয় তাহাকে বলে **শব্দবিজ্ঞান** (Acoustics)। শব্দসৃষ্টির কারণ অনুসন্ধান করিয়া জানা গিয়াছে, কোন-না-কোন বস্তুর কম্পন হইতেই ইহার উৎপত্তি হয়। শব্দের বিস্তারের জন্য দরকার একটি জড় মাধ্যম। শব্দ এই মাধ্যমের মধ্য দিয়া তরঙ্গের আকারে বিস্তৃতি লাভ করে ; এই তরঙ্গসৃষ্টির মূলে রহিয়াছে মাধ্যমের কণাসমূহের কম্পন। আবার বস্তুর কম্পন হইলেই শব্দ সৃষ্টি হয় না ; কম্পাঙ্ক যদি প্রতি সেকেণ্ডে 20 বারের কম কিংবা 20,000 বারের বেশী হয় তাহা হইলেও আমরা শব্দ শুনিতে পাই না। কম্পাঙ্কের এই সীমানাকে **শ্রাব্যতা সীমা** (**Limits of audibility**) বলে। তাহা হইলে শব্দের অনুভূতি সৃষ্টি করিতে হইলে শব্দনিঃসারী বস্তুর শ্রাব্যতা সীমার মধ্যে কোন কম্পাঙ্কে কম্পন একান্ত প্রয়োজন। আবার সব শব্দ আমাদের কানে একই রকম অনুভূতি সৃষ্টি করে না ; কোন্ শব্দ কিরূপ অনুভূতি সৃষ্টি করিবে তাহাও নির্ভর করে কম্পনের কতকগুলি বৈশিষ্ট্যের উপর। কাজেই শব্দবিজ্ঞান হইল কার্যতঃ কম্পন ও উহার বৈশিষ্ট্য এবং তরঙ্গের আলোচনা।

বস্তুর যখন কম্পন হয় তখন উহা একবার বামে ও একবার দক্ষিণে যায় এবং বার বার একই পথ অতিক্রম করে ও ঐ নির্দিষ্ট পথ অতিক্রম করিতে বস্তুর একটি নির্দিষ্ট সময় লাগে। কাজেই কম্পনকে দোলন হিসাবে মনে করা যাইতে পারে। বিবিধ কারণে বস্তুর দোলন বা কম্পন নানারকমের হইয়া থাকে। সবচেয়ে সরল প্রকারের কম্পন হইল **সরল দোলগতি** (simple harmonic motion)।

1.1. সরল দোলগতি (Simple Harmonic Motion) :

যদি কোন বস্তু কোন নির্দিষ্ট সময়ের শেষে একই পথে একই স্থানে ফিরিয়া আসে তবে তাহার গতিকে বলা হয় **পর্যাবৃত্ত গতি** (periodic motion)। পৃথিবী সূর্যের চারিদিকে একবার ঘুরিয়া আসিতে এক বৎসর সময় নেয় এবং এইরূপ পরিক্রমা নিয়তই করিতেছে। সুতরাং সূর্যের চারিদিকে পৃথিবীর গতিকে পর্যাবৃত্ত গতি বলা যাইতে পারে। ঘড়ির কাঁটার যে-গতি তাহাও পর্যাবৃত্ত গতির উদাহরণ। আবার দোলকের বা কোন সুরশলাকার বাহুদ্বয়ের কম্পনও পর্যাবৃত্ত গতি।

যদি কোন বস্তুকণার গতির অভিমুখ কোন নির্দিষ্ট সময়ের অবকাশে বিপরীতমুখী হয় তবে বস্তুকণার সেই পর্যাবৃত্ত অগ্র-পশ্চাৎ গতিকে **কম্পনময় পর্যাবৃত্ত গতি** (vibratory or oscillatory periodic motion) বলে। তাহা হইলে, দোলকের গতি অথবা স্বরশলাকার বাহুদ্বয়ের কম্পন হইল কম্পনময় পর্যাবৃত্ত গতির দৃষ্টান্ত।

যদি কোন কম্পনময় পর্যাবৃত্ত গতিশীল বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত বল উহার স্থির অবস্থান হইতে দূরত্বের সমানুপাতিক ও স্থির অবস্থান অভিমুখী হয় তাহা হইলে বস্তুকণার গতিকে সরল দোলগতি বলে। এইরূপ গতির নিম্নোক্ত বৈশিষ্ট্যগুলি থাকিবে :—

(i) এই গতি দোলায়মান হইবে, অর্থাৎ বস্তু বামে ও দক্ষিণে বা অগ্র-পশ্চাৎ যাতায়াত করিবে।

(ii) এই গতি পর্যাবৃত্ত গতি হইবে, অর্থাৎ বস্তু একই পথ নির্দিষ্ট সময়ে বার বার অতিক্রম করিবে।

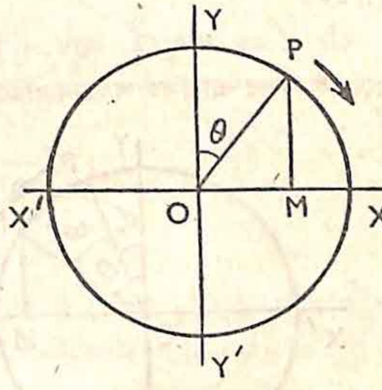
(iii) বস্তুকণার উপর যে-ত্বরণ বা বল প্রযুক্ত হয় তাহা স্থির অবস্থান হইতে বস্তুকণার সরণের সমানুপাতিক এবং এই ত্বরণ বা বল সর্বদা বস্তুর স্থির অবস্থান অভিমুখী হইবে।

সরল দোলকের দোলন, স্বরশলাকার কম্পন ইত্যাদি দোলায়মান এবং পর্যাবৃত্ত গতির দৃষ্টান্ত। তাছাড়া প্রমাণ করা যায়, ইহাদের কম্পনের সময় কম্পমান বস্তুর ত্বরণ স্থির অবস্থান হইতে উহার সরণের সমানুপাতিক ও স্থির অবস্থান অভিমুখী। কাজেই ইহাদের গতি সরল দোলগতি হইবে।

1.2. আবর্তগতির সাহায্যে সরল দোলগতির প্রকাশ (Representation of Simple Harmonic Motion by Circular Motion) :

মনে করা যাক, একটি বস্তুকণা P সমকৌণিক বেগে XYX'Y' ($XX' \perp YY'$) বৃত্তাকার পথে ঘুরিতেছে (1নং চিত্র)। O-বিন্দু ঐ বৃত্তের কেন্দ্র এবং OP ($=a$) বৃত্তের ব্যাসার্ধ। এই বস্তুকণা P-কে বলা হয় **নির্দেশক বিন্দু** (generating point), ঐ বৃত্তকে বলা হয় **নির্দেশক বৃত্ত** (circle of reference) ও বৃত্তের ব্যাসার্ধ OP-কে বলা হয় **দূরক** (radius vector)। এইবার P-বিন্দু হইতে বৃত্তের XX'-ব্যাসের উপর লম্ব টানা হইল ও M এই লম্বের পাদবিন্দু। P-বিন্দুকে বৃত্তের পরিধির বিভিন্ন স্থানে কল্পনা করিলে ঐ লম্বের পাদবিন্দু XX'-রেখার উপর বিভিন্ন স্থানে হইবে। এখন P-বিন্দু যখন বৃত্তের Y-বিন্দু হইতে যাত্রা শুরু করিয়া দক্ষিণাবর্তে একবার সম্পূর্ণ ঘুরিয়া আসে, সেই সময়ে লম্বের পাদবিন্দু-M O-বিন্দু হইতে শুরু করিয়া X পর্যন্ত ও তারপর

X হইতে পশ্চাৎ দিকে X′ পর্যন্ত এবং আবার X′ হইতে প্রাথমিক বিন্দু O পর্যন্ত, XX′-রেখা বরাবর অগ্র-পশ্চাৎ যাতায়াত করে। P-বিন্দু বৃত্তাকার পথে সমকৌণিক বেগে ঘুরিতে থাকিলে OP-রেখাও ঘুরিতে থাকিবে এবং সেক্ষেত্রে M-বিন্দু XX′-রেখার উপর O-বিন্দুর উভয় পার্শ্বে X ও X′ বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে অগ্র-পশ্চাৎ যাতায়াত করিতে থাকিবে বা কম্পনময় পর্যাবৃত্ত গতি রচনা করিবে।



চিত্র 1

মনে করা যাক, P-বিন্দুর একবার সম্পূর্ণ আবর্তনের জন্য প্রয়োজনীয় সময় অর্থাৎ **পর্যায়কাল** (period of revolution) $=$T এবং উহার কৌণিক বেগ$=\omega$

$$\therefore \quad \omega T = 2\pi$$

$$\text{বা } T = 2\pi/\omega \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (1)$$

এখন P-বিন্দু যে-সময়ে একবার সম্পূর্ণ আবর্তন করে সেই সময়ে M-বিন্দু একটি দোলন সম্পূর্ণ করে বা M-বিন্দুর দোলনকাল P-বিন্দুর পর্যায়কালের সমান। সুতরাং

$$\text{M-বিন্দুর কম্পাঙ্ক } n = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (2)$$

ধরা যাক, M-বিন্দু যে-মুহূর্তে বাম হইতে দক্ষিণে (অর্থাৎ X′OX অভিমুখে) স্থির অবস্থান O-বিন্দুর মধ্য দিয়া যায় সেই মুহূর্ত হইতে t সময় অতিবাহিত হইয়াছে; অর্থাৎ t অবকাশে দূরক (অর্থাৎ OP) OY-এর সহিত $\theta=\omega t$ কোণ সৃষ্টি করিয়াছে। এই কোণ θ-কে কম্পমান বিন্দু M-এর ঐ মুহূর্তের **দশা** (phase) বলে।

সরণ—এখন $\theta=\omega t$; আবার $\frac{OM}{OP} = \cos\angle POM = \cos(90^\circ - \theta)$

$$= \sin\theta.$$

$$\therefore \quad \text{M-বিন্দুর সরণ } x = OM = OP.\sin\theta = a\sin\theta \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

$$= a\sin\omega t \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

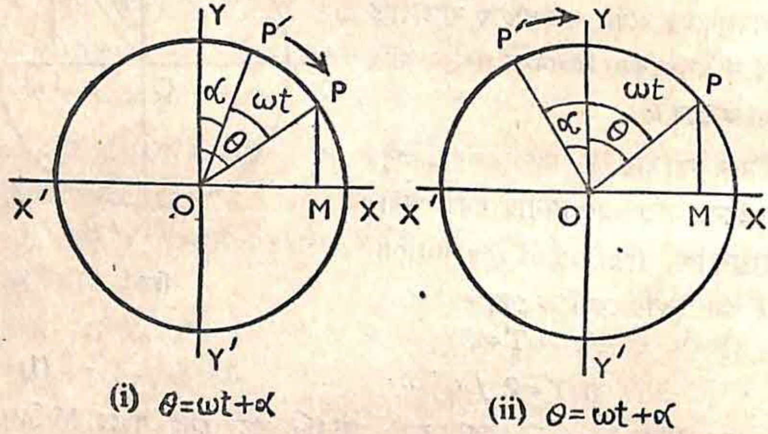
$$= a\sin\frac{2\pi}{T}t \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (5)$$

$$= a\sin 2\pi nt \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (6)$$

sin θ-এর সর্বোচ্চ মান$=1$, কাজেই x-এর সর্বোচ্চ মান$=a$ এবং ইহাকেই বলা হয় কম্পনের **বিস্তার** (amplitude)। অতএব P-বিন্দু যখন X-বিন্দুতে আসিবে

অর্থাৎ $\theta = 90^\circ$ হইবে তখন সরণের মান হইবে সর্বোচ্চ ও ধনাত্মক এবং P-বিন্দু যখন X'-বিন্দুতে আসিবে অর্থাৎ $\theta = 270^\circ$ হইবে তখনও সরণের মান হইবে সর্বোচ্চ কিন্তু ঋণাত্মক।

যদি Y-এর পরিবর্তে উহার দক্ষিণ অথবা বামদিকে P'-বিন্দুকে (2নং চিত্র) নির্দেশক বিন্দুর প্রাথমিক অবস্থান ধরিয়া সময় গণনা করা যায় এবং প্রাথমিক অবস্থানে

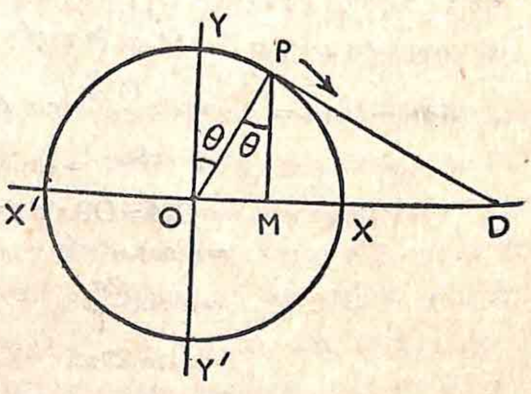


চিত্র 2

দূরক OP' যদি OY-রেখার সহিত α-কোণ উৎপন্ন করে তবে $\theta = (\omega t \pm \alpha)$ [যথাক্রমে 2(i) ও 2(ii) চিত্র হইতে]। সেক্ষেত্রে $x = a \sin(\omega t \pm \alpha)$ ... ... (7)

এই কোণ α-কে অর্থাৎ সময় গণনার মুহূর্তে বস্তুকণার দশাকে বলা হয় **প্রারম্ভিক দশা বা ইপক (Epoch)**; অর্থাৎ (4)নং সমীকরণে সময় এরূপে গণনা করা হইয়াছে যে প্রারম্ভিক দশা = 0.

গতিবেগ : XX'-রেখার সমান্তরাল অভিমুখে যে-কোন মুহূর্তে P-বস্তুকণার গতিবেগের উপাংশই হইল ঐ মুহূর্তে M-বিন্দুর গতিবেগ u (3নং চিত্র)। P-বিন্দুতে PD স্পর্শক টানা হইয়াছে, উহা X'X-রেখাকে D বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে। বৃত্তাকার পথের যে-কোন স্থানে



চিত্র 3

P-বস্তুকণার রৈখিক গতিবেগ $v = a\omega$ এবং উহা স্পর্শক বরাবর ক্রিয়া করে। XX'-রেখার

সমান্তরাল রেখায় বা OD অভিমুখে v-গতিবেগের উপাংশ $= v \cos \angle PDO$
$= v \sin POD = v \sin (90^\circ - \theta) = v \cos \theta$

$$\therefore \quad u = v \cos \theta \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8)$$

এখন $v \cos \theta = v \sqrt{1 - \sin^2 \theta} = v \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2}}$

$$= \frac{v}{a} \sqrt{a^2 - x^2} = \omega \sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\therefore \quad u = \omega \sqrt{a^2 - x^2} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (8.i)$$

অতএব যখন $\theta = 90^\circ$ বা $\cos \theta = 0$ অর্থাৎ X-বিন্দুতে M-বিন্দুর গতিবেগ শূন্য এবং X'-বিন্দুতেও যখন $\theta = 270^\circ$ বা $\cos \theta = 0$ তখনও M-বিন্দুর গতিবেগ শূন্য হইবে।

আবার O-বিন্দুতে যখন $\theta = 0$ বা $\cos \theta = 1$ তখন ঐ গতিবেগ হইবে সর্বোচ্চ ও ধনাত্মক বা X'X অভিমুখে এবং যখন $\theta = 180^\circ$ বা $\cos \theta = -1$ তখনও ঐ গতিবেগ হইবে সর্বোচ্চ তবে ঋণাত্মক বা XX' অভিমুখে; এবং একটি সম্পূর্ণ দোলনের পর, অর্থাৎ যখন $\theta = 360^\circ$ তখন গতিবেগের মান আবার সর্বোচ্চ এবং ধনাত্মক হইবে। অতএব একটি পূর্ণ দোলনে বিস্তারের প্রান্তদ্বয়ে অর্থাৎ X ও X' বিন্দুদ্বয়ে গতিবেগ হইবে শূন্য এবং যখন উহা স্থিরবিন্দু O মধ্য দিয়া যায় তখন উহার গতিবেগ হইবে সর্বোচ্চ।

ত্বরণ—XYX'Y' বৃত্তাকার পথে (3নং চিত্র) সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান P-বস্তুকণার উপর একটি অভিকেন্দ্রিক বল mv^2/r বা অভিকেন্দ্রিক ত্বরণ v^2/r ক্রিয়া করে (85 পৃষ্ঠায় আলোচনা করা হইয়াছে)। OX-অভিমুখে P-বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত ত্বরণের উপাংশই হইল M-বিন্দুর গতির ত্বরণ। কাজেই M-বিন্দুর ত্বরণ f হইল কেন্দ্র O-বিন্দু অভিমুখী এবং ইহার মান

$$f = \frac{v^2}{a} \cos \angle POM = \frac{v^2}{a} \sin \theta \quad \ldots \quad \ldots \quad (9)$$

কিন্তু যেহেতু v হইল P-বস্তুকণার রৈখিক গতিবেগ এবং P-বিন্দু T সময়ে $2\pi a$ পথ অতিক্রম করিতেছে, কাজেই $2\pi a = v.T$

বা, $v = \frac{2\pi a}{T} = a\omega$

বা, $v^2 = a^2 \omega^2$,

সুতরাং 9নং সমীকরণ হইতে, M-বিন্দুর ত্বরণ $f = \frac{a^2\omega^2}{a} \sin \theta$

$$= \omega^2 a \sin \theta \quad \cdots \quad (10)$$
$$= \omega^2 . x \quad \cdots \quad (10.i)$$
$$= \omega^2 \times \text{সরণ}$$

অতএব $\frac{\text{M-বিন্দুর ত্বরণ}}{\text{M-বিন্দুর সরণ}} = \omega^2 = \frac{4\pi^2}{T^2} = \text{ধ্রুবক},$

বা, M-বিন্দুর ত্বরণ ও উহার সরণ পরস্পর সমানুপাতিক। সুতরাং M-বিন্দুর গতিতে সরল দোলগতির সকল বৈশিষ্ট্যই পরিলক্ষিত হইতেছে। কাজেই বলা যায়, **যদি কোন বস্তুকণা সমকৌণিক বেগে বৃত্তাকার পথে ঘুরিতে থাকে তাহা হইলে ঘূর্ণায়মান বস্তুকণা হইতে বৃত্তের যে-কোন ব্যাসের উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দু ঐ ব্যাস-বরাবর সরল দোলগতি রচনা করিবে।**

1.3. সরল দোলগতি সম্পর্কে কয়েকটি সংজ্ঞা :

(i) **পূর্ণ কম্পন (Complete Oscillation) :** কোন কম্পমান কণা এক বিন্দু হইতে যাত্রা শুরু করিয়া পুনরায় একই দিকে নির্দিষ্ট বিন্দুতে ফিরিয়া আসিলে কম্পন সম্পূর্ণ হয় এবং ইহাকে পূর্ণ কম্পন বলে।

(ii) **কম্পনের বিস্তার (Amplitude of Oscillation) :** কোন কম্পমান কণা উহার নির্দিষ্ট মধ্য অবস্থান হইতে উভয় পার্শ্বে যতদূর যায় সেই সর্বোচ্চ দূরত্বকে কম্পনের বিস্তার বলে।

(iii) **পর্যায়কাল (Period) :** কোন কম্পনশীল কণা একটি পূর্ণ কম্পন সম্পূর্ণ করিতে অর্থাৎ একটি পূর্ণ অগ্র-পশ্চাৎ গতি সম্পূর্ণ করিতে যে-সময় লইয়া থাকে তাহাকে পর্যায়কাল বলে।

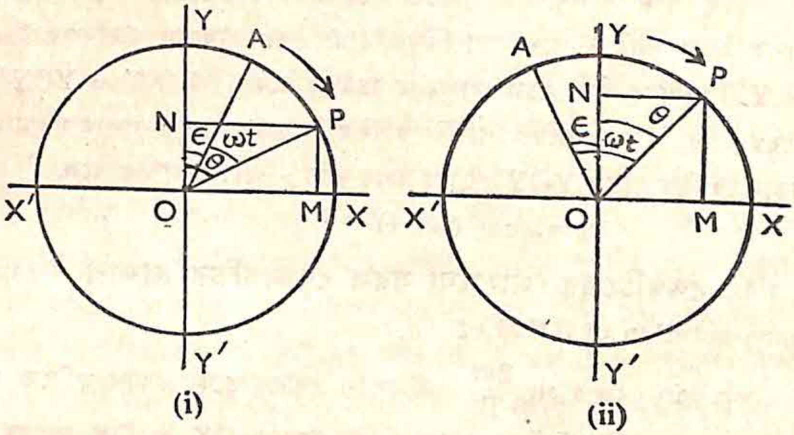
(iv) **কম্পাঙ্ক (Frequency) :** কোন কম্পনশীল কণা প্রতি সেকেণ্ডে যতবার পূর্ণ কম্পন করে তাহাকে কম্পাঙ্ক বলে।

(v) **দশা (Phase) :** যে-কোন মুহূর্তে কোন কম্পমান কণার দশা বলিতে ঐ মুহূর্তে কণাটির গতির অবস্থা বুঝায়। গতির অবস্থা বলিতে ঐ মুহূর্তে কণার অবস্থান, বেগ, ত্বরণ প্রভৃতি বুঝাইয়া থাকে।

1.4. গাণিতিক উপায়ে সরল দোলগতির প্রকাশ (Representation of S. H. M. by Mathematical method) :

মনে করা যাক, কোন বস্তুকণা সরল দোলগতি রচনা করিয়া চলিয়াছে ; উহার বিস্তার $= a$, কম্পাঙ্ক $= n$, পর্যায়কাল $=$ T এবং প্রারম্ভিক দশা $= \epsilon$.

এখন বিস্তারের সমান অর্থাৎ a ব্যাসার্ধের একটি বৃত্ত অঙ্কন করা যাক (4নং চিত্র)। মনে করা যাক, XOX' ও YOY' পরস্পর লম্ব অভিমুখে ঐ



চিত্র 4

বৃত্তের যে-কোন দুইটি ব্যাস। বৃত্তের পরিধির উপর একটি বিন্দু A লওয়া যাক যাহাতে OA-রেখা OY-রেখার সহিত ϵ কোণ উৎপন্ন করে। এইবার মনে করা যাক, বস্তুকণা ঐ বৃত্তাকার পথে দক্ষিণাবর্তে এরূপ সমকৌণিক বেগে ঘুরিতেছে যে উহার পর্যায়কাল$=$T; তাহা হইলে এই ঘূর্ণায়মান বিন্দু হইতে XX'-ব্যাসের উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দু M-এর গতি প্রদত্ত দোলগতি প্রকাশ করিবে।

মনে করা যাক, ঘূর্ণায়মান বিন্দু যখন A-বিন্দুর মধ্য দিয়া যায় তখন হইতে সময় গণনা করা হইতেছে এবং t-অবকাশে উহা P-বিন্দুতে আসিয়া $\angle POA=\omega t$ কোণ সৃষ্টি করিয়াছে। স্থির অবস্থান হইতে XX'-রেখার উপর আপতিত লম্বের পাদবিন্দুর সরণ$=x=OM=OP\sin\theta=a\sin(\omega t+\epsilon)$ ... ... (11)

এই সমীকরণটিই তাহা হইলে প্রদত্ত সরল দোলগতি প্রকাশ করিবে। প্রারম্ভিক দশা ϵ না হইয়া $-\epsilon$ হইলে A-বিন্দুকে Y-এর বামদিকে (5নং চিত্র) লইতে হইবে এবং সেক্ষেত্রে $\theta=\omega t-\epsilon$ এবং $x=a\sin(\omega t-\epsilon)$।

যদি $\epsilon=0$ হয়, তাহা হইলে $x=a\sin\omega t$—এই সমীকরণটিও একটি সরল দোলগতি প্রকাশ করিতেছে, যাহার বিস্তার$=a$, পর্যায়কাল$=T=2\pi/\omega$ এবং প্রারম্ভিক দশা$=0$ বা বস্তুকণা যখন স্থির অবস্থানের মধ্য দিয়া ধনাত্মক অভিমুখে অগ্রসর হইতেছে তখন হইতে সময় গণনা করা হইতেছে।

যদি $\epsilon=90^\circ$ হয়, তাহা হইলে $x=a\sin(90^\circ+\omega t)=a\cos\omega t$—এই সমীকরণটিও একটি সরল দোলগতি প্রকাশ করিতেছে যাহার বিস্তার$=a$, পর্যায়কাল

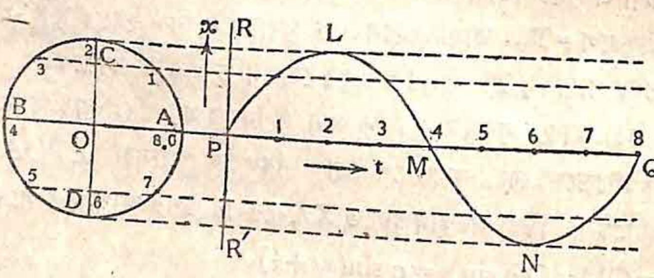
$=T=2\pi/\omega$ এবং প্রারম্ভিক দশা $=90°$ বা বস্তুকণার যখন ধনাত্মক অভিমুখে সর্বোচ্চ সরণ ঘটিয়াছে সেই মুহূর্ত হইতে সময় গণনা করা হইয়াছে।

P-বিন্দু যখন দক্ষিণাবর্তে ঘুরিতে থাকে তখন ঐ ঘূর্ণায়মান বিন্দু হইতে YOY'-ব্যাসের উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুও (N) স্থির অবস্থান O-বিন্দুর উভয় পার্শ্বে Y ও Y' বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে সরল-দোলগতি রচনা করিবে। XOX' ও YOY'—উভয় ব্যাসের উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দুর বিস্তার, পর্যায়কাল ও কম্পাঙ্ক সমান। স্থির অবস্থান O-বিন্দু হইতে YOY'-রেখার উপর সরণ y দ্বারা প্রকাশ করিলে,

$$y=a\cos(\omega t\pm\epsilon) \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \qquad (12)$$

1.5. লেখচিত্রের সাহায্যে সরল দোলগতির প্রকাশ (Graphical Representation of S.H.M.) :

$x=a\sin\omega t=a\sin\dfrac{2\pi t}{T}$—এই সরল দোলগতিকে প্রকাশ করিতে সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র আঁকিতে হইবে। এই উদ্দেশ্যে OX ও OY অক্ষের ছেদ-বিন্দুকে কেন্দ্র করিয়া a ব্যাসার্ধের একটি নির্দেশ-বৃত্ত অঙ্কন করা হইল (5নং চিত্র)। এই নির্দেশ-বৃত্ত অক্ষদ্বয়কে A, B, C ও D বিন্দুতে ছেদ করিয়াছে। এইবার মনে করা যাক, একটি নির্দেশক বিন্দু উক্ত সরল দোলগতির দোলনকালের সমান পর্যায়কাল



চিত্র 5

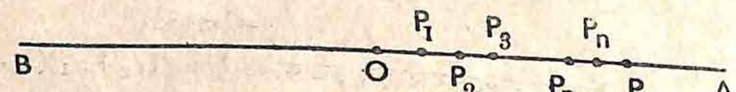
লইয়া সমকৌণিক বেগে ঐ বৃত্তাকার পথে বামাবর্তে চক্রাকারে পরিভ্রমণ করিতেছে। আমরা জানি, বিভিন্ন সময়ে ঐ নির্দেশক বিন্দুর অবস্থিতি হইতে CD-ব্যাসের উপর লম্ব টানিলে ঐ লম্বের পাদবিন্দু উক্ত সরল দোলগতি রচনা করিবে। বিভিন্ন সময় ও তদনুযায়ী লম্বপাদবিন্দুর সরণ জানা থাকিলে সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র আঁকা যাইবে।

মনে করা যাক, নির্দেশক বিন্দু যখন A-বিন্দুর মধ্য দিয়া যায় সেই মুহূর্ত হইতে সময় গণনা করা হইতেছে; ঐ সময় লম্বপাদবিন্দু উহার স্থির অবস্থান বৃত্তের কেন্দ্রে থাকিবে বা উহার সরণ হইবে শূন্য। এইবার নির্দেশক বৃত্তের পরিধিকে A-বিন্দু হইতে

শুরু করিয়া কতকগুলি সমান অংশে, ধরা যাক 0, 1, 2, ……, 8 বিন্দুতে সমান আটটি অংশে বিভক্ত করা হইল এবং ঐ প্রতিটি বিন্দু হইতে CD-ব্যাসের উপর লম্ব টানিয়া ঐ লম্ব রেখাগুলিকে বৃত্তের দক্ষিণ পাশে বর্ধিত করা হইল। চিত্রে ভাঙ্গা রেখা দ্বারা উহাদের দেখানো হইয়াছে। নির্দেশক বৃত্তের দক্ষিণ পাশে OX অক্ষের উপর P ও Q দুইটি বিন্দু লওয়া হইল। লম্বপাদবিন্দুর সরণ (x) PR (∥ OY)-অক্ষ বরাবর এবং সময় (t) OX-অক্ষ বরাবর অঙ্কন করা হইল। PQ-দ্বারা নির্দেশক বিন্দুর পর্যায়কাল নির্দেশ করিলে উহা লম্বপাদবিন্দুর দোলনকালও (T) নির্দেশ করিবে। PQ-কে এইবার সমান আটটি ভাগে ভাগ করা হইল; নির্দেশক বিন্দু বৃত্তের পরিধির প্রত্যেক অংশ অতিক্রম করিতে যে T/8 সময় লইবে তাহা এখন PQ-এর যে-কোন অংশ দ্বারা নির্দেশিত হইবে। PQ-এর উপর 0, 1, 2, 3, ……, 8 বিন্দুতে এইবার কতকগুলি লম্ব টানা হইল যাহাদের দৈর্ঘ্য ঐ মুহূর্তে লম্বপাদবিন্দুর সরণের সমান। লম্বপাদবিন্দুর ধনাত্মক ও ঋণাত্মক সরণ প্রকাশ করিতে ঐ লম্বগুলিকে যথাক্রমে PR ও PR′ অভিমুখে টানা হইয়াছে। এইবার এই লম্বগুলির শীর্ষবিন্দু যোগ করিলে একটি তরঙ্গের মত লেখচিত্র PLMQ পাওয়া যায়—ইহাই উক্ত দোলগতির সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র। এখানে উল্লেখযোগ্য যে উক্ত লেখচিত্রটি sine-এর বৈশিষ্ট্যমূলক লেখচিত্র। অনুরূপ ভাবে $x=a\cos\omega t=a\cos\frac{2\pi t}{T}$ —এই সরল দোলগতির সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র আঁকা যায় এবং তাহা cosine-এর বৈশিষ্ট্যমূলক লেখচিত্র হইবে।

1.6. সরল দোলগতিযুক্ত কণার শক্তি (Energy of a particle executing S.H.M.) :

মনে করা যাক, m-ভরবিশিষ্ট কোন বস্তুকণা O-বিন্দুর উভয়পার্শ্বে A ও B বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে সরল দোলগতি রচনা করিয়া চলিয়াছে (6নং চিত্র)। কোন এক



চিত্র 6

সময়ে স্থির-অবস্থান O-হইতে ঐ বস্তুকণার সরণ $OP=x$ ও গতিবেগ u হইলে

ঐ সময়ে বস্তুকণার গতিশক্তি $=\frac{1}{2}mu^2$ … … (13)

কিন্তু (8.i) সমীকরণ হইতে $u=\omega\sqrt{a^2-x^2}$

∴ বস্তুকণার গতিশক্তি $=\frac{1}{2}m\omega^2(a^2-x^2)$ … … (13.i)

এইবার OP = x দূরত্বকে OP_1, P_1P_2, P_2P_3,……, $P_{n-1}P_n$, P_nP ইত্যাদি অনেকগুলি সমান ও অতি ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করা হইল। মনে করা যাক, $OP_1 = x_1$, $OP_2 = x_2$, $OP_3 = x_3$, ……, $OP_{n-1} = x_{n-1}$, $OP_n = x_n$, $OP = x$। আমরা জানি, স্থির অবস্থান O হইতে বস্তুকণার সরণ x হইলে উহার গতির ত্বরণ $= \omega^2 x$ ও তখন বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত বল = ভর × ত্বরণ $= m\omega^2 x$ এবং এই বল স্থির অবস্থান O-বিন্দু অভিমুখী ক্রিয়া করে।

∴ O-বিন্দুতে বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত স্থির-অবস্থান অভিমুখী বল = 0

P_1-বিন্দুতে " " " " " " $= m\omega^2 x_1$
P_2 বিন্দুতে " " " " " " $= m\omega^2 x_2$
P_3-বিন্দুতে " " " " " " $= m\omega^2 x_3$
… … … … …
P_n-বিন্দুতে " " " " " " $= m\omega^2 x_n$
P-বিন্দুতে " " " " " " $= m\omega^2 x.$

তাহা হইলে,

O ও P_1 বিন্দুদ্বয়ের মধ্যে বস্তুকণার উপর ক্রিয়ারত বলের গড় মান $= \frac{1}{2}m\omega^2 x_1$
P_1 ও P_2 " " " " " " " " $= \frac{1}{2}m\omega^2(x_2 + x_1)$
P_2 ও P_3 " " " " " " " " $= \frac{1}{2}m\omega^2(x_3 + x_2)$
… … … … …
P_{n-1} ও P_n " " " " " " " " $= \frac{1}{2}m\omega^2(x_n + x_{n-1})$
P_n ও P " " " " " " " " $= \frac{1}{2}m\omega^2(x + x_n)$

যেহেতু OP_1, P_1P_2, P_2P_3,……ইত্যাদি দূরত্বগুলি খুব ছোট, কাজেই বস্তুকণা যখন উহার উপর ক্রিয়ারত বলের বিরুদ্ধে O-হইতে P-বিন্দুতে পৌঁছায় তখন

O হইতে P_1-বিন্দুতে যাইতে বস্তুকর্তৃক কৃত কার্য = গড় বল × সরণ

$$= \frac{1}{2}m\omega^2 x_1 . x_1$$
$$= \frac{1}{2}m\omega^2 x_1^2$$

P_1 হইতে P_2-বিন্দুতে যাইতে বস্তুকর্তৃক কৃত কার্য $= \frac{1}{2}m\omega^2(x_2 + x_1)(x_2 - x_1)$

$$= \frac{1}{2}m\omega^2(x_2^2 - x_1^2)$$

P_2 হইতে P_3-বিন্দুতে " " " $= \frac{1}{2}m\omega^2(x_3^2 - x_2^2).$
… … … …
P_{n-1} হইতে P_n-বিন্দুতে " " " $= \frac{1}{2}m\omega^2(x_n^2 - x_{n-1}^2)$
P_n হইতে P " " " " $= \frac{1}{2}m\omega^2(x^2 - x_n^2).$

এখন O-হইতে P_1, P_1-হইতে P_2, P_2-হইতে P_3, ..., P_n-হইতে P পর্যন্ত যাইতে বস্তু কর্তৃক সমস্ত কৃত কার্য যোগ করিলে বলের বিরুদ্ধে O-হইতে P পর্যন্ত যাইতে বস্তুকর্তৃক মোট কৃত কার্যের পরিমাণ পাওয়া যাইবে। সুতরাং, এই কার্যের পরিমাণ $=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ এবং ইহাই O-বিন্দু হইতে x দূরত্বে বস্তুর স্থিতিশক্তি।

∴ বস্তুকণার স্থিতিশক্তি $=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$ ... ... (14)

∴ বস্তুকণার মোট শক্তি = গতিশক্তি + স্থিতিশক্তি

$$=\frac{1}{2}m\omega^2(a^2-x^2)+\frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

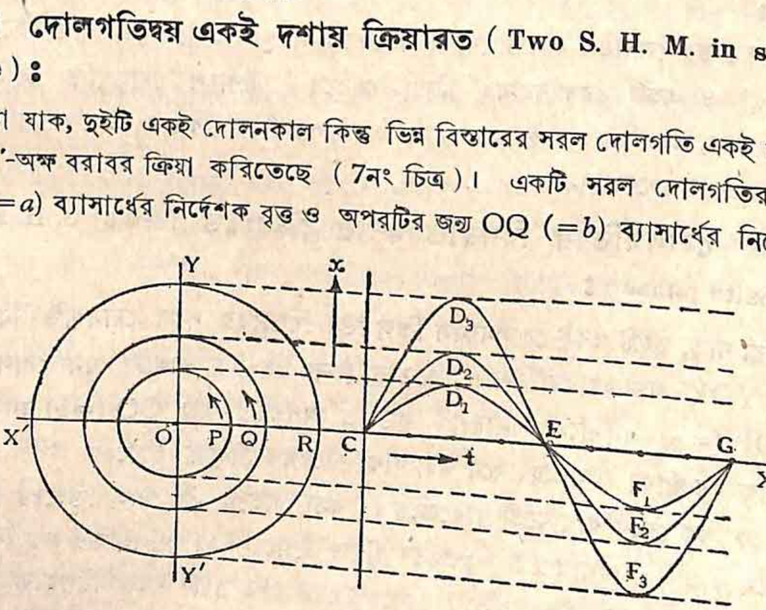
$$=\frac{1}{2}m\omega^2a^2 \quad \ldots \quad \ldots \quad (15)$$

এই সমীকরণ হইতে দেখা যাইতেছে, বস্তুকণার মোটশক্তি উহার সরণের উপর নির্ভরশীল নহে এবং বস্তুকণার গতিপথের সর্বত্র সমান। ইহা প্রমাণ করে যে, **সরল দোলগতির ক্ষেত্রে শক্তির নিত্যতা সূত্র প্রয়োজ্য।**

1.7. লৈখিক পদ্ধতিতে একই রেখাভুক্ত দুইটি সরল দোলগতির সংযোজন (Graphical method of composition of two collinear simple harmonic motions):

(i) **দোলগতিদ্বয় একই দশায় ক্রিয়ারত (Two S. H. M. in same phase):**

ধরা যাক, দুইটি একই দোলনকাল কিন্তু ভিন্ন বিস্তারের সরল দোলগতি একই দশায় YOY'-অক্ষ বরাবর ক্রিয়া করিতেছে (7নং চিত্র)। একটি সরল দোলগতির জন্য OP $(=a)$ ব্যাসার্ধের নির্দেশক বৃত্ত ও অপরটির জন্য OQ $(=b)$ ব্যাসার্ধের নির্দেশক



চিত্র 7

বৃত্ত আঁকা হইল এবং মনে করা যাক, নির্দেশক বিন্দুদ্বয় ইহাদের উপর সমান ও সমকৌণিক বেগে বামাবর্তে ঘুরিতেছে। বলা বাহুল্য ঐ দোলগতি দুইটির বিস্তার

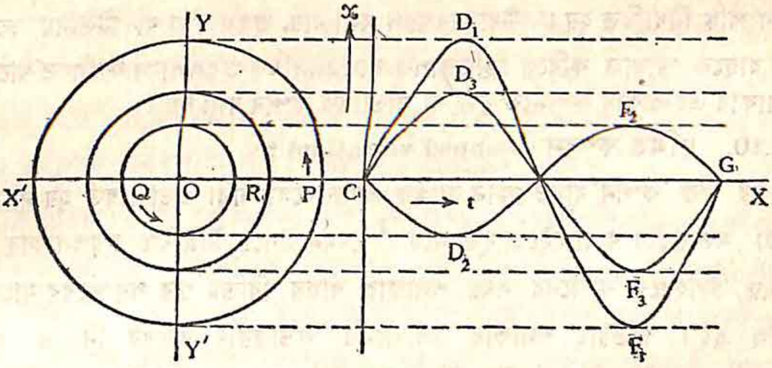
যথাক্রমে a ও b ; এইবার 1.5 অনুচ্ছেদে বর্ণিত উপায়ে উভয় দোলগতির জন্য সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র আঁকা হইল। যেহেতু দোলগতি দুইটি সর্বদা একই দশায় ক্রিয়া করিতেছে সেইজন্য লেখচিত্র আঁকিবার সময় প্রারম্ভিক মুহূর্তে নির্দেশক বিন্দু দুইটি একযোগে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুর মধ্য দিয়া যাইতেছে বলিয়া ধরা হইয়াছে ; অর্থাৎ, নির্দেশক বিন্দুদ্বয়ের প্রারম্ভিক অবস্থান এরূপ ধরা হইয়াছে যে উভয় দোলগতির নিমিত্ত সরণ সর্বদা একই অভিমুখে হয়। আবার যেহেতু উভয় দোলগতির দোলনকাল সমান, কাজেই উভয় নির্দেশক বিন্দু নিজ নিজ নির্দেশক বৃত্তের উপর সমান সময়ে একবার সম্পূর্ণ আবর্তন করিবে ও সেইজন্য OX-অক্ষের উপর একই দৈর্ঘ্য CG দ্বারা উভয় দোলগতির দোলনকাল নির্দেশ করা হইয়াছে। মনে করা যাক, CD_1EF_1G ও CD_2EF_2G বক্ররেখাদ্বয় হইল যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় সরল দোলগতির লেখ-চিত্র। এখন CG-রেখার প্রত্যেক বিন্দুতে লেখচিত্রদ্বয়ের উচ্চতা যোগ করিলে লব্ধগতির সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র CD_3EF_3G পাওয়া যাইবে ; কারণ, উভয় গতির নিমিত্ত সরণ একই অভিমুখে হওয়ায় উহাদের বীজগণিতানুযায়ী যোগ করা যাইবে।

লব্ধগতির লেখচিত্র হইতে বোঝা যাইতেছে, লব্ধগতিও সরল দোলগতি হইবে এবং এই গতিও একই রেখা-বরাবর ক্রিয়া করিবে। উপাংশ দোলগতি দুইটির যে দোলনকাল, লব্ধগতিরও সেই দোলনকাল এবং লব্ধগতির বিস্তার উপাংশ গতিদ্বয়ের বিস্তারের যোগফলের সমান।

(ii) দোলগতিদ্বয় বিপরীত দশায় ক্রিয়ারত (Two S. H. M. in opposite phase) :

ধরা যাক, দুইটি একই দোলনকাল কিন্তু ভিন্ন বিস্তারের সরল দোলগতি বিপরীত দশায় YOY'-অক্ষ বরাবর ক্রিয়া করিতেছে (8নং চিত্র)। একটি সরল দোলগতির জন্য OP $(=a)$ ব্যাসার্ধের নির্দেশক বৃত্ত ও অপরটির জন্য OQ $(=b)$ ব্যাসার্ধের নির্দেশক বৃত্ত আঁকা হইল এবং মনে করা যাক, নির্দেশক বিন্দুদ্বয় ইহাদের উপর সমান ও সমকৌণিক বেগে বামাবর্তে ঘুরিতেছে। বলা বাহুল্য ঐ দোলগতিদ্বয়ের বিস্তার যথাক্রমে a ও b ; এইবার 1.5 অনুচ্ছেদে বর্ণিত উপায়ে উভয় দোলগতির জন্য সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র আঁকা হইল। যেহেতু দোলগতি দুইটি সর্বদা বিপরীত দশায় ক্রিয়া করিতেছে সেইজন্য লেখচিত্র আঁকিবার সময় প্রারম্ভিক মুহূর্তে নির্দেশক বিন্দু দুইটি একযোগে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুর মধ্য দিয়া যাইতেছে বলিয়া ধরা হইয়াছে ; অর্থাৎ, নির্দেশক বিন্দুদ্বয়ের প্রারম্ভিক অবস্থান এরূপ ধরা হইয়াছে যে দোলগতিদ্বয়ের নিমিত্ত

সরণ সর্বদা বিপরীত অভিমুখে হয়। আবার যেহেতু উভয় দোলগতির দোলনকাল সমান কাজেই উভয় নির্দেশক বিন্দু নিজ নিজ নির্দেশক বৃত্তের উপর সমান সময়ে



চিত্র ৪

একবার সম্পূর্ণ আবর্তন করিবে ও সেইজন্য OX-অক্ষের উপর একই দৈর্ঘ্য CG-দ্বারা উভয় দোলগতির দোলনকাল নির্দেশ করা হইয়াছে। মনে করা যাক, CD_1F_1G ও CD_2F_2G বক্ররেখাদ্বয় হইল যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় সরল দোলগতির লেখ-চিত্র। এখন CG রেখার প্রত্যেক বিন্দুতে লেখচিত্রদ্বয়ের উচ্চতা বিয়োগ করিলে লব্ধগতির সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র CD_3F_3G পাওয়া যাইবে ; কারণ, উভয় গতির নিমিত্ত সরণ সর্বদা বিপরীতমুখী হওয়ায় উহাদের বীজগণিতানুযায়ী বিয়োগ করা যাইবে।

লব্ধগতির লেখচিত্র হইতে বোঝা যাইতেছে, লব্ধগতিও সরল দোলগতি হইবে এবং এই গতিও একই রেখা-বরাবর ক্রিয়া করিবে। উপাংশ দোলগতি দুইটির যে-দোলনকাল, লব্ধগতিরও সেই দোলনকাল এবং লব্ধগতির বিস্তার উপাংশ গতিদ্বয়ের বিস্তারের অন্তরের সমান।

1.8. দুই প্রকার কম্পন (Two types of vibrations) :

বস্তুতে উপযুক্ত ব্যবস্থায় কম্পন সৃষ্টি করা যায়। বস্তুর কম্পন সাধারণতঃ দুই প্রকার : (i) **তির্যক কম্পন** (transverse vibration) ও (ii) **অনুদৈর্ঘ্য কম্পন** (longitudinal vibration)। সরল দোলকের দোলন, টান টান করা তারের কম্পন প্রভৃতি তির্যক কম্পন এবং একটা স্প্রিংকে টানিয়া ছাড়িয়া দিলে যে-কম্পন হয় তাহা অনুদৈর্ঘ্য কম্পনের উদাহরণ। যদি কম্পনের বিস্তার খুব কম হয় তবে সকল কম্পনই সরল দোলগতি হয়।

1.9. মুক্ত বা স্বাভাবিক কম্পন (Free or natural vibration) :

যখন কোন কম্পনশীল বস্তু কাঁপিতে থাকে তখন উহার কম্পন কোন বাহ্যিক প্রযুক্ত

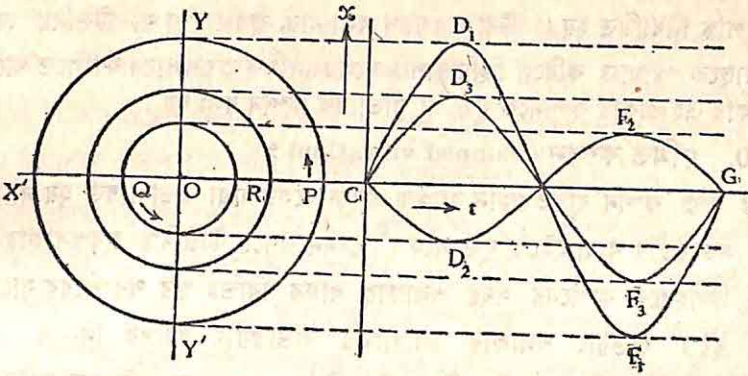
যথাক্রমে a ও b ; এইবার 1.5 অনুচ্ছেদে বর্ণিত উপায়ে উভয় দোলগতির জন্য সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র আঁকা হইল। যেহেতু দোলগতি দুইটি সর্বদা একই দশায় ক্রিয়া করিতেছে সেইজন্য লেখচিত্র আঁকিবার সময় প্রারম্ভিক মুহূর্তে নির্দেশক বিন্দু দুইটি একযোগে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুর মধ্য দিয়া যাইতেছে বলিয়া ধরা হইয়াছে ; অর্থাৎ, নির্দেশক বিন্দুদ্বয়ের প্রারম্ভিক অবস্থান এরূপ ধরা হইয়াছে যে উভয় দোলগতির নিমিত্ত সরণ সর্বদা একই অভিমুখে হয়। আবার যেহেতু উভয় দোলগতির দোলনকাল সমান, কাজেই উভয় নির্দেশক বিন্দু নিজ নিজ নির্দেশক বৃত্তের উপর সমান সময়ে একবার সম্পূর্ণ আবর্তন করিবে ও সেইজন্য OX-অক্ষের উপর একই দৈর্ঘ্য CG দ্বারা উভয় দোলগতির দোলনকাল নির্দেশ করা হইয়াছে। মনে করা যাক, CD_1EF_1G ও CD_2EF_2G বক্ররেখাদ্বয় হইল যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় সরল দোলগতির লেখ-চিত্র। এখন CG-রেখার প্রত্যেক বিন্দুতে লেখচিত্রদ্বয়ের উচ্চতা যোগ করিলে লব্ধগতির সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র CD_3EF_3G পাওয়া যাইবে ; কারণ, উভয় গতির নিমিত্ত সরণ একই অভিমুখে হওয়ায় উহাদের বীজগণিতানুযায়ী যোগ করা যাইবে।

লব্ধগতির লেখচিত্র হইতে বোঝা যাইতেছে, লব্ধগতিও সরল দোলগতি হইবে এবং এই গতিও একই রেখা-বরাবর ক্রিয়া করিবে। উপাংশ দোলগতি দুইটির যে দোলনকাল, লব্ধগতিরও সেই দোলনকাল এবং লব্ধগতির বিস্তার উপাংশ গতিদ্বয়ের বিস্তারের যোগফলের সমান।

(ii) দোলগতিদ্বয় বিপরীত দশায় ক্রিয়ারত (Two S. H. M. in opposite phase) :

ধরা যাক, দুইটি একই দোলনকাল কিন্তু ভিন্ন বিস্তারের সরল দোলগতি বিপরীত দশায় YOY′-অক্ষ বরাবর ক্রিয়া করিতেছে (8নং চিত্র)। একটি সরল দোলগতির জন্য OP $(=a)$ ব্যাসার্ধের নির্দেশক বৃত্ত ও অপরটির জন্য OQ $(=b)$ ব্যাসার্ধের নির্দেশক বৃত্ত আঁকা হইল এবং মনে করা যাক, নির্দেশক বিন্দুদ্বয় ইহাদের উপর সমান ও সমকৌণিক বেগে বামাবর্তে ঘুরিতেছে। বলা বাহুল্য ঐ দোলগতিদ্বয়ের বিস্তার যথাক্রমে a ও b ; এইবার 1.5 অনুচ্ছেদে বর্ণিত উপায়ে উভয় দোলগতির জন্য সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র আঁকা হইল। যেহেতু দোলগতি দুইটি সর্বদা বিপরীত দশায় ক্রিয়া করিতেছে সেইজন্য লেখচিত্র আঁকিবার সময় প্রারম্ভিক মুহূর্তে নির্দেশক বিন্দু দুইটি একযোগে যথাক্রমে P ও Q বিন্দুর মধ্য দিয়া যাইতেছে বলিয়া ধরা হইয়াছে ; অর্থাৎ, নির্দেশক বিন্দুদ্বয়ের প্রারম্ভিক অবস্থান এরূপ ধরা হইয়াছে যে দোলগতিদ্বয়ের নিমিত্ত

সরণ সর্বদা বিপরীত অভিমুখে হয়। আবার যেহেতু উভয় দোলগতির দোলনকাল সমান কাজেই উভয় নির্দেশক বিন্দু নিজ নিজ নির্দেশক বৃত্তের উপর সমান সময়ে



চিত্র ৪

একবার সম্পূর্ণ আবর্তন করিবে ও সেইজন্য OX-অক্ষের উপর একই দৈর্ঘ্য CG-দ্বারা উভয় দোলগতির দোলনকাল নির্দেশ করা হইয়াছে। মনে করা যাক, CD_1F_1G ও CD_2F_2G বক্ররেখাদ্বয় হইল যথাক্রমে প্রথম ও দ্বিতীয় সরল দোলগতির লেখ-চিত্র। এখন CG রেখার প্রত্যেক বিন্দুতে লেখচিত্রদ্বয়ের উচ্চতা বিয়োগ করিলে লব্ধগতির সময়ের সহিত সরণের লেখচিত্র CD_3F_3G পাওয়া যাইবে ; কারণ, উভয় গতির নিমিত্ত সরণ সর্বদা বিপরীতমুখী হওয়ায় উহাদের বীজগণিতানুযায়ী বিয়োগ করা যাইবে।

লব্ধগতির লেখচিত্র হইতে বোঝা যাইতেছে, লব্ধগতিও সরল দোলগতি হইবে এবং এই গতিও একই রেখা-বরাবর ক্রিয়া করিবে। উপাংশ দোলগতি দুইটির যে-দোলনকাল, লব্ধগতিরও সেই দোলনকাল এবং লব্ধগতির বিস্তার উপাংশ গতিদ্বয়ের বিস্তারের অন্তরের সমান।

1.8. দুই প্রকার কম্পন (Two types of vibrations) :

বস্তুতে উপযুক্ত ব্যবস্থায় কম্পন সৃষ্টি করা যায়। বস্তুর কম্পন সাধারণতঃ দুই প্রকার : (i) **তির্যক কম্পন** (transverse vibration) ও (ii) **অনুদৈর্ঘ্য কম্পন** (longitudinal vibration)। সরল দোলকের দোলন, টান টান করা তারের কম্পন প্রভৃতি তির্যক কম্পন এবং একটা স্প্রিংকে টানিয়া ছাড়িয়া দিলে যে-কম্পন হয় তাহা অনুদৈর্ঘ্য কম্পনের উদাহরণ। যদি কম্পনের বিস্তার খুব কম হয় তবে সকল কম্পনই সরল দোলগতি হয়।

1.9. মুক্ত বা স্বাভাবিক কম্পন (Free or natural vibration) :

যখন কোন কম্পনশীল বস্তু কাঁপিতে থাকে তখন উহার কম্পন কোন বাহ্যিক প্রযুক্ত

বলের দ্বারা প্রভাবান্বিত না হইলে ঐ কম্পনকে **মুক্ত** বা **স্বাভাবিক কম্পন** (free or natural vibration) বলে। বস্তুর ওজন, স্থিতিস্থাপকতা, আকৃতি প্রভৃতি দ্বারা উহার কম্পাঙ্ক নির্ধারিত হয়। উদাহরণস্বরূপ বলা যায়, স্বরশলাকা বা টিউনিং ফর্কের একটি বাহুকে আঘাত করিলে স্থিতিস্থাপক বলের নিমিত্ত স্বরশলাকা কাঁপিতে থাকে। স্বরশলাকার এই প্রকার কম্পনকে মুক্ত বা স্বাভাবিক কম্পন বলা হয়।

1.10. দমিত কম্পন (Damped vibration) :

বস্তুর মুক্ত কম্পন যদিও কোন বাহ্যিক প্রযুক্ত বলের দ্বারা প্রভাবান্বিত হয় না কিন্তু তাহারা অভ্যন্তরীণ বাধা হইতে মুক্ত নহে। যেমন উপরে উল্লিখিত স্বরশলাকার মুক্ত কম্পনের উদাহরণে কম্পনের সময় শলাকার বাহুর বিভিন্ন স্তর পরস্পরের সাপেক্ষে গতিশীল হয়। সুতরাং শলাকার উপাদানের অভ্যন্তরীণ ঘর্ষণের নিমিত্ত একটি কম্পনের বাধা-সৃষ্টিকারী বল ক্রিয়াশীল হইয়া উঠে। প্রধানতঃ এই অভ্যন্তরীণ ঘর্ষণ এবং তাহা ছাড়া পারিপার্শ্বিক মাধ্যম কর্তৃক বাধাদান করায় বস্তুর মুক্ত কম্পনের বিস্তার ধীরে ধীরে কমিতে থাকে এবং অবশেষে কম্পন থামিয়া যায়। ভিতর হইতে বাধাপ্রাপ্ত বস্তুর এই প্রকার কম্পনকে **দমিত কম্পন** (damped or resisted vibration) বলে। যদি বাধা-সৃষ্টিকারী কোন বল ক্রিয়া না করে তাহা হইলে ঐ কম্পন হইবে **স্বাভাবিক কম্পন** (natural vibration)। কিন্তু কার্যতঃ এমন কোন কম্পনশীল বস্তু নাই যাহার ক্ষেত্রে বাধা-সৃষ্টিকারী বল একেবারেই ক্রিয়া করিবে না। সুতরাং সূক্ষ্মভাবে চিন্তা করিলে বলা যায় কোন কম্পনই ঠিক মুক্ত বা স্বাভাবিক কম্পন নয়।

1.11. পরবশ কম্পন ও অনুনাদ (Forced vibration and resonance) :

পূর্ব অনুচ্ছেদে বলা হইয়াছে, অভ্যন্তরীণ বাধার নিমিত্ত কম্পমান বস্তুর কম্পন ধীরে ধীরে থামিয়া যায়। সুতরাং কম্পনকে স্থায়ী করিতে হইলে বাহির হইতে বল প্রয়োগ বা শক্তি সরবরাহ করিতে হইবে। বিবিধ যন্ত্রে ও শব্দবিজ্ঞানে এই ঘটনার প্রচুর দৃষ্টান্ত পাওয়া যায়। যেমন, একটি দোলককে দোলাইয়া দিলে উহা কিছুক্ষণ পরে থামিয়া যায় ; কিন্তু পেণ্ডুলাম ঘড়িতে দোলকের দোলন স্থায়ী করিবার নিমিত্ত একটি কুণ্ডলীকৃত স্প্রিংকে দোলকের সহিত উপযুক্ত যান্ত্রিক ব্যবস্থায় সংযুক্ত করা হয়। ছড়ির অবিরাম ক্রিয়া দ্বারা কম্পন স্থায়ী না করিলে বেহালার তার হইতে নির্গত শব্দও থামিয়া যায়।

ধরা যাক, যে-বস্তুতে দমিত কম্পন সৃষ্টি করা যায় তাহার উপর একটি বাহ্যিক বল প্রয়োগ করা হইল ও এই প্রযুক্ত বল সরল দোলগতিসম্পন্ন বস্তুর সরণের ন্যায় সময়ের সহিত পরিবর্তিত হইতেছে। এই বাহ্যিক প্রযুক্ত বল যাহা কিনা দোলগতিতে পরিবর্তিত হইতেছে তাহার নিজস্ব একটি দোলনকাল থাকিবে। বস্তুর স্বাভাবিক বা মুক্ত কম্পনের দোলনকাল প্রযুক্ত বলের দোলনকালের সমান না হইলে অভ্যন্তরীণ

ঘর্ষণ প্রভৃতির নিমিত্ত বস্তুটি প্রথমে অনিয়মিতভাবে কাঁপিতে থাকে। সময় অতিবাহিত হইতে থাকিলে উক্ত অভ্যন্তরীণ ঘর্ষণ প্রভৃতির ফল ক্রমাগত কমিতে থাকে এবং বস্তুটির মুক্ত কম্পনের দোলনকাল যাহাই হউক না কেন, বস্তুটি অবশেষে প্রযুক্ত বলের দোলনকালের সমান সময়ে প্রতিটি দোলন সম্পূর্ণ করিতে থাকে; অর্থাৎ বস্তুটি যেভাবে কাঁপিতে থাকে তাহাতে উহার দোলনকাল প্রযুক্ত বলের দোলনকালের সমান হয়। এই প্রকার কম্পনকে **পরবশ কম্পন** (forced vibration) বলে।

যদি প্রযুক্ত বলের দোলনকাল বস্তুর মুক্ত কম্পনের দোলনকালের সমান হয় তাহা হইলে প্রথম হইতেই বস্তুটি সর্বোচ্চ বিস্তারের সহিত নিয়মিতভাবে কাঁপিতে থাকে। ইহাকে **অনুনাদ** (resonance) বলে। তাহা হইলে অনুনাদ হইল পরবশ কম্পনের একটি বিশেষ ক্ষেত্র যখন প্রযুক্ত বলের দোলনকাল বস্তুর মুক্ত কম্পনের দোলনকালের সমান।

একটি কম্পমান সুরশলাকার দণ্ডকে টেবিলের উপর চাপিয়া ধরিলে শব্দ অপেক্ষাকৃত অনেক জোরে শোনা যায়। ইহার কারণ, সমগ্র টেবিলের তল (plane) সুরশলাকার কম্পাঙ্কে কাঁপিতে থাকে। তাহার ফলে অধিক এলাকা জুড়িয়া বাতাসের মধ্যে কম্পনের সৃষ্টি হয় ও শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি পায়। ইহা পরবশ কম্পনের উদাহরণ। সেতার, এসরাজ, বেহালা, তানপুরা প্রভৃতি বিভিন্ন তারের যন্ত্রে তারগুলি বিভিন্ন আকৃতির ফাঁপা কাঠের খোলের উপর আটকানো থাকে। এই ফাঁপা খোলগুলি বায়ুপূর্ণ থাকে ও ইহাদের বিশেষ গুরুত্বপূর্ণ ভূমিকা আছে। যখন তারগুলি কাঁপে তখন উহাদের কম্পন খোলের মধ্যের বায়ুতে সংবাহিত হয় এবং বায়ুর পরবশ কম্পনের দ্বারা তারের ক্ষীণ শব্দকে সকলের শ্রুতিগোচর করে। একটি তারের যন্ত্রে দুইটি তারকে একই সুর বা কম্পাঙ্কে বাঁধিয়া উহার একটিকে টানিয়া ছাড়িয়া দিয়া কম্পন সৃষ্টি করিলে দেখা যায় অপর তারটিও বেশ জোরে কাঁপিতেছে। ইহা অনুনাদের উদাহরণ।

উদাহরণ :

1 gm. ভরবিশিষ্ট একটি বস্তুকণা সরল দোলগতি রচনা করিয়া চলিয়াছে; উহার পর্যায়কাল 3·14 sec. এবং বিস্তার 1 cm. হইলে উহার শক্তি কত? সরণ যখন 0 5 cm. হইবে তখন গতিশক্তি ও স্থিতিশক্তি কত?

আমরা জানি, মোট শক্তি $=\frac{1}{2}m\omega^2a^2$

গতিশক্তি $=\frac{1}{2}m\omega^2(a^2-x^2)$

এবং স্থিতিশক্তি $=\frac{1}{2}m\omega^2x^2$

এখানে $m=1$ gm.

$a=1$ cm.

$x=0{\cdot}5$ cm.

$\omega=\frac{2\pi}{T}=\frac{2\times3{\cdot}14}{3{\cdot}14}$

$=2$ radian/sec.

$\therefore$ মোট শক্তি $=\frac{1}{2}\times1\times2^2\times1^2=2$ ergs.

গতিশক্তি $=\frac{1}{2}\times1\times2^2(1^2-0{\cdot}5^2)$

$=1{\cdot}50$ ergs

স্থিতিশক্তি $=\frac{1}{2}\times1\times2^2\times0{\cdot}5^2={\cdot}50$ ergs.

প্রশ্নাবলী

1. (i) সরল দোলগতি কাহাকে বলে ? ইহার বৈশিষ্ট্যগুলি বিশেষভাবে উল্লেখ কর।

(ii) প্রমাণ কর যে বৃত্তাকার পথে সমকৌণিক বেগে ঘূর্ণায়মান বস্তুকণা হইতে বৃত্তের ব্যাসের উপর অঙ্কিত লম্বের পাদবিন্দু সরল দোলগতি রচনা করে।

(iii) দশা বলিতে কি বুঝায় ব্যাখ্যা কর।

2. একটি বস্তুকণার সরণ $x=A\sin 2\pi\nu t$ হইলে উহার গতি কি সরল দোলগতি হইবে ? সেক্ষেত্রে সমীকরণের রাশিগুলির অর্থ লিখ। সমীকরণটি সরল দোলগতি প্রকাশ করিলে উহার পর্যায়কাল কত ?

3. আবর্তগতির সাহায্যে কিভাবে সরল দোলগতি প্রকাশ করিবে ? প্রারম্ভিক দশা বলিতে কি বুঝায় ?

একটি বস্তুকণা সরল দোলগতি রচনা করিতেছে, উহার বিস্তার 1 cm. ও পর্যায়কাল 1·57 sec. ; বস্তুকণার সরণ যখন $\sqrt{3}/2$ cm. হইবে তখন উহার গতিবেগ ও ত্বরণ কত ?

[2 cm/sec ; $8\sqrt{3}$ cm/sec^2]

4. (i) একটি সরল দোলগতির লেখচিত্র অঙ্কন কর।

(ii) লৈখিক পদ্ধতিতে (a) একই দশাভুক্ত ও (b) বিপরীত দশাভুক্ত একই কম্পাঙ্কের দুইটি সরল দোলগতির সংযোজন কর।

5. সরল দোলগতির বৈশিষ্ট্য কি ?

প্রমাণ কর সরল দোলগতি শক্তির নিত্যতা সূত্র মানিয়া চলে।

6. পরবশ কম্পন ও অনুনাদ কাহাকে বলে—উদাহরণ সহযোগে আলোচনা কর।

7. একটি সরল দোলগতির পর্যায়কাল 12 secs. এবং বিস্তার 10 cm. ; দোলনপথের প্রান্তীয় বিন্দু হইতে বস্তুকণার যাত্রার 14 secs. পরে উহার দশা এবং সরণ কত হইবে ?

[উঃ $7\pi/3$, 5 cm.]

8. একটি 4 cm. দীর্ঘ রেখায় একটি বিন্দু সরল দোলগতি রচনা করিয়া চলিয়াছে। ঐ রেখার মধ্যবিন্দু অতিক্রম করিবার সময় উহার বেগ 12 cm/sec. হইলে পর্যায়কাল নির্ণয় কর।

[উঃ 1·05 sec. (প্রায়)]

দ্বিতীয় অধ্যায়

তরঙ্গ

(Waves)

2.0. সূচনা ঃ

শব্দ একপ্রকার শক্তি। অতএব শব্দের স্থান হইতে স্থানান্তরে যাওয়ার অর্থ শক্তির স্থানান্তর। এই প্রসঙ্গে উল্লেখ করা প্রয়োজন যে শব্দশক্তি কোন বিশেষ ধরনের শক্তি নয়, উহা কম্পমান উৎসের যান্ত্রিক শক্তি মাত্র এবং শব্দের বিস্তারের অর্থ হইল এই যান্ত্রিক শক্তির বিতরণ। যে-সকল পদ্ধতিতে শক্তি সঞ্চালিত হইতে পারে তাহাদের মধ্যে তরঙ্গের নীতি অন্যতম। শব্দ একস্থান হইতে অন্যস্থানে তরঙ্গের আকারে চলে। সূর্য হইতে আমরা যে-আলো এবং তাপ পাই তাহাও পৃথিবীতে আসে এই তরঙ্গেরই আকারে। তরঙ্গ-চলাচলের জন্য দরকার একটি মাধ্যমের। সকল তরঙ্গেরই কয়েকটি সাধারণ ধর্ম আছে। প্রতিফলন, প্রতিসরণ, ব্যতিচার (interference) প্রভৃতিকে তরঙ্গের সাধারণ ধর্ম বলিয়া অভিহিত করা হয়।

2.1. তরঙ্গ গতি (Wave Motion) ঃ

কোন স্থির জলাশয়ে একটি ঢিল ফেলিলে সেখানে একটি আলোড়নের সৃষ্টি হয়। এই আলোড়ন উৎপত্তিস্থলে সীমাবদ্ধ থাকে না—ক্রমশঃ চারিদিকে ছড়াইয়া পড়ে। ইহাকেই আমরা বলিয়া থাকি জলের ঢেউ বা তরঙ্গ। চোখে দেখিলে মনে হয় বুঝি ঢেউয়ের উৎপত্তিস্থল হইতে জল ঢেউয়ের সঙ্গে চলিয়া আসিতেছে। কিন্তু জলের উপর যে-কোন জায়গায় কোন জিনিস ভাসিতে থাকিলে দেখা যায় উহা একই জায়গায় কেবল উঠানামা করিতেছে। বাতাস কিংবা জলে স্রোত না থাকিলে কেবল তরঙ্গ ঐ ভাসমান বস্তুকে স্থানান্তরিত করিতে পারিবে না ; একই জায়গায় উহার আন্দোলন বা উঠানামা চলিতে থাকিবে। ইহা হইতে তরঙ্গের প্রকৃতি ও ধর্ম সম্বন্ধে আমরা কিছু তথ্য সংগ্রহ করিতে পারি। আন্দোলনের ফলে কোন জলকণাই তাহার সাম্য অবস্থান হইতে পাশে সরিয়া যায় না, কেবল সাম্য অবস্থানকে মধ্যে রাখিয়া উপরে-নীচে পর্যায়গতিতে দুলিতে থাকে। প্রত্যেক জলকণার এই প্রকার গতির ফলে যে-আন্দোলন জলের উপর দিয়া চলিয়া যায় তাহাকেই বলা হয় **তরঙ্গ**। এখানে বিশেষভাবে মনে রাখিতে হইবে যে জলপৃষ্ঠে বিভিন্নস্থানের কণাগুলি সব উঠা-নামা করে বটে, কিন্তু তাহারা সকলে কখনই একসঙ্গে উঠে না বা নামেও না, তাহারা ক্রমান্বয়ে একের পর এক উঠে ও নামে ; অর্থাৎ, তরঙ্গ যখন জলের উপর দিয়া চলিয়া যায় তখন মাধ্যমের প্রতিটি কণা একই ভাবে আন্দোলিত হয়, তবে সকল কণা কখনই একই মুহূর্তে আন্দোলিত হয় না, প্রতিটি

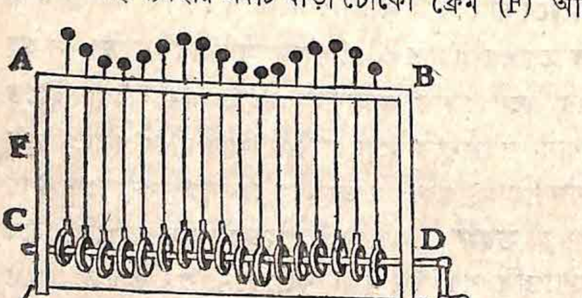
কণা তাহার পূর্ববর্তী কণার কিছু পরে আন্দোলিত হয়। তাহা হইলে তরঙ্গ মাধ্যমের একস্থান হইতে অন্যস্থানে আন্দোলনকে স্থানান্তরিত করে, সুতরাং ইহা দ্বারা শক্তির স্থানান্তর ঘটে ; কিন্তু মাধ্যম স্থানান্তরিত হয় না। কোন শব্দের উৎস যখন কাঁপিতে থাকে তখন উহা বাতাসের মধ্যে আন্দোলন বা পালাক্রমে ঘনীভবন ও তনূভবন সৃষ্টি করে। শব্দ-নিঃসারী উৎসের একটি পূর্ণ কম্পনে বাতাসের মধ্যে একটি আন্দোলন অর্থাৎ একটি ঘনীভবন ও একটি তনূভবন সৃষ্টি হয়। যতক্ষণ উৎস কাঁপিতে থাকে ততক্ষণ পর্যায়ক্রমে ও পালাক্রমে ঘনীভবন ও তনূভবন সৃষ্টি হয় এবং ইহারা তাহাদের পারস্পরিক অবস্থান নির্দিষ্ট রাখিয়া বায়ু-মাধ্যমের মধ্য দিয়া সম্মুখে অগ্রসর হয় ; এই সময় বায়ু-মাধ্যমের কিন্তু স্থানান্তর ঘটে না—তাহা পরীক্ষামূলকভাবে প্রমাণিত হইয়াছে। এইভাবে আন্দোলন বাতাসের এক স্তর হইতে অন্য স্তরে সংবাহিত হইয়া যখন আমাদের কানে পৌছায় তখন আমরা শব্দ শুনিতে পাই। তাহা হইলে, মাধ্যমের মধ্যে শব্দ তরঙ্গের আকারে বিস্তৃতি লাভ করে। কিন্তু মনে রাখিতে হইবে, শব্দ তাই বলিয়া তরঙ্গায়িত পথে যায় না, তবে সময়ের সহিত মাধ্যমের যে-কোন কণার সরণের লেখচিত্র আঁকিলে তরঙ্গের ন্যায় একটি বক্ররেখা পাওয়া যাইবে।

2.2. দুই প্রকার তরঙ্গ (Two types of waves) :

তরঙ্গ দুই প্রকার—(1) **তির্যক তরঙ্গ (Transverse wave)** ও (2) **অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ (Longitudinal wave)**।

(1) **তির্যক তরঙ্গ**—মাধ্যমের কণাগুলি যদি তরঙ্গের গতির অভিমুখের সহিত লম্বভাবে আন্দোলিত হয় তাহা হইলে উহাকে **তির্যক তরঙ্গ** বলে। জলের উপরের তরঙ্গ তির্যক তরঙ্গের দৃষ্টান্ত।

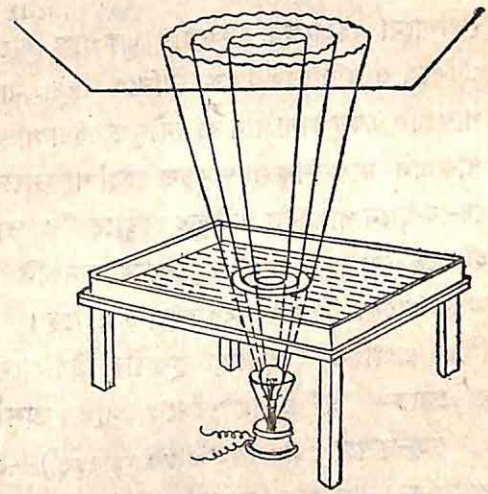
9নং চিত্রে প্রদর্শিত যান্ত্রিক ব্যবস্থার দ্বারা তির্যক তরঙ্গ প্রদর্শন করানো যাইতে পারে। এই ব্যবস্থায় একটি খাড়া চৌকো ফ্রেম (F) আছে। এই ফ্রেমের উপরের অনুভূমিক বাহুতে (AB) সমান সমান দূরত্বে উল্লম্বভাবে কতকগুলি মোটা ছিদ্র থাকে। এই ছিদ্রগুলির এক একটির মধ্য দিয়া এক একটি দণ্ড ঢোকানো হইয়াছে। এই দণ্ডগুলির দৈর্ঘ্য সব সমান এবং প্রত্যেকের মাথায় একটি করিয়া ছোট গোল বল আটকানো আছে।



চিত্র 9

দণ্ডগুলির নিম্নপ্রান্ত এক একটি উৎকেন্দ্রী চাকার সহিত আটকানো হয় ও এই উৎকেন্দ্রী চাকাগুলির ঘূর্ণনের কেন্দ্রমধ্য দিয়া একটি অনুভূমিক দণ্ড (CD) প্রবেশ করানো থাকে এবং এই দণ্ডটিকে হাতলের (H) সাহায্যে ঘোরানো যাইতে পারে। দণ্ডগুলির মাথায় বলগুলির ব্যাস এরূপ যে উহারা প্রায় গায়ে গায়ে লাগিয়া থাকে। এখন হাতলটিকে ক্রমাগত ঘুরাইতে থাকিলে দেখা যাইবে প্রত্যেকটি বল পর্যায়গতিতে উপরে-নীচে উঠা-নামা করিতেছে এবং চিত্রে যেমন দেখানো হইয়াছে ঐ রকম তরঙ্গ-রূপ যে-কোন বল হইতে পরবর্তী বলে ফ্রেমের একপ্রান্ত হইতে অন্য প্রান্তে অগ্রসর হইতেছে। এখানে প্রত্যেকটি বলের গতি তরঙ্গের বিস্তার-রেখার সহিত তির্যক ভাবে ঘটিতেছে বলিয়া এই তরঙ্গ তির্যক তরঙ্গ নামে অভিহিত হয়।

আর একটি সুন্দর ব্যবস্থাদ্বারা জলের উপর তির্যক তরঙ্গের উৎপত্তি ও গতির অভিমুখ দেখানো যাইতে পারে। এই ব্যবস্থায় (10নং চিত্র) চারটি পায়ার উপর বসানো একটি অগভীর চতুষ্কোণ পাত্রে জল আছে। পাত্রটির তলদেশ কাচ অথবা প্লাস্টিকের তৈরী এবং উহাতে $\frac{1}{2}$ ইঞ্চি মত গভীর জল রাখা যায়। পাত্রের তলায় প্রায় 2 ফুট নীচে একটি বিজলী বাতি জ্বালিবার ব্যবস্থা আছে। এই বাতি জ্বালিলে উহা হইতে আলো বাহির হইয়া পাত্রের তলার কাচ অথবা প্লাস্টিকের মধ্য দিয়া পাত্রস্থ জলকে আলোকিত করে। এখন পাত্রের জলে তরঙ্গ সৃষ্টি করিলে ঐ তরঙ্গের ছায়া ঘরে ছাদের নীচে পড়ে। ছায়ার গতি লক্ষ্য করিলে খুব সহজেই জলের উপর তরঙ্গের গতি সম্বন্ধে ধারণা করা যায়। জলের উপর একটি ছোট কালো কাগজ ভাসাইয়া দিলে উহারও একটি সুস্পষ্ট ছায়া পড়িবে, এবং দেখা যাইবে, তরঙ্গের ছায়া গতিশীল হইলেও কাগজের ছায়া স্থির থাকিতেছে। ইহা প্রমাণ করে যে তরঙ্গ যখন যায় তখন মাধ্যমের স্থানান্তর ঘটে না।

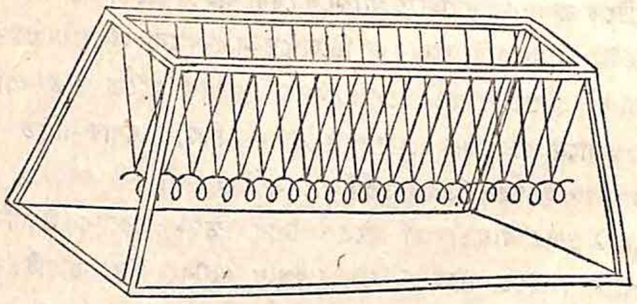


চিত্র 10

(২) **অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ**—মাধ্যমের কণাগুলি যদি তরঙ্গের গতির অভিমুখের সমান্তরালভাবে আন্দোলিত হয় তবে তাহাকে **অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ** বলে। বাতাসে যে-

শব্দতরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। বাতাসের কণাগুলি শব্দের গতির অভিমুখের সহিত সমান্তরালভাবে কম্পিত হইয়া এই তরঙ্গের সৃষ্টি করে।

11নং চিত্রে প্রদর্শিত যান্ত্রিক ব্যবস্থার দ্বারা অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ প্রদর্শন করানো যাইতে পারে। একটি তারের প্যাঁচানো কুণ্ডলীকে সিল্কের সুতার দ্বারা অনুভূমিকভাবে



চিত্র 11

ঝোলানো হইয়াছে। কুণ্ডলীর একপ্রান্ত হাতে ধরিয়া পর্যায়ক্রমে ভিতরের দিকে ঠেলিলে ও বাহিরের দিকে টানিলে দেখা যাইবে কুণ্ডলীর কোন কোন জায়গায় পাকগুলি একটু ঠাসাঠাসি বা ঘনীভূত হইয়া পড়িয়াছে, আবার কোন কোন জায়গায় পাকগুলি ফাঁক ফাঁক বা তনূভূত হইয়া পড়িয়াছে। আরও লক্ষ্য করিলে দেখা যাইবে, যে-যে-স্থানে পাকগুলি ঘনীভূত হইয়াছে ঠিক তাহাদের মাঝখানের পাকগুলি তনূভূত হইয়াছে এবং ঘনীভবন ও তনূভবনের স্থানগুলি স্থির থাকিতেছে না, উহারা কুণ্ডলীর অপর প্রান্তের দিকে অগ্রসর হইয়া চলিয়াছে। এক্ষেত্রে তাহা হইলে আন্দোলন যে-দিকে প্রবাহিত হইতেছে, কুণ্ডলীর উপাদানের কণাগুলিও সেইদিকে যাতায়াত করিতেছে। এই প্রকার তরঙ্গকে বলা হয় **অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ**।

চল-তরঙ্গ (**Progressive wave**)—উপরে যে দুই প্রকার তরঙ্গের কথা আলোচনা করা হইল তাহাদের বলা হয় **চল-তরঙ্গ**; কারণ এই তরঙ্গপ্রসূত কম্পন মাধ্যমের এক কণা হইতে পরবর্তী কণাতে সঞ্চালিত হয় এবং তরঙ্গ একযোগে সম্মুখের দিকে অগ্রসর হয়।

2.3. তরঙ্গ সম্পর্কে কয়েকটি রাশি ঃ

(1) **তরঙ্গের বিস্তার** (**Amplitude of wave**)—মাধ্যমের মধ্য দিয়া যখন কোন তরঙ্গ অগ্রসর হয় তখন মাধ্যমের কণাগুলির কম্পন হয় এবং এই কম্পনের বিস্তারকেই বলে তরঙ্গের বিস্তার।

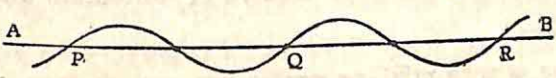
(2) **তরঙ্গের কম্পাঙ্ক** (**Frequency of wave**)—কোন মাধ্যমের মধ্যে যখন কোন তরঙ্গ অগ্রসর হয় তখন মাধ্যমের কোন কণা এক সেকেণ্ডে যতবার পূর্ণ

কম্পন বা দোলন সৃষ্টি করে তাহাকে ঐ তরঙ্গের কম্পাঙ্ক বলে ; এখানে মনে রাখিতে হইবে মাধ্যমের সকল কণার কম্পাঙ্ক সমান ও ইহা তরঙ্গ-সৃষ্টিকারী উৎসের কম্পাঙ্কের সমান। কম্পাঙ্ক সাধারণতঃ n অক্ষর দ্বারা সূচিত করা হয়।

(3) **তরঙ্গের পর্যায়কাল** (**Period of wave**)—তরঙ্গের প্রবাহকালে মাধ্যমের কোন কণা একবার কম্পন সম্পূর্ণ করিতে যে-সময় নেয় তাহাকে তরঙ্গের পর্যায়কাল বলে ; ইহা তরঙ্গ-সৃষ্টিকারী উৎসের পর্যায়কালের সমান। ইহাকে T অক্ষর দ্বারা সূচিত করা হয়।

(4) **দশা** (**Phase**)—যে-কোন মুহূর্তে কোন কম্পমান বস্তুকণার **দশা** ঐ মুহূর্তে কম্পনপথে বস্তুকণার অবস্থান ও গতির অভিমুখ প্রকাশ করে। তরঙ্গ প্রবাহকালে দুই বা ততোধিক বস্তুকণা একইভাবে চলিতে থাকিলে বলা হয় তাহাদের দশা সমান; অর্থাৎ যে-সকল বস্তুকণা কোন এক মুহূর্তে তাহাদের স্থির অবস্থান হইতে একই দূরত্বে অবস্থিত হইয়া একই অভিমুখে চলিতে থাকে তাহাদের দশা সমান বলা হয়।

(5) **তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য** (**Wave length**)—কোন তরঙ্গ তাহার পর্যায়কালের সমান সময়ে যতদূর অগ্রসর হয় তাহাকে উহার **তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য** বলে। ইহাকে λ অক্ষর দ্বারা



$PQ=QR=\lambda$

চিত্র 12

সূচিত করা হয়। মনে করা যাক, একটি তরঙ্গ AB-অভিমুখে (12নং চিত্র) অগ্রসর হইতেছে, ঐ তরঙ্গের পর্যায়কাল T এবং T-সময়ে তরঙ্গ P হইতে Q-তে পৌঁছাইল বা PQ হইল তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য λ। তরঙ্গ যখন P-তে পৌঁছায় তখন ঐ বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুকণা আন্দোলিত হয় ও কাঁপিতে শুরু করে ; P-বিন্দুতে বস্তুকণা যখন একটি কম্পন সম্পূর্ণ করে তখন তরঙ্গ Q-তে পৌঁছায় ও Q-তে অবস্থিত বস্তুকণা তখন আন্দোলিত হয় ও কাঁপিতে শুরু করে। তাহা হইলে Q-তে অবস্থিত বস্তুকণার কম্পন যখন শুরু হইল সেই মুহূর্তে P-তে অবস্থিত বস্তুকণা একবার কম্পন সম্পূর্ণ করিয়া দ্বিতীয়বার কম্পন শুরু করে। AB-অভিমুখে আর একটি বিন্দু R এরূপ অবস্থানে লওয়া যাক যে $\lambda=PQ=QR$। তাহা হইলে P-তে অবস্থিত বস্তুকণা যখন দুইটি কম্পন সম্পূর্ণ করে সেই সময়ে তরঙ্গ P হইতে R-বিন্দুতে পৌঁছায়। অতএব তরঙ্গের প্রবাহকালে P, Q, R বিন্দুতে অবস্থিত বস্তুকণাগুলির অবস্থান ও গতির অভিমুখ সর্বদা একই হইবে বা ঐ বিন্দুগুলিতে অবস্থিত বস্তুকণাগুলির দশা সমান। তাহা হইলে বলা যায়, **মাধ্যমের মধ্যে তরঙ্গের প্রবাহকালে পর পর যে-দুইটি বস্তুকণার দশা**

সমান তাহাদের মধ্যে দূরত্বই হইল তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য। নাম হইতেই এইবার ইঙ্গিত পাওয়া যাইতেছে, চল-তরঙ্গ হইল সেই তরঙ্গ যাহা সম্মুখভাগে অগ্রসর হয়। তরঙ্গের প্রবাহকালে মাধ্যমের বিভিন্ন কণার সরণ, গতিবেগ ইত্যাদি একইভাবে পর্যায়ক্রমে পরিবর্তিত হয়।

2.4. তরঙ্গের বেগ, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের পারস্পরিক সম্পর্ক ঃ

মনে করা যাক, কোন তরঙ্গের বেগ $=V$, তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য $=\lambda$ এবং পর্যায়কাল $=T$; সংজ্ঞানুসারে T সময়ে তরঙ্গ λ দূরত্ব অতিক্রম করিবে। সুতরাং

$$\lambda = V.T \;;\; \text{বা } V = \frac{\lambda}{T}$$

$$\text{কিন্তু } n = \frac{1}{T}\;;\; \text{সুতরাং } V = \frac{\lambda}{T} = n\lambda \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad (1)$$

$\therefore\; V = n\lambda$, যখন $n =$ কম্পাঙ্ক

অর্থাৎ **তরঙ্গের বেগ = কম্পাঙ্ক × তরঙ্গের দৈর্ঘ্য**

2.5. তরঙ্গের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ (Reflection and Refraction of waves) ঃ

শব্দ তরঙ্গের আকারে চারিদিকে ছড়াইয়া পড়ে এবং এই তরঙ্গ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ। আলোও একপ্রকার শক্তি এবং হাইগেন্সের তরঙ্গ-তত্ত্ব অনুযায়ী আলোও তরঙ্গের আকারে চারিদিকে অগ্রসর হয়। তবে আলোক-তরঙ্গ তির্যক তরঙ্গ। আলো এবং শব্দ উভয়েই উপযুক্ত প্রতিফলক হইতে প্রতিফলিত হয়; আবার দুইটি মাধ্যমের বিভেদতলে উহারা প্রতিসৃতও হয়। ইহা হইতে বলা যায়, তরঙ্গ উপযুক্ত প্রতিফলক হইতে প্রতিফলিত ও বিভেদতলে প্রতিসৃত হইতে পারে। এখন প্রতিফলক এবং বিভেদতল কিরূপ হইলে প্রতিফলন ও প্রতিসরণ ঘটিবে তাহা তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের উপর নির্ভর করে। আলোর তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য খুব ছোট এবং শব্দের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য অনেক বড়। এইজন্যই আলোর প্রতিফলন কিংবা প্রতিসরণের জন্য প্রতিফলক কিংবা বিভেদতলকে অত্যন্ত মসৃণ হওয়া দরকার; শব্দের ক্ষেত্রে প্রতিফলককে অথবা বিভেদ-তলকে অত মসৃণ না হইলেও চলে।

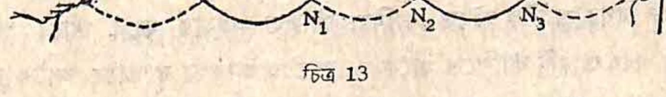
2.6. তরঙ্গের উপরিপাতন ও স্থাণুতরঙ্গের উৎপত্তি (Superposition of waves and formation of stationary waves) ঃ

যখন দুই বা ততোধিক তরঙ্গ একযোগে কোন মাধ্যমের একই এলাকার মধ্য দিয়া যায় তখন কোন বিন্দুতে লব্ধি-আন্দোলন ঐ বিন্দুতে পৃথক পৃথক তরঙ্গের দ্বারা সৃষ্ট

আন্দোলনের যোগফলের সমান। ইহাকেই বলে **তরঙ্গের উপরিপাতনের নীতি** (Principle of superposition of waves)।

কাজেই দুইটি তরঙ্গ কোন স্থানে একই দশায় মিলিত হইলে সেখানে মিলিত আন্দোলন বেশী হইবে এবং বিপরীত দশায় মিলিত হইলে মিলিত আন্দোলন কম হইবে ; তরঙ্গ দুইটির বিস্তার যদি সমান হয় সেক্ষেত্রে উহাদের বিপরীত দশায় মিলনের ফলে আন্দোলন বিলুপ্ত হইবে। এই ঘটনাকে বলে **তরঙ্গের ব্যতিচার** (Interference of waves)। দুইটি সমান অথবা প্রায় সমান বিস্তারবিশিষ্ট শব্দ-তরঙ্গের একটি অপরটির উপর পতিত হইলে যে-যে-স্থানে তাহারা একই দশায় পৌছায় সেখানে তাহাদের মিলনের ফলে শব্দের তীব্রতা বৃদ্ধি পায় এবং যে-যে-স্থানে তাহারা বিপরীত দশায় পৌছায় সেখানে শব্দ থামিয়া যায়। এই ঘটনাকে বলা হয় **শব্দ-তরঙ্গের ব্যতিচার** (Interference of sound waves)। যখন দুইটি হুবহু একই প্রকার শব্দ-তরঙ্গ একই রেখায় বিপরীত দিকে অগ্রসর হয় তখন **স্থাণুতরঙ্গের** (stationary wave) উৎপত্তি হয় এবং এই স্থাণুতরঙ্গই হইল ব্যতিচার নামক দৃশ্যের একটি সরল, সাধারণ ও সুন্দর উদাহরণ।

স্থাণুতরঙ্গ সম্বন্ধে সঠিক কিছু ধারণা করিতে হইলে মনে করা যাক, একটি তারের একপ্রান্ত দেওয়ালে কোন অবলম্বনের সহিত বাঁধিয়া অপরপ্রান্ত হাতে ধরিয়া উহাকে টান টান করিয়া রাখা হইয়াছে। এইবার তারটিকে আর একটু টানিয়া শিথিল করিলে কিংবা উহার দৈর্ঘ্যের আড়াআড়ি আঘাত করিলে, উহাতে তির্যক কম্পনের ফলে তরঙ্গের সৃষ্টি হয়। এই তরঙ্গ তারের আবদ্ধ প্রান্তে প্রতিফলিত হইয়া ফিরিয়া আসে।



চিত্র 13

সম্মুখগামী তরঙ্গের সহিত এই প্রতিফলিত তরঙ্গের মিলনে স্থাণুতরঙ্গের উৎপত্তি হইয়া থাকে ও এই স্থাণুতরঙ্গের জন্যই তারের কম্পন স্থায়ী হয়। এই সময় দেখা যায় তারের কোন কোন বিন্দু একেবারেই কাঁপিতেছে না এবং কোন কোন বিন্দুর কম্পন সর্বাপেক্ষা অধিক। 13নং চিত্রে ঐ রকম একটি তারে স্থাণুতরঙ্গ দেখানো হইয়াছে। স্থাণুতরঙ্গের $N_1, N_2, N_3, \cdots\cdots$প্রভৃতি বিন্দুতে কোন কম্পন নাই এবং $A_1, A_2, A_3, \ldots$প্রভৃতি বিন্দুতে কম্পন সর্বাধিক। এতদ্‌ব্যতীত তারের N_1N_2, $N_2N_3, \cdots\cdots$প্রভৃতি অংশগুলি একযোগে তরঙ্গের আকারে উঠানামা করিতেছে এবং ঐ তরঙ্গ একস্থান হইতে অন্যস্থানে সঞ্চালিত হইতেছে না ; যে-অঞ্চলে এই তরঙ্গের

উৎপত্তি হইতেছে সেইখানেই উহা অবরুদ্ধ হইয়া পড়িতেছে। এই তরঙ্গকে **স্থাণুতরঙ্গ** (stationary wave) বা **দণ্ডায়মান তরঙ্গ** (standing wave) বলা হয়।

N_1, N_2, ……বিন্দুগুলি যাহাদের কোন কম্পন নাই—তাহাদের বলা হয় **নিস্পন্দ বিন্দু** (Nodes) এবং A_1, A_2, ……প্রভৃতি সর্বাধিক কম্পমান বিন্দুগুলিকে বলা হয় **সুস্পন্দ বিন্দু** (Antinodes)। দুইটি পর পর নিস্পন্দ বিন্দু বা পর পর সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের অর্ধেক। অর্থাৎ $N_1N_2 = A_1A_2 = \lambda/2$.

স্থাণুতরঙ্গের বৈশিষ্ট্য হিসাবে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি মনে রাখিতে হইবে:— (i) স্থাণুতরঙ্গে মাধ্যমের বিভিন্ন বিন্দুতে কম্পনের বিস্তার বিভিন্ন; যে-বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক তাহাকে বলা হয় সুস্পন্দ বিন্দু। কতকগুলি বিন্দুতে মাধ্যমের কণার একেবারেই কোন কম্পন হয় না; তাহাদের বলা হয় নিস্পন্দ বিন্দু। (ii) পর পর যে-কোন দুইটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যস্থিত সকল কণার একযোগে একই দিকে সরণ হয়; অর্থাৎ, পর পর দুইটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে সকল কণার দশা সমান। (iii) নিস্পন্দ বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বের কণাগুলির একযোগে বিপরীত দিকে সরণ হয়; অর্থাৎ, নিস্পন্দ বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বের কণাগুলির দশা বিপরীত।

2.7. তারের তির্যক কম্পন (Transverse vibration of string):

একটি টান টান করা তারের দুই প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকাইয়া উহার মধ্যস্থল দৈর্ঘ্যের আড়াতাড়িভাবে টানিয়া ছাড়িয়া দিলে তির্যক কম্পন সৃষ্টি হইবে এবং তাহার ফলে তির্যক তরঙ্গ দুই প্রান্তের দিকে তার-বরাবর প্রবাহিত হইবে। এই তরঙ্গদ্বয় বদ্ধপ্রান্ত হইতে প্রতিফলিত হইয়া বিপরীত দিক হইতে অগ্রসর হইয়া মাঝ-বরাবর পরস্পরকে অতিক্রম করে এবং পুনরায় বদ্ধপ্রান্ত হইতে প্রতিফলিত হয়। এইভাবে দুইটি একই প্রকার তরঙ্গ বিপরীত দিক হইতে আসিয়া মিলিত হইবার ফলে তারে স্থাণুতরঙ্গের উৎপত্তি হয় এবং তারটি কাঁপিতে থাকে। তারের প্রান্তদ্বয় দৃঢ়ভাবে আটকানো থাকায় উহারা সর্বদা স্থির থাকিবে বা উহারা নিস্পন্দ বিন্দু হইবে। যদি তারের মধ্যস্থলে কেবলমাত্র একটি সুস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হয়, অর্থাৎ তারটি একযোগে উপরে-নীচে উঠা-নামা করে তবে এই প্রকার কম্পনে যে-সুর বাহির হয় তাহাকে ঐ তারের **মূল-সুর** (Fundamental tone) বলে। তারের দৈর্ঘ্য $= l$, তারের টান $= T$ এবং তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর $= m$ হইলে উহার তির্যক কম্পনে যে-মূলসুর উৎপন্ন হয় তাহার কম্পাঙ্ক n নিম্নের সমীকরণ অনুযায়ী হইবে—

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$$

আবার তারের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধ r এবং উহার উপাদানের ঘনত্ব ρ হইলে,

$$m=\pi r^2 \rho \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

$$\therefore \; n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\pi r^2 \rho}}=\frac{1}{2lr}\sqrt{\frac{T}{\pi \rho}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

2.8. তারের তির্যক কম্পনের নিয়মাবলী (Laws of transverse vibration of string) ঃ

প্রান্তদ্বয় দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ এবং টান টান করা তারে তির্যক কম্পন সৃষ্টি হইলে যে-মূলস্বর উৎপন্ন হয় তাহার কম্পাঙ্ক নিম্নোক্ত নিয়মগুলির দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয় ঃ—

(i) **দৈর্ঘ্যের নিয়ম (Law of length)**—কোন তারের টান (T) ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (m) অপরিবর্তিত থাকিলে ঐ তারের তির্যক কম্পনের কম্পাঙ্ক উহার দৈর্ঘ্যের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ T ও m অপরিবর্তিত বা নির্দিষ্ট থাকিলে, $n \propto \frac{1}{l}$.

(ii) **টানের নিয়ম (Law of tension)**—কোন তারের দৈর্ঘ্য (l) ও উহার প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (m) অপরিবর্তিত থাকিলে ঐ তারের তির্যক কম্পনের কম্পাঙ্ক টানের বর্গমূলের সহিত সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ l ও m অপরিবর্তিত থাকিলে, $n \propto \sqrt{T}$.

(iii) **ভরের নিয়ম (Law of mass)**—তারের টান (T) ও দৈর্ঘ্য (l) পরিবর্তন না করিলে তারের তির্যক কম্পনের কম্পাঙ্ক উহার প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভরের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ, T ও l অপরিবর্তিত থাকিলে, $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$.

2.9. তারের তির্যক কম্পনের নিয়মগুলির সত্যতা পরীক্ষা (Experimental verification of the laws of transverse vibration of string) ঃ

সনোমিটার নামক যন্ত্রের সাহায্যে তারের তির্যক কম্পনের নিয়মগুলির সত্যতা প্রমাণ করা যায়। এই যন্ত্রে এক মিটারের কিছু বেশী লম্বা একটি দীর্ঘ ফাঁপা আয়তাকার কাঠের বাক্স (B) থাকে (14নং চিত্র)। বাক্সের উপর একপ্রান্তে একটি পেরেক (A) বসানো থাকে ও অপরপ্রান্তে বাক্সের পাশে একটি মসৃণ কপিকল (P) লাগানো থাকে। একটি সরু তারের একপ্রান্ত ঐ পেরেকে বাঁধিয়া তারটিকে কপিকলের গা বাহিয়া রাখিয়া তারের অপরপ্রান্ত হইতে একটি হুক (H) ঝুলাইয়া দেওয়া হয়। এই হুকের উপর বিভিন্ন ওজন চাপাইয়া তারের টান হ্রাস-বৃদ্ধি করা যায়। তারের সমান্তরাল

উৎপত্তি হইতেছে সেইখানেই উহা অবরুদ্ধ হইয়া পড়িতেছে। এই তরঙ্গকে **স্থাণুতরঙ্গ** (stationary wave) বা **দণ্ডায়মান তরঙ্গ** (standing wave) বলা হয়।

N_1, N_2, ……বিন্দুগুলি যাহাদের কোন কম্পন নাই—তাহাদের বলা হয় **নিস্পন্দ বিন্দু** (Nodes) এবং A_1, A_2, ……প্রভৃতি সর্বাধিক কম্পমান বিন্দুগুলিকে বলা হয় **সুস্পন্দ বিন্দু** (Antinodes)। দুইটি পর পর নিস্পন্দ বিন্দু বা পর পর সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের অর্ধেক। অর্থাৎ $N_1N_2 = A_1A_2 = \lambda/2$.

স্থাণুতরঙ্গের বৈশিষ্ট্য হিসাবে নিম্নলিখিত বিষয়গুলি মনে রাখিতে হইবে :— (i) স্থাণুতরঙ্গে মাধ্যমের বিভিন্ন বিন্দুতে কম্পনের বিস্তার বিভিন্ন ; যে-বিন্দুতে বিস্তার সর্বাধিক তাহাকে বলা হয় সুস্পন্দ বিন্দু। কতকগুলি বিন্দুতে মাধ্যমের কণার একেবারেই কোন কম্পন হয় না ; তাহাদের বলা হয় নিস্পন্দ বিন্দু। (ii) পর পর যে-কোন দুইটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যস্থিত সকল কণার একযোগে একই দিকে সরণ হয় ; অর্থাৎ, পর পর দুইটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে সকল কণার দশা সমান। (iii) নিস্পন্দ বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বের কণাগুলির একযোগে বিপরীত দিকে সরণ হয় ; অর্থাৎ, নিস্পন্দ বিন্দুর বিপরীত পার্শ্বের কণাগুলির দশা বিপরীত।

2.7. তারের তির্যক কম্পন (Transverse vibration of string) ঃ

একটি টান টান করা তারের দুই প্রান্ত দৃঢ়ভাবে আটকাইয়া উহার মধ্যস্থল দৈর্ঘ্যের আড়াতাড়িভাবে টানিয়া ছাড়িয়া দিলে তির্যক কম্পন সৃষ্টি হইবে এবং তাহার ফলে তির্যক তরঙ্গ দুই প্রান্তের দিকে তার-বরাবর প্রবাহিত হইবে। এই তরঙ্গদ্বয় বদ্ধপ্রান্ত হইতে প্রতিফলিত হইয়া বিপরীত দিক হইতে অগ্রসর হইয়া মাঝ-বরাবর পরস্পরকে অতিক্রম করে এবং পুনরায় বদ্ধপ্রান্ত হইতে প্রতিফলিত হয়। এইভাবে দুইটি একই প্রকার তরঙ্গ বিপরীত দিক হইতে আসিয়া মিলিত হইবার ফলে তারে স্থাণুতরঙ্গের উৎপত্তি হয় এবং তারটি কাঁপিতে থাকে। তারের প্রান্তদ্বয় দৃঢ়ভাবে আটকানো থাকায় উহারা সর্বদা স্থির থাকিবে বা উহারা নিস্পন্দ বিন্দু হইবে। যদি তারের মধ্যস্থলে কেবলমাত্র একটি সুস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হয়, অর্থাৎ তারটি একযোগে উপরে-নীচে উঠা-নামা করে তবে এই প্রকার কম্পনে যে-স্বর বাহির হয় তাহাকে ঐ তারের **মূল-স্বর** (Fundamental tone) বলে। তারের দৈর্ঘ্য $= l$, তারের টান $=$ T এবং তারের প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর $= m$ হইলে উহার তির্যক কম্পনে যে-মূলস্বর উৎপন্ন হয় তাহার কম্পাঙ্ক n নিম্নের সমীকরণ অনুযায়ী হইবে—

$$n = \frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad (2)$$

আবার তারের প্রস্থচ্ছেদের ব্যাসার্ধ r এবং উহার উপাদানের ঘনত্ব ρ হইলে,

$$m=\pi r^2\rho \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (3)$$

$$\therefore \; n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{\pi r^2\rho}}=\frac{1}{2lr}\sqrt{\frac{T}{\pi\rho}} \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad (4)$$

2.8. তারের তির্যক কম্পনের নিয়মাবলী (Laws of transverse vibration of string) ঃ

প্রান্তদ্বয় দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ এবং টান টান করা তারে তির্যক কম্পন সৃষ্টি হইলে যে-মূলস্বর উৎপন্ন হয় তাহার কম্পাঙ্ক নিম্নোক্ত নিয়মগুলির দ্বারা নিয়ন্ত্রিত হয় ঃ—

(i) **দৈর্ঘ্যের নিয়ম (Law of length)**—কোন তারের টান (T) ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (m) অপরিবর্তিত থাকিলে ঐ তারের তির্যক কম্পনের কম্পাঙ্ক উহার দৈর্ঘ্যের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ T ও m অপরিবর্তিত বা নির্দিষ্ট থাকিলে, $n \propto \frac{1}{l}$.

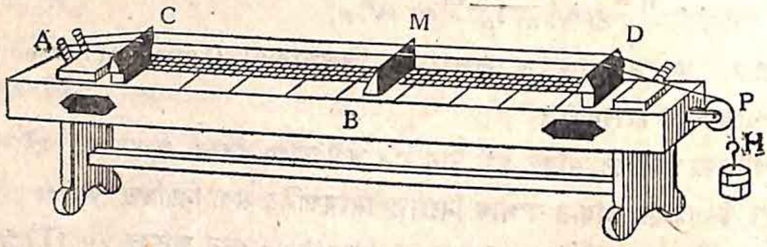
(ii) **টানের নিয়ম (Law of tension)**—কোন তারের দৈর্ঘ্য (l) ও উহার প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর (m) অপরিবর্তিত থাকিলে ঐ তারের তির্যক কম্পনের কম্পাঙ্ক টানের বর্গমূলের সহিত সমানুপাতে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ l ও m অপরিবর্তিত থাকিলে, $n \propto \sqrt{T}$.

(*iii*) **ভরের নিয়ম (Law of mass)**—তারের টান (T) ও দৈর্ঘ্য (l) পরিবর্তন না করিলে তারের তির্যক কম্পনের কম্পাঙ্ক উহার প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভরের বর্গমূলের ব্যস্তানুপাতে পরিবর্তিত হয়। অর্থাৎ, T ও l অপরিবর্তিত থাকিলে, $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$.

2.9. তারের তির্যক কম্পনের নিয়মগুলির সত্যতা পরীক্ষা (Experimental verification of the laws of transverse vibration of string) ঃ

সনোমিটার নামক যন্ত্রের সাহায্যে তারের তির্যক কম্পনের নিয়মগুলির সত্যতা প্রমাণ করা যায়। এই যন্ত্রে এক মিটারের কিছু বেশী লম্বা একটি দীর্ঘ ফাঁপা আয়তাকার কাঠের বাক্স (B) থাকে (14নং চিত্র)। বাক্সের উপর একপ্রান্তে একটি পেরেক (A) বসানো থাকে ও অপরপ্রান্তে বাক্সের পাশে একটি মসৃণ কপিকল (P) লাগানো থাকে। একটি সরু তারের একপ্রান্ত ঐ পেরেকে বাঁধিয়া তারটিকে কপিকলের গা বাহিয়া রাখিয়া তারের অপরপ্রান্ত হইতে একটি হুক (H) ঝুলাইয়া দেওয়া হয়। এই হুকের উপর বিভিন্ন ওজন চাপাইয়া তারের টান হ্রাস-বৃদ্ধি করা যায়। তারের সমান্তরাল

ভাবে বাক্সের উপর একটি স্কেলও লাগানো থাকে। তারের নীচে এবং উহার সংস্পর্শে দুইটি ধাতব অথবা কাঠের স্থির (fixed) সেতু (C ও D) বসানো থাকে। কম্পমান তারের দৈর্ঘ্য কম-বেশী করিবার জন্য স্থির সেতু দুইটির মাঝখানে একটি সঞ্চরণশীল



চিত্র 14

(movable) সেতু (M) বসানো থাকে। ইহাকে ইচ্ছামত সরানো যায়। কপিকলের নিকটবর্তী স্থির সেতু (D) হইতে সঞ্চরণশীল সেতুটিকে (M) একটি নির্দিষ্ট ব্যবধানে রাখিয়া উহাদের মধ্যবর্তী অংশের তারকে কাঁপাইলে উহাদের অন্তর্বর্তী দূরত্বই (MD) হইবে তারের কার্যকর দৈর্ঘ্য।

(1) **দৈর্ঘ্যের নিয়মের সত্যতা পরীক্ষা**—সনোমিটার তার হইতে ঝুলন্ত হুকের উপর ওজন বসাইয়া তারের উপর উপযুক্ত টান প্রয়োগ করা হইল। এইবার, যাহাদের কম্পাঙ্ক জানা আছে এইরূপ কয়েকটি সুরশলাকা লওয়া হইল। ধরা যাক, এই সুরশলাকাগুলির কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_1, n_2, n_3,……ইত্যাদি। প্রথম সুরশলাকাটিকে রবারের হাতুড়ি দ্বারা আঘাত করিয়া কাঁপানো হইল এবং সঞ্চরণশীল সেতুর অবস্থান পরিবর্তন করিয়া সনোমিটার তারের কার্যকর দৈর্ঘ্য এরূপভাবে নির্দিষ্ট করা হইল যাহাতে কার্যকর দৈর্ঘ্যের মধ্যস্থল টানিয়া ছাড়িয়া দিলে উহা হইতে নির্গত সুরের সহিত শলাকা হইতে নির্গত সুরের পর্দার-মিল বা ধ্বনি-সমন্বয় (unison) ঘটে। ধরা যাক, তারের কার্যকর দৈর্ঘ্য হইল l_1; এই অবস্থায় ঐ সুরশলাকার কম্পাঙ্ক n_1 এবং ঐ তারের l_1 দৈর্ঘ্যের মূলসুরের কম্পাঙ্ক সমান। n_2, n_3, ····প্রভৃতি কম্পাঙ্কের অন্যান্য সুরশলাকাগুলিকে লইয়া একইভাবে তারের কার্যকর দৈর্ঘ্য l_2, l_3, ····নির্ণয় করা যাইতে পারে। এইভাবে পরীক্ষা করিলে দেখা যাইবে, $n_1 l_1 = n_2 l_2 = n_3 l_3 = \cdots\cdots$ইত্যাদি। অর্থাৎ, $nl =$ ধ্রুবক—ইহা দৈর্ঘ্যের নিয়মের সত্যতা প্রমাণ করে।

(2) **টানের নিয়মের সত্যতা পরীক্ষা**—সনোমিটার তারের পাশে আর একটি তার হুবহু একইভাবে আটকানো হইল। প্রথম তারটিকে পরীক্ষাধীন তার (experimental wire) ও দ্বিতীয়টিকে নির্দেশক তার (reference wire) বলা যাইতে পারে। সঞ্চরণশীল সেতুর দ্বারা পরীক্ষাধীন তারের একটি যে-কোন কার্যকর

দৈর্ঘ্য স্থির করিয়া উহাতে T_1 টান প্রয়োগ করা হইল। নির্দেশক তারেও একটি যে-কোন নির্দিষ্ট টান প্রয়োগ করা হইল। এখন পরীক্ষাধীন তারের পূর্বনির্দিষ্ট কার্যকর দৈর্ঘ্যের স্বরের সহিত নির্দেশক তারের কত দৈর্ঘ্য হইতে নির্গত স্বরের ধ্বনি-সমন্বয় ঘটে তাহা নির্ণয় করা হইল। মনে করা যাক, নির্দেশক তারের এই দৈর্ঘ্য $= l_1$; এইবার নির্দেশক তারের টান অপরিবর্তিত রাখিয়া পরীক্ষাধীন তারের টান বদলাইয়া T_2 করা হইল। ইহার ফলে পরীক্ষাধীন তারের পূর্বনির্দিষ্ট দৈর্ঘ্য হইতে নির্গত স্বর বদলাইয়া যাইবে। পুনরায় নির্দেশক তারের দৈর্ঘ্য l_2 নির্ণয় করা হইল, যাহার স্বর ও পরীক্ষাধীন তারের পরিবর্তিত স্বরের ধ্বনি-সমন্বয় ঘটে। এইরূপ পরীক্ষা করিলে দেখা যাইবে, $\frac{l_1^2}{l_2^2} = \frac{T_1}{T_2}$.

প্রথম ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে নির্দেশক তারের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_1 ও n_2 হইলে দৈর্ঘ্যের নিয়ম অনুযায়ী $\frac{n_1}{n_2} = \frac{l_2}{l_1}$ কারণ ঐ তারের টান অপরিবর্তিত থাকিতেছে। যেহেতু নির্দেশক তার ও পরীক্ষাধীন তার হইতে নির্গত স্বরের ধ্বনি-সমন্বয় ঘটিয়াছে, অতএব n_1 ও n_2 যথাক্রমে T_1 ও T_2 টানে পরীক্ষাধীন তারের কার্যকর দৈর্ঘ্যের কম্পাঙ্ক। কাজেই $\frac{n_1^2}{n_2^2} = \frac{l_2^2}{l_1^2} = \frac{T_2}{T_1}$; অথবা $n \propto \sqrt{T}$—ইহাই টানের নিয়ম।

(3) **ভরের নিয়মের সত্যতা পরীক্ষা**—যাহাদের একক দৈর্ঘ্যের ভর অসমান এইরূপ দুইটি পরীক্ষাধীন তার লওয়া হইল। প্রথম তারটি, যাহার একক দৈর্ঘ্যের ভর $= m_1$, সেই তারটিকে নির্দেশক তারের পাশে উপযুক্ত ওজন সাহায্যে টান টান করিয়া আটকানো হইল। এইবার এই তারটির যে-কোন একটি দৈর্ঘ্যের জন্য নির্দেশক তারের দৈর্ঘ্য l_1 নির্ণয় করা হইল যাহাতে উভয় তার হইতে নির্গত স্বর দুইটির ধ্বনি-সমন্বয় ঘটে। তারপর প্রথম পরীক্ষাধীন তারটিকে দ্বিতীয় পরীক্ষাধীন তারটির দ্বারা প্রতিস্থাপিত করিয়া উহাতেও একই টান প্রয়োগ করা হইল। দ্বিতীয় তার হইতে প্রথম তারের সমান দৈর্ঘ্য লইয়া পুনরায় নির্দেশক তারের দৈর্ঘ্য l_2 নির্ণয় করা হইল যাহাতে উভয় তার হইতে নির্গত স্বরের ধ্বনি-সমন্বয় ঘটে। তারপর পরীক্ষাধীন তার দুইটির দৈর্ঘ্য ও ভর নির্ণয় করিয়া উহাদের প্রত্যেকের একক দৈর্ঘ্যের ভর m_1 ও m_2 নির্ণয় করা হইল। এই পরীক্ষার ফলে দেখা যাইবে, $\frac{l_1^2}{l_2^2} = \frac{m_1}{m_2}$.

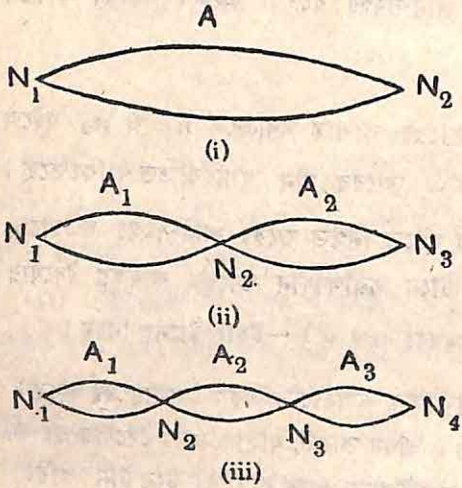
ধরা যাক, প্রথম ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে নির্দেশক তারের কম্পাঙ্ক যথাক্রমে n_1 ও n_2 এবং যেহেতু পরীক্ষাধীন তার দুইটি হইতে নির্গত স্বর ও নির্দেশক তার হইতে নির্গত স্বরের ধ্বনি-সমন্বয় ঘটিয়াছে, কাজেই $\frac{n_1}{n_2} = \frac{l_2}{l_1}$.

তাহা হইলে, $\frac{n_1^2}{n_2^2}=\frac{m_2}{m_1}$;

অর্থাৎ, $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$—ইহাই ভরের নিয়ম।

2.10. টান টান করা তারের উপস্বর (Overtones in a stretched string) :

প্রান্তদ্বয়ে দৃঢ়ভাবে আবদ্ধ কোন টান টান করা তার বিভিন্ন প্রণালীতে কাঁপিতে পারে। তারটি যখন একযোগে উপরে-নীচে উঠানামা করে তখনই উহা সবচাইতে সরল প্রণালীতে কাঁপে। তারটির মধ্যস্থল টানিয়া ছাড়িয়া দিলে এই প্রকার কম্পন সৃষ্টি হয়। এইরূপ ক্ষেত্রে আবদ্ধ প্রান্তদ্বয়ে দুইটি নিস্পন্দ বিন্দু (N_1, N_2) এবং মাঝখানে একটি সুস্পন্দ বিন্দুর (A) সৃষ্টি হইবে [15নং (i) চিত্র]; এক্ষেত্রে তারটির দৈর্ঘ্য $l = \lambda/2$.



চিত্র 15

সুতরাং, $n_1=\frac{V}{\lambda}=\frac{V}{2l}$.

আবার তারটি অন্যান্য ভাবেও কাঁপিতে পারে। যেমন, তারের মধ্যস্থল এক হাতে দুই আঙ্গুলের মধ্যে শিথিলভাবে স্পর্শ করিয়া (অর্থাৎ ঐ স্থানে একটি নিস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি করিয়া) প্রান্ত হইতে দৈর্ঘ্যের এক-চতুর্থাংশ দূরে তারটিকে সামান্য টানিয়া ছাড়িয়া দিলে তারটি দুইটি বৃত্তাংশে [15নং (ii), চিত্র] কাঁপিতে থাকিবে; এই রকম কম্পনে তিনটি নিস্পন্দ বিন্দু এবং দুইটি সুস্পন্দ বিন্দুর সৃষ্টি হইবে। এক্ষেত্রে

$$\frac{l}{2}=\frac{\lambda}{2}, \text{ বা } l=\lambda;$$

সুতরাং, $n_2=\frac{V}{\lambda}=\frac{V}{l}$

বা, $n_2=2n_1$

আবার তারের যে-কোন প্রান্ত হইতে উহার দৈর্ঘ্যের এক-তৃতীয়াংশ দূরে শিথিল ভাবে স্পর্শ করিয়া ছোট অংশটির মধ্যস্থল টানিয়া ছাড়িয়া দিলে তারটি তিনটি বৃত্তাংশে কাঁপিতে থাকিবে [15নং (iii) চিত্র]। সেক্ষেত্রে

$$\frac{l}{3}=\frac{\lambda}{2}, \quad \text{বা} \quad \lambda=\frac{2}{3}l\,;$$

$$\text{সুতরাং,} \quad n_3=\frac{V}{\lambda}=3\frac{V}{2l}$$

$$\text{বা,} \quad n_3=3.n_1$$

এইভাবে তারটিকে চার, পাঁচ, ছয়,...... ইত্যাদি বৃত্তাংশে কাঁপানো যায়। তারটি যখন একযোগে উঠানামা করে বা একটিমাত্র বৃত্তাংশে কাঁপিতে থাকে তখন যে-স্বর নির্গত হয় তাহাকে **মূলস্বর** (Fundamental tone) বা **প্রথম সমমেল** (First harmonic) বলে ; আর তারটি যখন একাধিক বৃত্তাংশে কাঁপিতে থাকে তখন যে-স্বর নির্গত হয় তাহাদের **উপস্বর** (Overtones) বলে। $n_2=2n_1$ কম্পাঙ্কের উপস্বরকে বলা হয় **মূলস্বরের অষ্টক** (Octave of the fundamental) বা **দ্বিতীয় সমমেল** (Second harmonic) ; $n_3, n_4,$......ইত্যাদি কম্পাঙ্কের উপস্বরগুলিকে যথাক্রমে বলা হয় তৃতীয়, চতুর্থ,......সমমেল।

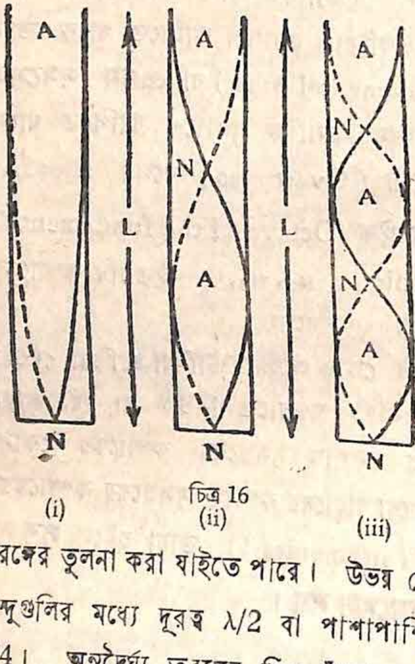
আবার তারটিকে যদি এলোমেলোভাবে কোন জায়গায় টানিয়া ছাড়িয়া দেওয়া হয় যাহাতে তারের অংশ দুইটি কোন নির্দিষ্ট অনুপাতে বিভক্ত না হয়, তাহা হইলে যে-উপস্বর নির্গত হইবে তাহাদের কম্পাঙ্ক মূলস্বরের কম্পাঙ্কের কোন সরল গুণিতক হয় না। উপস্বরগুলির মধ্যে যাহাদের কম্পাঙ্ক মূলস্বরের কম্পাঙ্কের সরল গুণিতক তাহাদেরই বলা হয় **সমমেল** (harmonics)। তাহা হইলে **সকল সমমেল উপস্বর**, কিন্তু **সকল উপস্বর সমমেল নয়**।

2.11. বায়ুস্তম্ভের কম্পন (Vibration of air column) :

2.5 অনুচ্ছেদে বলা হইয়াছে, একটি সীমাবদ্ধ তারে দুইটি হুবহু একই প্রকার বিপরীতমুখী তির্যক তরঙ্গের মিলনে স্থাণুতরঙ্গের উৎপত্তি হয়। ঠিক অনুরূপভাবে সীমাবদ্ধ বায়ুস্তম্ভে দুইটি একই প্রকার বিপরীতমুখী অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের মিলনেও স্থাণু-তরঙ্গের সৃষ্টি হইয়া থাকে। সীমাবদ্ধ বায়ুস্তম্ভ হিসাবে সাধারণতঃ দুই প্রকার নল ব্যবহার করা হইয়া থাকে—(1) একমুখ-খোলা ও একমুখ-বন্ধ নল, যাহাকে বলা হয় **বন্ধ নল** (closed pipe) ও (2) দুইমুখ-খোলা নল, যাহাকে বলা হয় **খোলা নল** (open pipe)।

বন্ধ নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পন—কাচের শিশি কিংবা চাবির খোলা মুখে ফুঁ দিলে একটি সুমিষ্ট শব্দ বাহির হয়। ইহার কারণ, ফুঁ দেওয়ার ফলে যে-অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের সৃষ্টি হয় তাহা শিশি বা চাবির বন্ধ মুখে প্রতিফলিত হয় ও এই প্রতিফলিত তরঙ্গ আপতিত তরঙ্গের সহিত মিলিত হইয়া স্থাণুতরঙ্গের সৃষ্টি করে এবং তাহাতে সুরের উৎপত্তি হয়। বাঁশি, ক্লারিওনেট, সানাই ইত্যাদি সুরযন্ত্র এই একই নীতিতে ক্রিয়া করে।

নলের বন্ধ মুখে বায়ুকণা স্পন্দনক্ষম নহে। সুতরাং ঐ স্থানে সর্বদাই একটি নিস্পন্দ বিন্দুর উৎপত্তি হইবে। পক্ষান্তরে খোলামুখে বায়ুকণা স্পন্দনের সর্বাধিক সুবিধা পায়। এই কারণে খোলামুখে সর্বদাই একটি সুস্পন্দ বিন্দুর উৎপত্তি হইবে। কেবলমাত্র বন্ধমুখে একটি নিস্পন্দ বিন্দু ও খোলামুখে একটি সুস্পন্দ বিন্দু হইলে যে-স্থাণুতরঙ্গ হয় তাহা সর্বাপেক্ষা সহজতম তরঙ্গ এবং তাহার ফলে যে-সুরের উৎপত্তি হয় তাহাকে **মূলসুর** (Fundamental tone) বা **প্রথম সমমেল** (First hormonic) বলে। 16নং চিত্রের প্রথম নলে এই প্রকার স্থাণুতরঙ্গ দেখানো হইয়াছে। [আবদ্ধ তারে তির্যক তরঙ্গদ্বয়ের মিলনে উৎপন্ন স্থাণুতরঙ্গের সহিত নলে অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গদ্বয়ের মিলনের দ্বারা উৎপন্ন স্থাণু-তরঙ্গের তুলনা করা যাইতে পারে। উভয় ক্ষেত্রেই পর পর নিস্পন্দ অথবা সুস্পন্দ বিন্দুগুলির মধ্যে দূরত্ব $\lambda/2$ বা পাশাপাশি সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব $\lambda/4$। অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের চিত্র আঁকা সম্ভব নয় বলিয়া প্রতীক হিসাবে উহাদের তির্যক তরঙ্গ-চিত্র দ্বারা প্রকাশ করা হয়। 16 ও 17নং চিত্রে তাহাই করা হইয়াছে। চিত্রে টানা রেখা দ্বারা আপতিত তরঙ্গ ও ভাঙ্গা রেখা দ্বারা প্রতিফলিত তরঙ্গ দেখানো হইয়াছে।]



চিত্র 16
(i) (ii) (iii)

আমরা জানি, স্থাণুতরঙ্গের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য λ_1 হইলে নিস্পন্দ ও সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে ন্যূনতম দূরত্ব $\lambda_1/4$ হইবে এবং এক্ষেত্রে উহা নলের দৈর্ঘ্য l-এর সমান। সুতরাং

$$l = NA = \frac{\lambda_1}{4}$$

$$\therefore \quad \lambda_1 = 4l$$

মূলস্বরের কম্পাঙ্ক n_1 ও শব্দের গতিবেগ V ধরিলে, আমরা জানি,

$$V = n_1\lambda_1 = n_1.4l$$

অথবা, $$n_1 = \frac{V}{4l}$$

অতএব বন্ধ নলে স্বরের কম্পাঙ্ক $n_1 = V/4l$ এবং এই স্বর হইবে নলের সকল সম্ভাব্য স্বরের মধ্যে খাদের স্বর—ইহার কম্পাঙ্ক সর্বাপেক্ষা কম বা তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য সর্বাপেক্ষা বেশী।

বন্ধ নলে উপস্বর (Overtones in a closed pipe)—টান টান করা তার যেমন বিভিন্ন বৃত্তাংশে কম্পিত হইয়া কতকগুলি উপস্বর সৃষ্টি করে, নলে আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভও তেমনি বিভিন্ন উপস্বর সৃষ্টি করিতে পারে। যথা—নলের বন্ধমুখে নিস্পন্দ বিন্দু ও খোলামুখে সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে যথাক্রমে একটি সুস্পন্দ ও একটি নিস্পন্দ বিন্দুও থাকিতে পারে [16নং (ii) চিত্র]। এক্ষেত্রে বায়ুস্তম্ভে উৎপন্ন স্থাণুতরঙ্গের তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য λ_3 ধরিলে, $l = \frac{3\lambda_3}{4}$, অথবা $\lambda_3 = \frac{4}{3}l$.

এখন $V = n\lambda$ হইতে,

$$n_3 = \frac{V}{\lambda_3} = \frac{3V}{4l} = 3n_1$$

ও এই অবস্থায় উৎপন্ন স্বরকে বলা হয় **তৃতীয় সমমেল** (Third harmonic)।

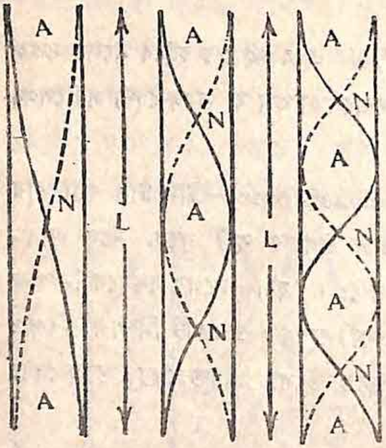
আবার আবদ্ধ বায়ুস্তম্ভের ভিতর আরও একটি করিয়া সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দু থাকিলে [16নং (iii) চিত্র] তখন অন্য একটি উপস্বরের সৃষ্টি হয়। সেক্ষেত্রে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য λ_5 ধরিলে, $l = \frac{5\lambda_5}{4}$, অথবা $\lambda_5 = \frac{4}{5}l$ এবং $n_5 = \frac{V}{\lambda_5} = 5.\frac{V}{4l} = 5n_1$ ও উৎপন্ন স্বরকে বলে **পঞ্চম সমমেল** (Fifth harmonic)। একই ভাবে অন্যান্য সমমেলের স্বর সৃষ্টি হইতে পারে, তবে উপরের আলোচনা হইতে বুঝা যাইতেছে, বন্ধ নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পনে মূলস্বরের তৃতীয়, পঞ্চম, সপ্তম,…প্রভৃতি বিযুগ্ম সমমেলের স্বর উৎপন্ন হয় এবং যুগ্ম সমমেলগুলি অনুপস্থিত থাকে।

খোলা নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পন—বন্ধ নলের ন্যায় খোলা নলেও বায়ুস্তম্ভের কম্পনের ফলে স্থাণুতরঙ্গের সৃষ্টি হইয়া থাকে (17নং চিত্র)। মূলস্বরে কম্পন হইলে, দুই খোলামুখে একটি করিয়া সুস্পন্দ বিন্দু ও মাঝখানে একটি নিস্পন্দ বিন্দু হইবে [চিত্র 17 (i)]। এক্ষেত্রে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য $= \lambda_1$ এবং নলের দৈর্ঘ্য $= l$ হইলে, $l = \lambda_1/2$, বা $\lambda_1 = 2l$

সুতরাং মূলস্বর বা প্রথম সমমেলের কম্পাঙ্ক $n_1 = \frac{V}{\lambda_1} = \frac{V}{2l}$

খোলা নলে উপসুর (Overtones in an open pipe)—

আবার বায়ুস্তম্ভে উৎপন্ন স্থাণুতরঙ্গ যদি এমন হয় যে দুই প্রান্তে দুই সুস্পন্দ বিন্দুর মাঝখানে আর একটি সুস্পন্দ বিন্দুর উদ্ভব হয় এবং সেক্ষেত্রে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য λ_2 ধরিলে, $l=\lambda_2$.



চিত্র 17
(i) (ii) (iii)

সুতরাং. $n_2=\dfrac{V}{\lambda_2}=\dfrac{V}{l}=2.n_1$ এবং এই উপসুরকে **মূলসুরের অষ্টক** (Octave of the fundametal) বা **দ্বিতীয় সমমেল** (Second harmonic) বলে। নলের দুই প্রান্তে দুই সুস্পন্দ বিন্দুর মাঝে আরও দুইটি সুস্পন্দ বিন্দুর উদ্ভব হইলে [17নং (iii) চিত্র] সেক্ষেত্রে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য $\lambda_3=\frac{2}{3}l$.

সুতরাং, $n_3=\dfrac{V}{\lambda_3}=3.\dfrac{V}{2l}=3.n_1$ এবং এই উপসুরকে বলা হয় **তৃতীয় সমমেল** (Third harmonic)। এইভাবে অন্যান্য সমমেলের সুরও সৃষ্টি হইতে পারে। এই আলোচনা হইতে বুঝা গেল যে, খোলা নলের উপসুরগুলির কম্পাঙ্ক মূলসুরের কম্পাঙ্কের যুগ্ম ও বিযুগ্ম সকল প্রকার গুণিতক হইতে পারে; অর্থাৎ, এক্ষেত্রে সকল সমমেলের সুর সৃষ্টি করা সম্ভব।

[**দ্রষ্টব্য :** বিভিন্ন পুস্তকে মূলসুর ও বিভিন্ন সমমেলের নামাঙ্কন করিতে বিভিন্ন প্রকার রীতির প্রচলন দেখা যায়। যাহাতে কোন বিভ্রান্তির সৃষ্টি না হয় সেজন্য ছাত্রছাত্রীদের মনে রাখা ভাল, উপরের আলোচনায় মূলসুর ও বিভিন্ন সমমেলের নামাঙ্কনে যে-রীতি অনুসরণ করা হইয়াছে তাহা পদার্থবিজ্ঞানীদের মত অনুযায়ী করা হইয়াছে। সুরকারেরা কিন্তু একটু ভিন্নভাবে সমমেলগুলির নামাঙ্কন করিয়া থাকেন।

পদার্থবিজ্ঞানীরা যাহাকে **মূলসুর** অথবা **প্রথম সমমেল** বলেন সুরকারেরা তাহাকে শুধু **মূলসুর** বলেন। পদার্থবিজ্ঞানীরা যাহাকে **মূলসুরের অষ্টক** বা **দ্বিতীয় সমমেল** বলেন, সুরকারেরা তাহাকে বলেন **প্রথম সমমেল**। এইরূপে পদার্থবিজ্ঞানীরা যাহাদের তৃতীয়, চতুর্থ, ইত্যাদি সমমেল বলেন, সুরকারেরা তাহাদের যথাক্রমে দ্বিতীয়, তৃতীয়, ইত্যাদি সমমেল বলিয়া থাকেন।]

উদাহরণ ঃ

(1) 32 gms. ভরসম্পন্ন 100 cm. দীর্ঘ একটি তারকে 16 Kgm. ভার দ্বারা টান টান করা আছে। তারটির মূলস্বরের কম্পাঙ্ক কত ?

আমরা জানি, মূলস্বরের কম্পাঙ্ক $n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$

এক্ষেত্রে $l=100$ cm., $m=32/100$ gm/cm. $=0{\cdot}32$ gm/cm.

$T=16\times1000\times980$ dynes.

স্বতরাং, $n=\frac{1}{2\times100}\sqrt{\frac{16\times1000\times980}{0{\cdot}32}}$

$=35$

$\therefore$ তারটির মূলস্বরের কম্পাঙ্ক $=35$ প্রতি সেকেণ্ডে।

(2) 60 cm. দীর্ঘ একটি তার প্রতি সেকেণ্ডে 120 বার কাঁপে। যদি উহার দৈর্ঘ্য 40 cm করা হয় ও টান বৃদ্ধি করিয়া 4 গুণ করা যায়, তাহা হইলে তারের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

প্রথম ক্ষেত্রে $n=120$, $l=60$ cm. এবং ধরা যাক, টান $=T$ dyne ও প্রতি একক দৈর্ঘ্যের ভর $=m$ gm/cm.

স্বতরাং 2নং সমীকরণ হইতে $120=\frac{1}{2\times60}\sqrt{\frac{T}{m}}$ ... ... (5)

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে l-এর মান 40 cm. এবং টান 4 গুণ করায় উহা $4T$ dyne হইবে। এক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক n_1 হইলে,

$n_1=\frac{1}{2\times40}\sqrt{\frac{4T}{m}}$ ... ... (6) [m অপরিবর্তিত থাকিতেছে]

অতএব (6)-কে (5) দিয়া ভাগ করিলে,

$$\frac{n_1}{120}=\frac{2\times60}{40}$$

এতএব, $n_1=\frac{120\times2\times60}{40}=360$

স্বতরাং নির্ণেয় কম্পাঙ্ক $=360$ কম্পন প্রতি সেকেণ্ডে।

(3) একটি সনোমিটার তার 150 কম্পাঙ্কযুক্ত স্বর উৎপন্ন করে। যদি ঐ তারের টান 9 : 16 অনুপাতে বৃদ্ধি করা হয় এবং দৈর্ঘ্য দ্বিগুণ করা হয় তবে ঐ তার কত কম্পাঙ্কের স্বর সৃষ্টি করিবে ?

ধরা যাক, সনোমিটার তারের প্রারম্ভিক দৈর্ঘ্য $=l$ এবং প্রযুক্ত টান $=9T$; তাহা হইলে দ্বিতীয় ক্ষেত্রে তারের দৈর্ঘ্য $=2l$ এবং প্রযুক্ত টান $=16T$ হইবে।

$n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$ এই সমীকরণ অনুসারে,

$$150=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{9T}{m}} \text{ (প্রথম ক্ষেত্রে) } \cdots \cdots (7)$$

$$n=\frac{1}{4l}\sqrt{\frac{16T}{m}} \text{ (দ্বিতীয় ক্ষেত্রে) } \cdots \cdots (8)$$

(7) ও (8) হইতে $\frac{n}{150}=\frac{2}{4}\sqrt{\frac{16}{9}}=\frac{2}{4}\cdot\frac{4}{3}=\frac{2}{3}$

$\therefore\ n=150\times\frac{2}{3}=100$

$\therefore$ নির্ণেয় কম্পাঙ্ক $=100$ প্রতি সেকেণ্ডে।

(4) 30 cm. দীর্ঘ কোন সনোমিটার তার হইতে নির্গত মূলস্বরের সহিত 256 কম্পাঙ্কের একটি স্বরশলাকার ধ্বনি-সমন্বয় ঘটে ; ঐ তারের 40 cm. দৈর্ঘ্য হইতে নির্গত মূলস্বরের সহিত অন্য একটি স্বরশলাকার ধ্বনি-সমন্বয় হয়। দ্বিতীয় স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

তারের তির্যক কম্পনের দৈর্ঘ্যের সূত্র হইতে আমরা জানি, $n_1l_1=n_2l_2$। এখন প্রথম ক্ষেত্রে তারের কম্পাঙ্ক $=256$ এবং উহা দ্বিতীয় ক্ষেত্রে দ্বিতীয় স্বরশলাকার কম্পাঙ্কের সমান হইবে, কারণ উভয় ক্ষেত্রেই তার হইতে নির্গত মূলস্বরের সহিত স্বরশলাকার ধ্বনি-সমন্বয় ঘটিতেছে। তাহা হইলে,

$n_1=256,\ l_1=36$ cm., $l_2=40$ cm., $n_2=?$.

$\therefore\ 256\times36=n_2\times40$

অথবা, $n_2=\frac{256\times36}{40}=230{\cdot}4$ প্রতি সেকেণ্ডে।

(5) কোন বেহালার তারের দৈর্ঘ্য 24 cm. হইলে মূলস্বর নির্গত হয়। পরবর্তী অষ্টক স্বর সৃষ্টি করিতে কত দৈর্ঘ্য প্রয়োজন হইবে ?

ধরা যাক, মূলস্বরের কম্পাঙ্ক $=n$; তাহা হইলে মূলস্বরের অষ্টক বা দ্বিতীয় সমমেলের কম্পাঙ্ক $=2n$ হইবে। এখন তির্যক কম্পনের দৈর্ঘ্যের সূত্র হইতে আমরা জানি, $n_1l_1=n_2l_2$.

এখানে $n_1=n,\ l_1=24$ cm., $n_2=2n,\ l_2=?$

$\therefore\ n.24=2n.l_2 \qquad \therefore\ l_2=12$ cm.

$\therefore$ নির্ণেয় দৈর্ঘ্য $=12$ cm.

(6) দুইটি সমদৈর্ঘ্যের তারে 729 gm. ও 324 gm. টান প্রয়োগ করিলে মূলস্বর নিঃসৃত হয়। ঐ মূলস্বরদ্বয়ের কম্পাঙ্কের অনুপাত 1 : 2 হইলে তার দুইটির ব্যাসের অনুপাত নির্ণয় কর।

(4)-সমীকরণে d = ব্যাস $= 2r$ বসাইলে আমরা পাই,

$$n=\frac{1}{ld}\sqrt{\frac{T}{\pi\rho}}$$

l ও ρ উভয় ক্ষেত্রেই এক। প্রথম ক্ষেত্রে ব্যাস d_1 ও দ্বিতীয় ক্ষেত্রে ব্যাস d_2 ধরিলে,

প্রথম ক্ষেত্রে, $n=\frac{1}{ld_1}\sqrt{\frac{729\times g}{\pi\rho}}$

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে, $2n=\frac{1}{ld_2}\sqrt{\frac{324\times g}{\pi\rho}}$

অথবা, $\frac{1}{2}=\frac{d_2}{d_1}\sqrt{\frac{729}{324}}=\frac{d_2}{d_1}\cdot\frac{27}{18}$

$$\therefore\ \frac{d_1}{d_2}=\frac{2\times 27}{18}=3:1$$

∴ তার দুইটির ব্যাসের অনুপাত 3 : 1.

(7) 512 কম্পাঙ্কের একটি কম্পমান স্বরশলাকাকে বদ্ধ নলের মুখে ধরিলে দেখা যায় যে বায়ুস্তম্ভের ন্যূনতম দৈর্ঘ্য 6·65 inch হইলে অনুনাদ সৃষ্টি হয়। বায়ুতে শব্দের গতিবেগ নির্ণয় কর।

এখানে ন্যূনতম দৈর্ঘ্যে অনুনাদ ঘটিতেছে, কাজেই মূলস্বর উৎপন্ন হইবে এবং ঐ মূলস্বরের কম্পাঙ্ক ও স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক সমান।

সুতরাং, l = বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য $=\frac{\lambda}{4}$ এবং $V=n\lambda=4nl$.

এক্ষেত্রে $n=512$ ও $l=6{\cdot}65$ inch $=\frac{6{\cdot}65}{12}$ ft.

∴ শব্দের গতিবেগ $V=\frac{4\times 512\times 6{\cdot}65}{12}$ ft/sec.

$=1131{\cdot}6$ ft/sec.

8) একটি কম্পমান স্বরশলাকাকে কোন বদ্ধ নলের মুখে ধরিলে বায়ুস্তম্ভের 32·3 cm. ও 97·2 cm. দৈর্ঘ্যে প্রথম ও দ্বিতীয় অনুনাদ পাওয়া যায়। স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক প্রতি সেকেণ্ডে 256 হইলে, বায়ুতে শব্দের বেগ নির্ণয় কর।

বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্য যখন $l_1 = 32{\cdot}3$ cm. তখন প্রথম অনুনাদ পাওয়া গেল ; কাজেই প্রথম অনুনাদে যে-স্বর উৎপন্ন হইবে তাহা মূলস্বর। অতএব $l_1 + {\cdot}6r = \lambda/4, \cdots (9)$, কারণ বিজ্ঞানী লর্ড র‍্যালে প্রমাণ করেন যে সুস্পন্দ বিন্দু ঠিক খোলা মুখে উৎপন্ন হয় না, একটু উপরে হয় ; নলের ব্যাসার্ধ r হইলে খোলা মুখ হইতে $\cdot 6r$ উপরে সুস্পন্দ বিন্দু হইবে।

দ্বিতীয় ক্ষেত্রে যখন বায়ুস্তম্ভের $l_2 = 97{\cdot}2$ cm. দৈর্ঘ্যের সহিত অনুনাদ হইতেছে তখন উহা হইতে উৎপন্ন স্বর তৃতীয় সমমেল হইবে, কারণ প্রথমতঃ বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্যের বৃদ্ধি হইলে উহা হইতে নির্গত মূলস্বরের কম্পাঙ্ক কমিয়া যায় ও তাহার ফলে বৃদ্ধি-প্রাপ্ত দৈর্ঘ্যের মূলস্বরের সঙ্গে আর কখনই ঐ স্বরশলাকার অনুনাদ সম্ভব নয়, দ্বিতীয়তঃ বন্ধ নলে যুগ্ম সমমেল সৃষ্টি হয় না বলিয়া দ্বিতীয় সমমেলের উদ্ভব হইবে না এবং তৃতীয়তঃ বৃদ্ধিপ্রাপ্ত দৈর্ঘ্যের বায়ুস্তম্ভের তৃতীয় সমমেলের কম্পাঙ্ক স্বরশলাকার কম্পাঙ্কের সমান হওয়াতে পুনরায় অনুনাদ হইবে। অতএব,

$$l_2 + {\cdot}6r = 3\frac{\lambda}{4} \quad \cdots \quad \cdots \quad (10)$$

(9) ও (10) হইতে, $\frac{\lambda}{2} = (l_2 - l_1)$

$$\therefore \lambda = 2(l_2 - l_1)$$

$$\therefore V = n\lambda = 2n(l_2 - l_1)$$

এখানে $n = 256$, $l_2 = 97{\cdot}2$ cm., $l_1 = 32{\cdot}3$ cm.

$$\therefore V = 2 \times 256 \times (97{\cdot}2 - 32{\cdot}3)$$
$$= (2 \times 256 \times 64{\cdot}9) \text{ cm/sec.}$$
$$= 332{\cdot}288 \text{ metre/sec.}$$

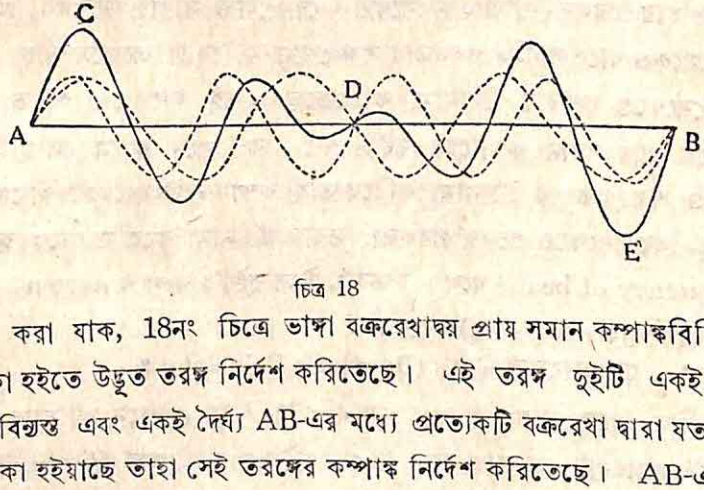
2.12. শব্দের ব্যতিচার (Interference of Sound) :

2.5 অনুচ্ছেদে তরঙ্গের উপরিপাতনের নীতি ও শব্দের ব্যতিচার নামক ঘটনার উল্লেখ করা হইয়াছে। একই কম্পাঙ্ক ও বিস্তার-বিশিষ্ট দুইটি তরঙ্গের ক্ষেত্রে যদি তরঙ্গ দুইটি কোন স্থানে পরস্পর বিপরীত দশায় মিলিত হয় তাহা হইলে উহাদের জন্য সরণ সর্বদা বিপরীত দিকে হওয়ায় কম্পনের মিলিত বিস্তার বিলুপ্ত হইবে এবং সেখানে নীরবতা বিরাজ করিবে। আবার অন্য কোথাও যদি তরঙ্গ দুইটি একই দশায় মিলিত হয় তাহা হইলে উভয়ের সরণ সর্বদা একই দিকে হওয়ায় উহাদের মিলিত বিস্তার সর্বাপেক্ষা বেশী হইবে এবং শব্দ খুব জোরে শোনা যাইবে। এই নীতির উপর ভিত্তি করিয়াই স্থাণুতরঙ্গের উৎপত্তি হয়। এই প্রসঙ্গে জানা দরকার, দুইটি তরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে শুধুমাত্র স্থাণুতরঙ্গ নয়, আরও নানা প্রকারের মিশ্র তরঙ্গ উৎপন্ন

হইতে পারে। মিশ্র তরঙ্গ কি প্রকার হইবে তাহা নির্ভর করে তরঙ্গ দুইটির বিস্তার, কম্পাঙ্ক ও দশা প্রভৃতির উপর। ভিন্ন, তবে প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুইটি শব্দতরঙ্গের উপরিপাতনের ফলে **বীট (Beat)** বা **স্বরকম্পের** সৃষ্টি হইয়া থাকে।

2.13. স্বরকম্প (Beat):

একজাতীয় ও সমান প্রবলতার কিন্তু সামান্য কম্পাঙ্ক-প্রভেদের দুইটি শব্দ একই সঙ্গে সৃষ্টি করিলে শব্দের উৎসের সন্নিহিত যে-কোন স্থানে তরঙ্গদ্বয়ের মিলনের ফলে শব্দের প্রবলতা উঠানামা করে (বা শব্দের প্রবলতার হ্রাস-বৃদ্ধি ঘটে)। মিলিত শব্দ-তরঙ্গে উপাংশ তরঙ্গ দুইটি পর্যায়ক্রমে কখনও পরস্পরকে শক্তিশালী করে, আবার কখনও পরস্পরকে বিনাশ করে এবং সেইজন্য যে-শব্দ শ্রুতিগোচর হইবে তাহার উঠানামার বা কম্পনের একটি বৈশিষ্ট্য থাকে। শব্দের এই প্রকার পর্যায়ক্রমে উঠানামার ঘটনাকেই বলে **স্বরকম্প** (Beat)। লেখচিত্রের সাহায্যে নিম্নোক্তভাবে স্বরকম্পের উৎপত্তি বুঝানো যাইতে পারে :—



চিত্র 18

মনে করা যাক, 18নং চিত্রে ভাঙ্গা বক্ররেখাদ্বয় প্রায় সমান কম্পাঙ্কবিশিষ্ট দুইটি স্বরশলাকা হইতে উদ্ভূত তরঙ্গ নির্দেশ করিতেছে। এই তরঙ্গ দুইটি একই অক্ষের উপর সুবিন্যস্ত এবং একই দৈর্ঘ্য AB-এর মধ্যে প্রত্যেকটি বক্ররেখা দ্বারা যতগুলি পূর্ণ তরঙ্গ আঁকা হইয়াছে তাহা সেই তরঙ্গের কম্পাঙ্ক নির্দেশ করিতেছে। AB-এর উপর প্রত্যেক বিন্দুতে দুইটি তরঙ্গের নিমিত্ত সরণের বীজগণিতীয় যোগফল লইলে লব্ধ-সরণ পাওয়া যাইবে ; অর্থাৎ, দুইটি সরণ একই দিকে হইলে উহাদের যোগফল ও বিপরীত দিকে হইলে বিয়োগফল লইতে হইবে। AB-এর উপর প্রত্যেক বিন্দুর লব্ধ সরণ নির্দেশক রেখার শীর্ষবিন্দুগুলি যোগ করিলে লব্ধ কম্পনের সরণলেখ পাওয়া যাইবে। চিত্রে টানা বক্ররেখা দ্বারা এই লব্ধ সরণলেখ আঁকা হইয়াছে। লব্ধ কম্পনের সরণলেখের প্রকৃতি হইতে দেখা যাইতেছে যে উহার বিস্তার পর্যায়ক্রমে পরিবর্তিত হয় ; C ও E বিন্দুদ্বয়ে সর্বোচ্চ এবং D বিন্দুতে সর্বনিম্ন মানের বিস্তার হইতেছে। এখন যেহেতু কম্পনের বিস্তারের উপর শব্দের প্রবলতা কিংবা তীব্রতা নির্ভর করে, কাজেই

এক্ষেত্রে শব্দের প্রবলতা উঠানামা করিবে। শব্দের প্রবলতার এইরূপ উঠানামাকে **স্বরকম্প** বলে।

ধরা যাক, প্রতি সেকেণ্ডে 256 এবং 257 কম্পাঙ্কের দুইটি সুরশলাকা হইতে একযোগে শব্দ করা হইল। যদি কোন এক নির্দিষ্ট এক সেকেণ্ড সময়ের শুরুতে শলাকা দুইটি একই দশায় কাঁপে, যাহার ফলে ভিন্ন ভিন্ন তরঙ্গের দ্বারা সৃষ্ট দুইটি ঘনীভবন (compression) বা তনুভবন (rarefaction) একই সঙ্গে আমাদের কানে পৌঁছায়, তাহা হইলে শব্দ জোরালো হইবে। অর্ধ সেকেণ্ড পরে যখন একটি শলাকা 128টি এবং অপরটি $128\frac{1}{2}$টি কম্পন করে, তাহারা তখন বিপরীত দশায় থাকিবে, অর্থাৎ একটি তরঙ্গের দ্বারা সৃষ্ট ঘনীভবন অপর তরঙ্গদ্বারা সৃষ্ট তনুভবনের সহিত মিলিত হইবে এবং নীরবতার সৃষ্টি করিতে চেষ্টা করিবে। এক সেকেণ্ড পরে শলাকা দুইটি পুনরায় একই দশায় উপস্থিত হইবে ও তখন শব্দ বৃদ্ধি পাইবে এবং এই অবকাশে একটি শলাকা অপর শলাকা হইতে একবার বেশী কম্পন করিবে। তাহা হইলে আমরা যে-শব্দ শুনিতে পাইব তাহার প্রবলতা প্রতি এক সেকেণ্ড বাদে সর্বোচ্চ সীমায় উঠিবে। অনুরূপভাবে প্রতি সেকেণ্ড বাদে সর্বনিম্ন প্রবলতার শব্দ শোনা যাইবে। এক্ষেত্রে তাহা হইলে শব্দ প্রতি সেকেণ্ডে একবার উঠানামা করিতেছে। এই আলোচনা হইতে ইহাও বুঝা যাইতেছে, প্রায় সমান কম্পাঙ্কের দুইটি শব্দ একই সঙ্গে কানে পৌঁছাইলে প্রতি সেকেণ্ডে শব্দ যতবার উঠানামা করিবে তাহা কম্পমান উৎসদ্বয়ের কম্পাঙ্কের অন্তরের সমান। এক সেকেণ্ডে শব্দের প্রবলতা যতবার উঠানামা করে তাহাকে **স্বরকম্পাঙ্ক** (Frequency of beat) বলে। সুতরাং, উৎস দুইটির কম্পাঙ্ক n_1 ও n_2 ($n_1 > n_2$) হইলে স্বরকম্পাঙ্ক $= (n_1 - n_2)$ হইবে।

2 14. ডপলারের নীতি (Doppler's Principle) :

হুইসিল দিতে থাকা অবস্থায় কোন ট্রেন যখন স্টেশনে আসিতে থাকে তখন প্ল্যাটফর্মে দণ্ডায়মান শ্রোতার মনে হয় যেন হুইসিলের তীক্ষ্ণতা (Pitch) বা কম্পাঙ্কের (Frequency) বৃদ্ধি ঘটিয়াছে ; আর ট্রেন যখন প্ল্যাটফর্ম হইতে চলিয়া যায় তখন উহার হুইসিলের তীক্ষ্ণতা হ্রাস পায় বলিয়া মনে হয়। আবার প্ল্যাটফর্মে দাঁড়ান কোন ট্রেন হুইসিল দিতে থাকা অবস্থায় যদি শ্রোতা অপর কোন ট্রেনে চাপিয়া প্রথম ট্রেনের পাশ দিয়া চলিয়া যায় তাহা হইলেও সেক্ষেত্রে শ্রোতার মনে হইবে যেন হুইসিলের তীক্ষ্ণতার আপাত-পরিবর্তন ঘটিয়াছে ; শ্রোতা যখন প্ল্যাটফর্মের দিকে আসিতে থাকে তখন কম্পাঙ্ক বৃদ্ধি পায় এবং যখন প্ল্যাটফর্ম হইতে চলিয়া যায় তখন কম্পাঙ্ক হ্রাস পায় বলিয়া মনে হয়। স্বরের তীক্ষ্ণতা বা কম্পাঙ্কের এই আপাত-পরিবর্তনের কারণ শব্দের উৎস ও শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক বেগ। শ্রোতা ও উৎসের মধ্যে আপেক্ষিক গতির জন্য

শব্দের তীক্ষ্ণতা কিংবা কম্পাঙ্কের আপাত-পরিবর্তনকে আবিষ্কর্তার নামানুসারে **ডপলারের নীতি বা ডপলারের ক্রিয়া** (Doppler's effect) বলে।

কোন উৎসের যাহা কম্পাঙ্ক উহা প্রতি সেকেণ্ডে ঠিক ততগুলি কম্পন বা আন্দোলন সৃষ্টি করে ; অর্থাৎ, উৎসের কম্পাঙ্ক n হইলে প্রতি সেকেণ্ডে n ঘনীভবন ও n তনূভবন সৃষ্টি হয় এবং ঘনীভবন ও তনূভবন পালাক্রমে ঘটিয়া থাকে। এখন শব্দ-নিঃসারী উৎস স্থির অবস্থানে থাকিলে উহা হইতে আন্দোলনগুলি বা ঘনীভূত ও তনূভূত স্তরগুলি একের পর এক সুসম্বদ্ধভাবে চারিদিকে অগ্রসর হইতে থাকিবে ও উহাদের অগ্রসর হইবার গতিবেগই হইল শব্দের গতিবেগ। শ্রোতা যদি স্থির অবস্থানে থাকে তাহা হইলে আন্দোলনগুলিও একইভাবে একের পর এক তাহার কানে পৌছাইবে বা শব্দ-নিঃসারী উৎস প্রতি সেকেণ্ডে যতগুলি আন্দোলন সৃষ্টি করিবে শ্রোতাও তাহার কানে প্রতি সেকেণ্ডে ঠিক ততগুলি আন্দোলন শ্রবণ করিবে। এইরূপ ক্ষেত্রে কম্পাঙ্ক তাহা হইলে অপরিবর্তিত থাকিবে। কিন্তু শব্দ-নিঃসারী উৎস যদি শ্রোতার দিকে অগ্রসর হইতে থাকে তাহা হইলে উৎস ও শ্রোতার মধ্যে বাতাসে ঘনীভূত ও তনূভূত স্তরগুলি একটু ঠাসাঠাসি হইয়া পড়িবে বা প্রতি সেকেণ্ডে উৎপন্ন ঘনীভূত ও তনূভূত স্তরগুলি অপেক্ষাকৃত অল্প দূরত্বের মধ্যে আবদ্ধ হইবে। যেহেতু দুইটি ঘনীভূত বা তনূভূত স্তরের অন্তর্বর্তী দূরত্বই তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য, কাজেই তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের আপাত-হ্রাস বা কম্পাঙ্কের আপাত-বৃদ্ধি ঘটিবে। উৎস যদি শ্রোতা হইতে দূরে চলিয়া যায় তাহা হইলে উহাদের মধ্যে বাতাসে ঘনীভূত ও তনূভূত স্তরগুলি একটু ফাঁক ফাঁক হইয়া পড়িবে এবং সেক্ষেত্রে কম্পাঙ্কের আপাত-হ্রাস ঘটিবে।

এইবার মনে করা যাক, শব্দ-নিঃসারী উৎস স্থির অবস্থানে আছে এবং শ্রোতা উৎস হইতে দূরে চলিয়া যাইতেছে। উভয়েই যদি স্থির অবস্থানে থাকিত তাহা হইলে উৎস প্রতি সেকেণ্ডে যতগুলি আন্দোলন সৃষ্টি করিত শ্রোতাও ঠিক ততগুলি আন্দোলন প্রতি সেকেণ্ডে গ্রহণ করিত। কিন্তু শ্রোতা গতিশীল এবং উৎস হইতে দূরে চলিয়া যাইতে থাকিলে সে অপেক্ষাকৃত কমসংখ্যক আন্দোলন প্রতি সেকেণ্ডে গ্রহণ করিবে বা কম্পাঙ্কের আপাত-হ্রাস ঘটিবে ; আর শ্রোতা উৎসের দিকে অগ্রসর হইতে থাকিলে সে প্রতি সেকেণ্ডে অপেক্ষাকৃত বেশীসংখ্যক আন্দোলন গ্রহণ করিবে বা কম্পাঙ্কের আপাত-বৃদ্ধি ঘটিবে।

তাহা হইলে বলা যায়, শব্দ-নিঃসারী উৎস ও শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতি থাকিলেই কম্পাঙ্কের আপাত-পরিবর্তন ঘটে ; উৎস ও শ্রোতা উভয়েই একই দিকে একই বেগে চলিতে থাকিলে, অর্থাৎ উভয়ের মধ্যে কোন আপেক্ষিক গতিবেগ না থাকিলে কম্পাঙ্কের কোন পরিবর্তন ঘটিবে না।

প্রশ্নাবলী

1. (a) তরঙ্গগতি বলিতে কি বুঝায় ?
   (b) বাতাসের মধ্যে শব্দ কি তরঙ্গায়িত পথে যায় ?
2. (a) তির্যক তরঙ্গ ও অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গের পার্থক্য বুঝাইয়া দাও।
   (b) তির্যক তরঙ্গ প্রদর্শনের জন্য একটি পরীক্ষাব্যবস্থা বর্ণনা কর।
3. (a) চল-তরঙ্গ কি ?
   (b) নিম্নোক্ত রাশিগুলির সংজ্ঞা লিখ :—
   (i) তরঙ্গের বিস্তার, (ii) তরঙ্গের কম্পাঙ্ক, (iii) তরঙ্গের পর্যায়কাল, (iv) তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য।
4. (a) তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য বলিতে কি বুঝায় আলোচনা কর।
   (b) তরঙ্গের বেগ, কম্পাঙ্ক ও তরঙ্গ-দৈর্ঘ্যের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।
   (c) শব্দ-তরঙ্গের বেগ 342 metres/sec. ও কম্পাঙ্ক প্রতি সেকেণ্ডে 512 হইলে তরঙ্গ-দৈর্ঘ্য কত ? [উঃ 66.8 cm. (প্রায়)]
5. (a) স্থাণুতরঙ্গের কিভাবে সৃষ্টি হয় ? উহার বৈশিষ্ট্যগুলি উল্লেখ কর।
   (b) স্থাণুতরঙ্গ কি সত্যিই স্থির ?
   (c) স্থাণুতরঙ্গের সুস্পন্দ বিন্দু ও নিস্পন্দ বিন্দু কাহাকে বলে ?
   (d) স্থাণুতরঙ্গ ও চল-তরঙ্গের মধ্যে কি পার্থক্য ?
   (e) পর পর দুইটি সুস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব কত ?
   (f) পর পর দুইটি নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব কত ?
   (g) পাশাপাশি সুস্পন্দ ও নিস্পন্দ বিন্দুর মধ্যে দূরত্ব কত ?

6. প্রান্তদ্বয়ে আবদ্ধ টান টান করা তারের তির্যক কম্পনের মূলসুর বলিতে কি বুঝায় ? এই মূলসুরের কম্পাঙ্ক কি কি বিষয়ের উপর কিরূপে নির্ভর করে তাহা বিবৃত কর।

7. প্রান্তদ্বয়ে আবদ্ধ টান টান করা তারের তির্যক কম্পনে নির্গত মূলসুর ও উপসুর কাহাকে বলে ? সমমেল বলিতে কি বুঝায় ? সকল সমমেল কি উপসুর ? সকল উপসুর কি সমমেল ?

8. (a) বদ্ধ নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পনের মূলসুরের কম্পাঙ্ক কত ? এক্ষেত্রে কেবলমাত্র বিযুগ্ম সমমেলের সুর নির্গত হইতে পারে তাহা দেখাও।

(b) খোলা নলে বায়ুস্তম্ভের কম্পনের মূলসুরের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর। এক্ষেত্রে সকল সমমেলের সুর নির্গত হইতে পারে তাহা দেখাও।

9. স্বরকম্প কি ? স্বরকম্পের কম্পাঙ্ক বলিতে কি বুঝায় ?
একটি সুরশলাকার কম্পাঙ্ক 256 এবং অপর একটির কম্পাঙ্ক 252 ; সুরশলাকাদ্বয়কে একসঙ্গে বাজাইলে প্রতি সেকেণ্ডে কতগুলি স্বরকম্প শুনিতে পাওয়া যাইবে ? [উঃ 4]

10. ডপলারের নীতি কাহাকে বলে ?

শব্দের উৎস ও শ্রোতার মধ্যে আপেক্ষিক গতি থাকিলে শব্দের কম্পাঙ্কের কেন এবং কি প্রকার আপাত-পরিবর্তন ঘটে তাহা আলোচনা কর।

11. প্রান্তদ্বয়ে আবদ্ধ টান টান করা তারের তির্যক কম্পনের কম্পাঙ্ক কিরূপে (i) তারের দৈর্ঘ্য, (ii) তারের টান এবং (iii) তারের ব্যাসের উপর নির্ভর করে ?

36 cm. দীর্ঘ একটি তার হইতে নির্গত স্বর ও 256 কম্পাঙ্কের একটি স্বরশলাকা হইতে নির্গত স্বরের মধ্যে ধ্বনি-সমন্বয় হয় ; ঐ তারের 40 cm. দৈর্ঘ্য হইতে নির্গত স্বরের সহিত অপর একটি স্বরশলাকার ধ্বনি-সমন্বয় ঘটিলে দ্বিতীয় স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক কত ? [উঃ 230·4]

12. টান টান করা একটি তারের তির্যক কম্পনের কম্পাঙ্ক 2 0 ; তারের দৈর্ঘ্য যখন 45 cm. তখন উহার কম্পাঙ্ক 300 ; তারের প্রারম্ভিক দৈর্ঘ্য কত ছিল ?

[উঃ 54 cm.]

13. 125 cm. দীর্ঘ ও 1·35 gm. ভরের একটি তারকে 3 Kgm. ভারের দ্বারা সনোমিটার বাক্সের উপর টান টান করিয়া বাঁধা হইল। কপিকলের নিকটবর্তী স্থির সেতু হইতে 33 cm. ব্যবধানে সঞ্চরণশীল সেতুকে বসাইলে উহাদের মধ্যবর্তী অংশের তারের তির্যক কম্পনের মূলস্বর একটি স্বরশলাকার সহিত সমস্বর (unison) উৎপন্ন করে। ঐ স্বরশলাকার কম্পাঙ্ক কত ? [উঃ 2 0]

14. একই উপাদানের দুইটি তারের দৈর্ঘ্যের অনুপাত 2 : 3 ; উহাদের প্রস্থচ্ছেদ সমান ও হ্রস্ব তার হইতে নির্গত মূলস্বর দীর্ঘ তারের মূলস্বরের এক অষ্টক উর্ধ্বে থাকিলে, উহাদের টানের অনুপাত কত ? [উঃ 16 : 9]

15. খোলা ও বন্ধ নলে বায়ুস্তম্ভের বিভিন্ন প্রকৃতির কম্পন আলোচনা কর এবং উহাদের মূলস্বর ও সমমেলের কম্পাঙ্ক নির্ণয় কর।

16. 500 কম্পাঙ্কের একটি কম্পমান স্বরশলাকাকে একটি বন্ধ নলের মুখে ধরিয়া 16·2 cm. ও 51·2 cm. বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্যে অনুনাদ পাওয়া গেল। বায়ুতে শব্দের গতিবেগ নির্ণয় কর। [উঃ 350 metre/sec.]

17. 256 কম্পাঙ্কের কম্পমান স্বরশলাকাকে বন্ধ নলের খোলা মুখে ধরিয়া 32·7 cm. ও 99·9 cm. বায়ুস্তম্ভের দৈর্ঘ্যে সর্বাপেক্ষা জোরে শব্দ শোনা গেল। বায়ুতে শব্দের গতিবেগ, প্রান্তিক ত্রুটি এবং নলের ব্যাস নির্ণয় কর।

[উঃ 344·06 metre/sec. ; 0·9 cm. ; 3 cm.]

18. পিতল এবং ইস্পাতের দুইটি তার সনোমিটারে বাঁধা হইয়াছে। পিতলের তারে 5 Kgm. wt. এবং ইস্পাতের তারে 3 Kgm. wt. টান প্রয়োগ করা হইয়াছে। তার দুইটির দৈর্ঘ্য সমান এবং উভয় তার হইতে সমস্বর নিঃসৃত হইতেছে। ইস্পাতের তারের ব্যাস 0·8 mm. হইলে পিতলের তারের ব্যাস নির্ণয় কর। [পিতলের ঘনত্ব=8·0 gm/c.c. ; লোহার ঘনত্ব=7·2 gm/c.c.]

[উঃ ·098 cm.]

তৃতীয় অধ্যায়

শব্দ-তরঙ্গের স্বরূপ

(Nature of Sound Wave)

3.0. সূচনা :

পূর্ব অধ্যায়ে বলা হইয়াছে, শব্দ বাতাসে তরঙ্গের আকারে চারিদিকে বিস্তৃতি লাভ করে। কিন্তু শব্দ-যে তরঙ্গের আকারে চলে তাহা কিভাবে জানিতে পারা যায় ? আর সত্যই যদি শব্দ তরঙ্গের আকারে বিস্তৃতি লাভ করে, তবে সেই তরঙ্গ কি প্রকার—তির্যক তরঙ্গ, না অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ ? এই প্রশ্নগুলির উত্তর সংগ্রহ করিতে পারিলে শব্দ-তরঙ্গ সম্বন্ধে কতকগুলি তথ্য জানিতে পারা যায়। এই তথ্যগুলিই হইল **শব্দ-তরঙ্গের স্বরূপ**।

3.1. শব্দের উৎস (Source of Sound) :

প্রতিদিন প্রায় সব সময়ই আমরা নানারকম শব্দের সংস্পর্শে আসি। এই শব্দসমূহ আমাদের কানে বিভিন্ন প্রকার অনুভূতির সৃষ্টি করিয়া থাকে। যেমন, কোন শব্দ হয়ত শ্রুতিমধুর, আবার কোন শব্দ শ্রুতিকটু। ঢাক বাজাইতে হইলে কাঠির সাহায্যে পাতলা চামড়ার পর্দাকে আঘাত করিয়া উহাকে কাঁপাইতে হয়। কাঁসর-ঘণ্টায় আঘাত করিলে তবে উহা বাজে। কোন ধাতব পাত্রে আঘাত করিলেও উহা হইতে শব্দ সৃষ্টি হয় ; ইহারা যখন শব্দ নিঃসরণ করিতে থাকে তখন আঙুল দিয়া উহাদের স্পর্শ করিলে উহাদের কম্পন অনুভব করা যায় এবং এই শব্দ-নিঃসরণ বন্ধ করিতে হইলে হাত দিয়া কম্পন থামাইয়া দিতে হয়। সে যাহাই হউক, শব্দের উৎপত্তিস্থান অনুসন্ধান করিলে আমরা দেখিতে পাইব যে, কোন-না-কোন বস্তুর কম্পন হইতেই ইহার উৎপত্তি হইয়াছে ; অর্থাৎ **কোন-না-কোন কম্পমান বস্তুই শব্দের উৎস**। কোন কম্পমান বস্তু হইতে কোন জড় মাধ্যমকে (যেমন বাতাস) অবলম্বন করিয়া যে-শক্তি আমাদের কানে পৌঁছায় ও এক বিশেষ অনুভূতির সৃষ্টি করে, তাহাকেই বলা হয় **শব্দ**।

3.2. সুরসমৃদ্ধ ও সুরবর্জিত শব্দ (Musical sound and noise) :

আমরা প্রতিনিয়ত যে-সকল শব্দ শুনিতে পাই তাহাদের দুই শ্রেণীতে ভাগ করা হয়—(i) **সুরসমৃদ্ধ** বা **সুরযুক্ত (musical) শব্দ** ও (ii) **সুরবর্জিত শব্দ (noise)**। অনুভূতির দিক হইতে বিচার করিলে শ্রুতিসুখকর শব্দকে সুরসমৃদ্ধ বা সুরযুক্ত শব্দ বলে ও শ্রুতিকটু শব্দকে সুরবর্জিত শব্দ বলে। সুরবর্জিত শব্দ ক্ষণস্থায়ী, আকস্মিক

ও অনিয়মিত। ইহা কানের পক্ষে পীড়াদায়ক। অপরপক্ষে সুরসমৃদ্ধ শব্দ অধিক-স্থায়িত্বকাল-বিশিষ্ট, সুনিয়মিত ও পর্যায়কালবিশিষ্ট। ইহা কানে শ্রুতিমধুর বলিয়া মনে হয়। যানবাহন চলাচলের শব্দ, যন্ত্রের ঘর্ঘর শব্দ, চিৎকার, হট্টগোল, কামান-বন্দুকের আওয়াজ ইত্যাদি সুরবর্জিত শব্দ। সেতার, বেহালা, এসরাজ, বাঁশী প্রভৃতির ধ্বনি সুরসমৃদ্ধ শব্দ।

কিন্তু অবস্থাবিশেষে একই শব্দ কখনও মধুর, আবার কখনও কর্কশ অনুভূতির সৃষ্টি করে। যেমন, ঘণ্টার শব্দকে সাধারণতঃ শ্রুতিমধুর বলিয়া গণ্য করিলেও অনেক সময় উহা বিরক্তিকর অনুভূতির সৃষ্টি করে। আবার বৃষ্টিপাতের শব্দ বিরক্তিকর হইলেও টিনের চালের উপর একটানা বৃষ্টির শব্দ অবস্থাভেদে কানে সুখানুভূতি সৃষ্টি করে। কাজেই সুরযুক্ত ও সুরবর্জিত শব্দের মধ্যে কোন সূক্ষ্ম বিভেদরেখা টানা সম্ভব নয়।

3.3. শব্দ-তরঙ্গ ও উহার স্বরূপ (Sound wave and its nature) :

শব্দের বিস্তারের জন্য একটি বাস্তব জড়-মাধ্যম দরকার—ইহা পরীক্ষামূলকভাবে প্রমাণিত একটি ঘটনা। শব্দ যখন কোন বাস্তব মাধ্যমের মধ্য দিয়া যায়, তখন ঐ মাধ্যমের স্থানান্তর হয় না—ইহাও একটি পরীক্ষামূলকভাবে প্রমাণিত সত্য। পূর্বে ইহাও বলা হইয়াছে, শব্দের স্থান হইতে স্থানান্তরে যাওয়ার অর্থ শক্তির স্থানান্তর মাত্র। এখন বাস্তব মাধ্যমে মাত্র দুইটি উপায়ে স্থান হইতে স্থানান্তরে শক্তি সঞ্চালিত হইতে পারে। যথা—(1) মাধ্যমের স্থানান্তর ও (2) তরঙ্গ-প্রবাহ। শব্দের বিস্তারের সময় মাধ্যমের স্থানান্তর হয় না, কাজেই শব্দ তরঙ্গ-ধর্মী। তাহা ছাড়া শব্দ-যে তরঙ্গ-ধর্মী তাহার স্বপক্ষে নিম্নোক্ত ঘটনাগুলি উল্লেখ করা যায় :—

(i) মাধ্যমে তরঙ্গসৃষ্টির জন্য যেমন আলোড়ন সৃষ্টি করা দরকার, শব্দসৃষ্টির জন্যও বস্তুর কম্পনের সাহায্যে ঐ প্রকার আলোড়ন বা আন্দোলন সৃষ্টি করার প্রয়োজন হইয়া থাকে।

(ii) তরঙ্গের একস্থান হইতে অন্যস্থানে যাইবার জন্য কিছু সময়ের দরকার। কোন নির্দিষ্ট মাধ্যমে তরঙ্গের যেমন একটি নির্দিষ্ট গতিবেগ আছে ও গতিবেগ মাধ্যমের ঘনত্ব ও স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্কের উপর নির্ভর করে, শব্দের বেলাতেও ঠিক তাই। শব্দ-নিঃসারী বস্তু-মাধ্যমের কোথাও আন্দোলন সৃষ্টি করিলে উহা মাধ্যমের স্থিতিস্থাপকতা ধর্মের জন্য চারিদিকে অগ্রসর হয় ও এই আন্দোলন যে-গতিবেগে অগ্রসর হয় তাহাই শব্দের গতিবেগ ও এই গতিবেগ মাধ্যমের স্থিতিস্থাপক গুণাঙ্ক ও ঘনত্বের উপর নির্ভর করে।

(iii) শব্দের প্রতিফলন ও প্রতিসরণ অতি সাধারণ ঘটনা। দুইটি শব্দ কোন বিশেষ অবস্থায় কোন স্থানে মিলিত হইলে নীরবতা কিংবা খুব জোরালো শব্দের সৃষ্টি

এখানে V-এর অর্থ শব্দের গতিবেগ, E = মাধ্যমের আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক ও ρ = মাধ্যমের ঘনত্ব ; এই সমীকরণকেই বলে নিউটনের সঙ্কেত।

নিউটন বলেন, শব্দ-তরঙ্গ যখন গ্যাসীয় মাধ্যমে বিস্তার লাভ করে তখন মাধ্যমের উষ্ণতার কোন পরিবর্তন হয় না ; অর্থাৎ শব্দ-তরঙ্গের বিস্তার-প্রক্রিয়া একটি সমোষ্ণ-প্রক্রিয়া (isothermal process)। প্রমাণ করা যায়, নির্দিষ্ট উষ্ণতায় গ্যাসের আয়তন-বিকৃতি গুণাঙ্ক (E) ঐ গ্যাসের চাপের (P) সমান। অতএব নিউটনের সঙ্কেতকে নিম্নোক্তভাবে প্রকাশ করা যায় :—

$$V=\sqrt{\frac{P}{\rho}} \quad \dots \quad \dots \quad \dots (5)$$

সি জি. এস্. পদ্ধতিতে P-কে dynes/cm² ও ρ-কে gm/c.c.-তে প্রকাশ করিতে হইবে। সেক্ষেত্রে V-এর মান cm/sec-এ পাওয়া যাইবে।

এখন প্রমাণ বায়ুচাপ = $(76\times13{\cdot}6\times980)$ dynes/cm², প্রমাণ উষ্ণতা = 0°C এবং প্রমাণ চাপ ও উষ্ণতায় বায়ুর ঘনত্ব $\rho=0{\cdot}001293$ gm/c.c. ; কাজেই নিউটনের সঙ্কেত হইতে প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বায়ুতে শব্দের গতিবেগ

$$V=\sqrt{\frac{76\times13{\cdot}6\times980}{0{\cdot}001293}}=280 \text{ metres/sec. (প্রায়)}$$

কিন্তু পরীক্ষালব্ধ ফল হইতে দেখা যায়, প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বায়ুতে শব্দের গতিবেগ = 332 metres/sec.। সুতরাং দেখা যাইতেছে, নিউটনের সঙ্কেত হইতে প্রাপ্ত ফল ও পরীক্ষালব্ধ ফলের মধ্যে গরমিল আছে। কাজেই নিউটনের বক্তব্যের কোথাও গলদ আছে বলিয়া মনে হয়।

ল্যাপলাস নিউটনের বক্তব্যের গলদ বাহির করেন ও প্রয়োজনীয় সংশোধনও করেন। গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দ-তরঙ্গের বিস্তারের সময় উষ্ণতার কোন পরিবর্তন ঘটে না—নিউটনের এই ধারণা সম্বন্ধে ল্যাপলাস ভিন্ন মত পোষণ করেন। তিনি বলেন, শব্দ-তরঙ্গ প্রবাহকালে বায়ুতে ঘনীভবন ও তনুভবন অতি দ্রুত সম্পাদিত হয়, যাহার ফলে উষ্ণতা বৃদ্ধি ও হ্রাস অবশ্যম্ভাবী। সংনমনের দরুন তাপ ও তনুভবনের দরুন শৈত্যের সৃষ্টি হয়। গ্যাসের তাপ-পরিবাহিতা ও বিকিরণ-ক্ষমতা কম বলিয়া ঐ উদ্ভূত তাপ ও শৈত্য যথাক্রমে ঘনীভূত ও তনুভূত স্তরে আবদ্ধ হইয়া পড়ে। অর্থাৎ ল্যাপলাসের মতে গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দ-তরঙ্গের বিস্তৃতি একটি রুদ্ধতাপ প্রক্রিয়া (adiabatic process)। সেক্ষেত্রে প্রমাণ করা যায়, $E=\gamma P$

যেখানে E = আয়তন বিকৃতি গুণাঙ্ক, P = মাধ্যমের চাপ

এবং $\gamma=\dfrac{\text{স্থির চাপে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ}}{\text{স্থির আয়তনে গ্যাসের আপেক্ষিক তাপ}}$

বায়ুর ক্ষেত্রে $\gamma = 1{\cdot}41$, সুতরাং প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে বায়ুতে

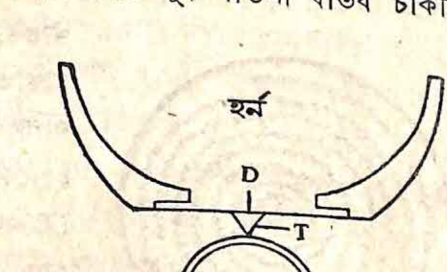
$$\text{শব্দের গতিবেগ} = V = \sqrt{\frac{1{\cdot}41 \times P}{\rho}} = 332{\cdot}5 \text{ metres/sec. (প্রায়)}$$

ইহা পরীক্ষালব্ধ ফলের সহিত প্রায় মিলিয়া যায় বলিয়া ল্যাপলাসের যুক্তি সমর্থন-যোগ্য।

3.6. শব্দের নিবেশন ও পুনরুৎপাদন (Recording and Reproduction of sound) :

কোন শব্দ-তরঙ্গমালা খুব পাতলা কোন পাতের উপর পতিত হইলে উহা পাতটিতে আপতিত তরঙ্গসমূহের বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী কম্পন সৃষ্টি করে। বিপরীতক্রমে পাতটিতে যদি কোন উপায়ে একই প্রকার কম্পন সৃষ্টি করা যায় তাহা হইলে উহা বাতাসে মূল-শব্দের অনুরূপ কম্পন সৃষ্টি করিবে বা মূলশব্দ শুনিতে পাওয়া যাইবে। ইহাই শব্দের নিবেশন ও পুনরুৎপাদনের নীতি। 1857 খ্রীষ্টাব্দে **লিওন স্কট** (Leon Scott) সর্বপ্রথম ফোনেটোগ্রাফ নামক যন্ত্রের সাহায্যে শব্দের রেকর্ড তৈরি করেন। 1877 খ্রীষ্টাব্দে **এডিসন** (Edison) একই নীতিতে ধ্বনিগ্রহণ ও পুনরুৎপাদনের জন্য ফোনোগ্রাফ নামক যন্ত্রের উদ্ভাবন করেন। সঙ্গীত, বক্তৃতা, আবৃত্তি প্রভৃতি রেকর্ড করিয়া উহা পুনারাবৃত্তি করিয়া শুনাইবার ইহাই প্রথম ব্যবস্থা।

ফোনোগ্রাফ নামক যন্ত্রে (19নং চিত্র) শঙ্কু আকৃতির একটি প্রতিফলক থাকে ও এই প্রতিফলককে বলা হয় হর্ন। হর্নের সরু প্রান্ত একটি খুব পাতলা ধাতব চাকতি (D) বা পর্দার দ্বারা বন্ধ থাকে ; এই চাকতিকে বলা হয় ঝিল্লী (Diaphragm)। প্রথমে শব্দ-তরঙ্গমালা লিপিবদ্ধ করিবার জন্য ঝিল্লীর সঙ্গে লম্বভাবে একটি ধারাল শলাকা (style) T এরূপভাবে আটকানো হয় যাহাতে শলাকাটির তীক্ষ্ণাগ্র প্রান্ত মোমের প্রলেপযুক্ত একটি চোঙের বক্রতলকে উহার অক্ষের লম্বাভিমুখে স্পর্শ করিয়া থাকে। বৈদ্যুতিক মোটর অথবা হাতলের সাহায্যে চোঙটিকে উহার অক্ষের উপর নির্দিষ্ট বেগে ঘুরানো যায় এবং চোঙটি ঘুরিতে থাকিলে উহা নিজ অক্ষ-বরাবর অগ্রসর হইতে থাকে। চোঙটি ঘুরিলে শলাকাটি মোমের প্রলেপের উপর খাঁজ কাটিবে। এখন কোন বক্তা বা গায়ক হর্নের সম্মুখে কথা বলিয়া অথবা গান করিয়া শব্দ-তরঙ্গমালা সৃষ্টি

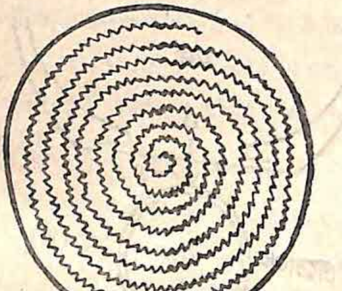


চিত্র 19

করিতে থাকিলে ঐ হর্ন শব্দ-তরঙ্গমালাকে সংগ্রহ করিয়া ঝিল্লীতে পৌছাইয়া দেয়। ইহার ফলে ঝিল্লী ও উহার সহিত সংযুক্ত শলাকাটি কাঁপিতে থাকে। এই অবস্থায় চোঙটিকে ঘুরাইতে থাকিলে শলাকাটি চোঙটিকে পরিবেষ্টন করিয়া উহার বক্রতলে মোমের প্রলেপের উপর একটানা খাঁজ কাটিতে থাকিবে। চোঙটির অক্ষ-বরাবর রৈখিক গতির জন্য খাঁজের দাগটি হেলিক্স (helix)-এর আকৃতিতে হইবে। এই খাঁজের গভীরতা সর্বত্র সমান নয়—কম্পনের মাত্রা বা শব্দের তীব্রতা ও বৈশিষ্ট্য অনুযায়ী খাঁজের গভীরতা বিভিন্ন স্থানে বিভিন্ন প্রকার হইবে। এইভাবে হর্নের সম্মুখে সৃষ্ট শব্দ-তরঙ্গমালার অনুলিপি বা রেকর্ড করা হয়।

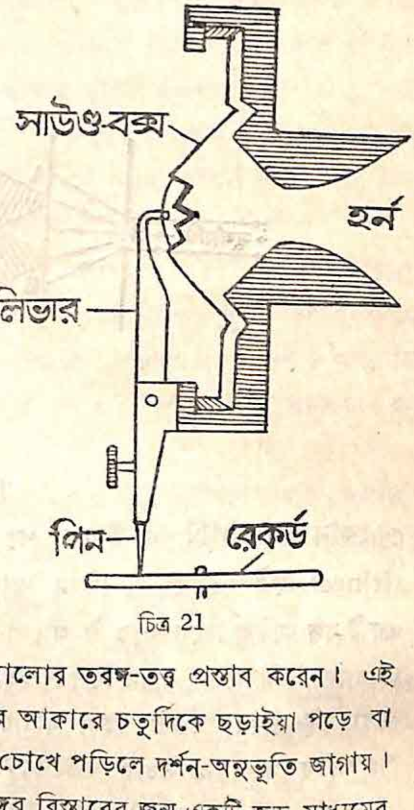
এইবার শব্দের পুনরাবৃত্তির জন্য ঝিল্লী হইতে ধারাল শলাকা বিচ্ছিন্ন করিয়া একটি মসৃণ শলাকা অনুরূপভাবে লাগানো হয় ও হাতলটিকে বিপরীতদিকে ঘুরাইয়া চোঙটিকে সরাইয়া যেখান হইতে খাঁজকাটা শুরু হইয়াছে সেখানে শলাকাটিকে বসানো হয়। তারপর চোঙটিকে আগের সমান বেগে ঘুরাইলে শলাকা খাঁজ-বরাবর অগ্রসর হইবে এবং খাঁজের গভীরতা অনুযায়ী কম-বেশী উঠা-নামা করিবে এবং ফলে শব্দ রেকর্ড করিবার সময় ঝিল্লীর যেরূপ কম্পন হইয়াছিল আবার সেই প্রকার কম্পন হইবে। বায়ুতে ঝিল্লীর কম্পন সঞ্চালিত হইলে শব্দের পুনরাবৃত্তি শোনা যাইবে।

গ্রামোফোন কার্যতঃ ফোনোগ্রাফের উন্নত সংস্করণ। উভয় যন্ত্রেরই কার্যনীতি এক; তবে গ্রামোফোনের যান্ত্রিক ব্যবস্থা কিছুটা উন্নত ধরনের। গ্রামোফোনে চোঙের পরিবর্তে পাতলা গোল চাকতির উপর শব্দ-তরঙ্গমালাকে অঙ্কিত করা হয়। এই অঙ্কিত খাঁজকাটা পথ তরঙ্গায়িত ও প্রস্থে অসমান এবং চাকতির প্রায় কেন্দ্রবিন্দু হইতে শুরু করিয়া সর্পিলভাবে চাকতির পরিধিতে গিয়া শেষ হয়। ইহাকেই সাধারণভাবে গ্রামোফোন-রেকর্ড (20নং চিত্র) বলা হয়। ফোনোগ্রাফে চোঙকে হাতে বা বৈদ্যুতিক মোটরের সাহায্যে ঘুরানো হয়, কিন্তু গ্রামোফোনে চাকতি বা রেকর্ডকে ঘড়ির অনুরূপ যান্ত্রিক ব্যবস্থায় ঘুরানো হয়। গ্রামোফোন-রেকর্ড যখন অনুভূমিক তলে ঘোরে তখন পিন ঐ তরঙ্গায়িত পথ-বরাবর অগ্রসর হয় এবং অসমান প্রস্থের জন্য পার্শ্বগতির উদ্ভব হয় এবং এই পার্শ্বগতিকে লিভারের সাহায্যে (21নং চিত্র) বিবর্ধিত করিয়া সাউণ্ড-বক্সের ঝিল্লীতে সংবাহিত করিলে চোঙের অভ্যন্তরস্থ বায়ুতে তরঙ্গের সৃষ্টি হয় ও শব্দের পুনরাবৃত্তি ঘটে।



চিত্র 20

গ্রামোফোন-রেকর্ডের উপাদান হইল লেলাক, মোম প্রভৃতি কতকগুলি পদার্থের সংমিশ্রণ ; আর গ্রামোফোনের হর্নের সাহায্যে শব্দ-তরঙ্গকে সংগ্রহ করিয়া শব্দ জোরালো করা এবং দূরে ছড়াইয়া দেওয়া হয়। বর্তমানে টেপ রেকর্ড, ফিল্ম প্রভৃতিতে উন্নত ধরনে শব্দগ্রহণ ও পুনরুৎপাদন করা হয়।



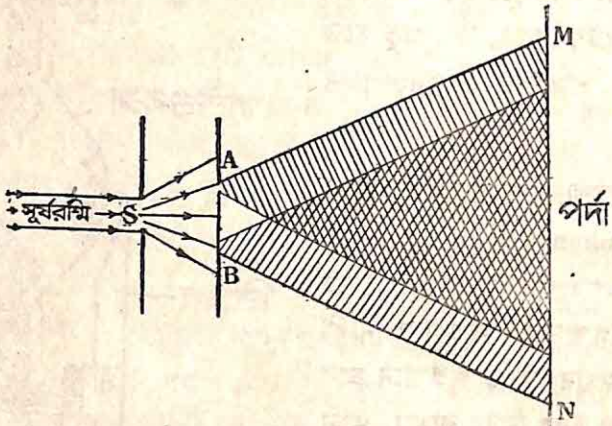
চিত্র 21

3.7. তরঙ্গদৃশ্যরূপে আলো (Light as a wave phenomenon) :

আলো একপ্রকার শক্তি এবং উহার নির্দিষ্ট গতিবেগ আছে। আলো যে-নির্দিষ্ট গতিবেগে একস্থান হইতে অন্যস্থানে চলে তাহা মাধ্যমের উপর নির্ভর করে। এখন স্বভাবতঃই প্রশ্ন উঠিবে, আলোর প্রকৃতি কিরূপ এবং আলো যখন একস্থান হইতে অন্যস্থানে যায় তখন শক্তির বিস্তার কিরূপে ঘটে ?

1678 খ্রীষ্টাব্দে **হাইগেন্স্** (Huygens) আলোর তরঙ্গ-তত্ত্ব প্রস্তাব করেন। এই তত্ত্বানুসারে আলোক-উৎস হইতে আলো তরঙ্গের আকারে চতুর্দিকে ছড়াইয়া পড়ে বা শক্তি সঞ্চালিত হয়। এই তরঙ্গ আমাদের চোখে পড়িলে দর্শন-অনুভূতি জাগায়। কিন্তু ইতিপূর্বেই বিজ্ঞানীদের জানা ছিল যে তরঙ্গের বিস্তারের জন্য একটি জড় মাধ্যমের প্রয়োজন। কিন্তু মহাকাশ শূন্য এবং ইহার মধ্য দিয়া সূর্য হইতে আলো কিরূপে পৃথিবীতে আসে ? এই প্রশ্নের সমাধানের জন্য হাইগেন্স্ একটি সর্বপরিব্যাপ্ত কাল্পনিক মাধ্যমের অবতারণা করেন। এই কাল্পনিক মাধ্যমের নাম দেওয়া হয় **ঈথার** (Ether) ; ইহা কিন্তু রাসায়নিক ঈথার নহে। তরঙ্গের বিস্তারের জন্য মাধ্যমের যে-সব ধর্মের প্রয়োজন, সেই সব গুণাবলী এই কাল্পনিক মাধ্যমেও আরোপ করা হয়। এখন আলো যদি সত্যই তরঙ্গের আকারে চলে তাহা হইলে তরঙ্গের ন্যায় আলোর ক্ষেত্রেও ব্যতিচার, অপবর্তন প্রভৃতি ঘটনাগুলি ঘটা উচিত। 1801 খ্রীষ্টাব্দে **ইয়ং** (Young) সর্বপ্রথম পরীক্ষামূলকভাবে আলোর ব্যতিচার প্রদর্শন করেন। ইয়ং-এর পরীক্ষাব্যবস্থা অনুযায়ী, S একটি সরু রেখাছিদ্র (22নং চিত্র)। এই রেখাছিদ্রের ভিতর দিয়া সাদা সূর্যরশ্মি অপর দুইটি সরু, সমান্তরাল এবং কাছাকাছি রেখাছিদ্র A

এবং B-এর উপর লম্বভাবে আপতিত হইয়াছিল। A ও B রেখাছিদ্রদ্বয় প্রথম রেখাছিদ্র S-এর সমান্তরাল করা হইয়াছিল। ইয়ং লক্ষ্য করেন, রেখাছিদ্রদ্বয়ের সম্মুখে



চিত্র 22

যে-কোন পর্দা MN-এর উপরে পর পর আলো এবং অন্ধকার-সমন্বিত ঝালর (fringe) সৃষ্টি হইয়াছে। তিনি আরও লক্ষ্য করেন, A ও B ছিদ্রদ্বয়ের যে-কোন একটি বন্ধ করিয়া দিলে আর ঐ আলো-অন্ধকারের ঝালর দেখা যায় না। এই ঘটনার ব্যাখ্যায় তিনি বলেন, প্রথম ছিদ্র S হইতে নির্গত আলোক-তরঙ্গ পরবর্তী ছিদ্রদ্বয়ের দ্বারা দুই ভাগে বিভক্ত হইয়া মাধ্যমের মধ্য দিয়া অগ্রসর হইবার সময় উহাদের পরস্পরের মধ্যে ব্যতিচার ঘটিতেছে এবং সেই জন্যই পর্দার উপর ব্যতিচার পটি (interference bands) দেখা যাইতেছে। সূর্যের আলো সাদা হওয়ায়, ঐ পটি বর্ণবিশিষ্ট হইয়াছিল এবং সংখ্যাও খুব কম হইয়াছিল। সাদা আলোর পরিবর্তে এক-বর্ণের আলো লইলে একান্তরভাবে উজ্জ্বল এবং অন্ধকার ঝালর দেখা যাইবে। এই পরীক্ষালব্ধ ফল হইতেই ইয়ং আলোর তরঙ্গ-তত্ত্বকে সমর্থন করেন।

কোন বদ্ধ অন্ধকার ঘরে ছিদ্রপথে সূর্যের আলো যখন প্রবেশ করে তখন পথিমধ্যে অসংখ্য ধূলিকণা আলোকিত হইয়া আলোর গতিপথ নির্দেশ করে। লক্ষ্য করিলেই দেখা যায়, এই গতিপথ একটি সরলরেখা। আলো সরলরেখায় চলে বলিয়াই উহার গতিপথে অস্বচ্ছ বস্তু রাখিলে ছায়ার উৎপত্তি হয়। আলো-যে সরলরেখায় গমন করে তাহা বহু পরীক্ষাদ্বারা প্রমাণিত হইয়াছে এবং এই তথ্যের উপর ভিত্তি করিয়াই পদার্থ-বিজ্ঞানের একটি শাখা **"জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞান"** প্রসার লাভ করিয়াছে। এখন জ্যামিতিক আলোকবিজ্ঞানের নীতির সঙ্গে তরঙ্গ-তত্ত্বের যেন গরমিল দেখা

যাইতেছে। কিন্তু আলোর গতিপথে অস্বচ্ছ বস্তু রাখিলে যে-ছায়া সৃষ্টি হয় তাহা খুব সূক্ষ্মভাবে পর্যবেক্ষণ করিলে দেখা যায়, আলোর ঋজুরেখ-গতি অনুযায়ী যতটা জায়গা জুড়িয়া ছায়া হওয়া উচিত ঠিক তাহা হইতেছে না ; জ্যামিতিক ছায়ার মধ্যে সীমারেখা হইতে কিছুদূর পর্যন্ত সামান্য আলো পাওয়া যাইতেছে। ছায়ার ব্যতিক্রম লক্ষ্য করিয়া এই সিদ্ধান্ত করা যায় যে শব্দের মতন আলোও কোন প্রতিবন্ধকের ধার ঘেঁষিয়া যাইবার কালে ঋজুরেখায় গমন না করিয়া সামান্য ঘুরিয়া বক্রপথে যায়—যাহা কিনা তরঙ্গের ক্ষেত্রেই সম্ভব। এই ঘটনাকে বলা হয় আলোর অপবর্তন এবং এই ঘটনাও তাহা হইলে তরঙ্গ-তত্ত্বকে সমর্থন করিতেছে। এই ঘটনা হইতে আরও বলা যায়, **আলোর ঋজুগতি একটি প্রায় সঠিক ঘটনা মাত্র।**

3.8. **সমবর্তন (Polarization)**—উপরের আলোচনা হইতে বুঝা যাইতেছে, আলো তরঙ্গের আকারে বিস্তার লাভ করে ; কিন্তু ঐ তরঙ্গ কি প্রকার—অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ না তির্যক তরঙ্গ—সে সম্বন্ধে কিছুই বুঝা যাইতেছে না। কারণ ব্যতিচার ও অপবর্তন ঘটনা দুইটি উভয় প্রকার তরঙ্গের ক্ষেত্রেই ঘটিতে পারে। এই প্রশ্নের সমাধান হয় আলোর **সমবর্তন** দ্বারা।

টুরম্যালিন হইল অনেকগুলি ধাতুর অক্সাইডের সংমিশ্রণে তৈরী একটি কেলাস। ইহা প্রায় স্বচ্ছ এবং ঈষৎ সবুজবর্ণের ষড়ভুজবিশিষ্ট কেলাস। ঐ কেলাসের প্রস্থচ্ছেদের সর্ববৃহৎ কর্ণকে উহার সরলাক্ষ (optic axis) বলে।

যাহাদের সরলাক্ষ সমান্তরাল এরূপ দুইটি পর পর টুরম্যালিন কেলাসের মধ্য দিয়া কোন উৎস হইতে সাধারণ আলো পাঠাইলে দ্বিতীয় কেলাস হইতে আলো নির্গত হয়। এইবার আলোকরশ্মির গতিপথকে অক্ষ কল্পনা করিয়া যে-কোন একটি কেলাসকে যদি ধীরে ধীরে ঘুরানো হয় তাহা হইলে দ্বিতীয় কেলাস হইতে নির্গত আলোর তীব্রতা ক্রমশঃ হ্রাস পাইতে থাকে এবং অবশেষ যখন কেলাস দুইটির অক্ষ পরস্পর লম্ব হয় তখন দ্বিতীয় কেলাস হইতে আর আলো নির্গত হয় না। এই ঘটনা হইতে বলা যায়, আলো যখন টুরম্যালিন কেলাসের মধ্য দিয়া যায় তখন নির্গত রশ্মি একটি বিশেষ বৈশিষ্ট্যের অধিকারী হয়। এই ঘটনাকে বলা হয় আলোর সমবর্তন। যদি আমরা আলোক-তরঙ্গকে তির্যক তরঙ্গ ধরিয়া লই তাহা হইলে কেবলমাত্র এই ঘটনাটি ব্যাখ্যা করা যায়। অতএব আলোক-তরঙ্গ তির্যক তরঙ্গ।

প্রশ্নাবলী

1. (i) স্বরসমৃদ্ধ ও স্বরবর্জিত শব্দ বলিতে কি বুঝায় ?

   (ii) শব্দ যে তরঙ্গধর্মী তাহার স্বপক্ষে কয়েকটি ঘটনা উল্লেখ কর ও সংক্ষেপে ঘটনাগুলি আলোচনা কর।

(iii) শব্দ-তরঙ্গ অনুদৈর্ঘ্য তরঙ্গ তাহার স্বপক্ষে কি বলিবে ?

2. মুক্ত বায়ুতে শব্দের গতিবেগ কিভাবে নির্ণয় করা যায় ?
প্রমাণ উষ্ণতা ও চাপে মুক্ত বায়ুতে শব্দের গতিবেগ কত ?

3. গ্যাসীয় মাধ্যমে শব্দের গতিবেগের জন্য নিউটনের সঙ্কেত উল্লেখ করিয়া উহার অর্থ বল। নিউটনের, ঐ সঙ্কেতকে ল্যাপলাস কিজন্য এবং কি সংশোধন করেন ?

4. শব্দের নিবেশন ও পুনরুৎপাদন বলিতে কি বুঝায় ? উহার নীতি বুঝাইয়া বল। ফোনোগ্রাফ যন্ত্রটি কি ? উহা বর্ণনা কর।

5. আলো-যে তরঙ্গের আকারে বিস্তৃতি লাভ করে এবং উহা-যে তির্যক তরঙ্গ তাহা প্রতিপন্ন করিতে যুক্তিসহ আলোচনা কর।